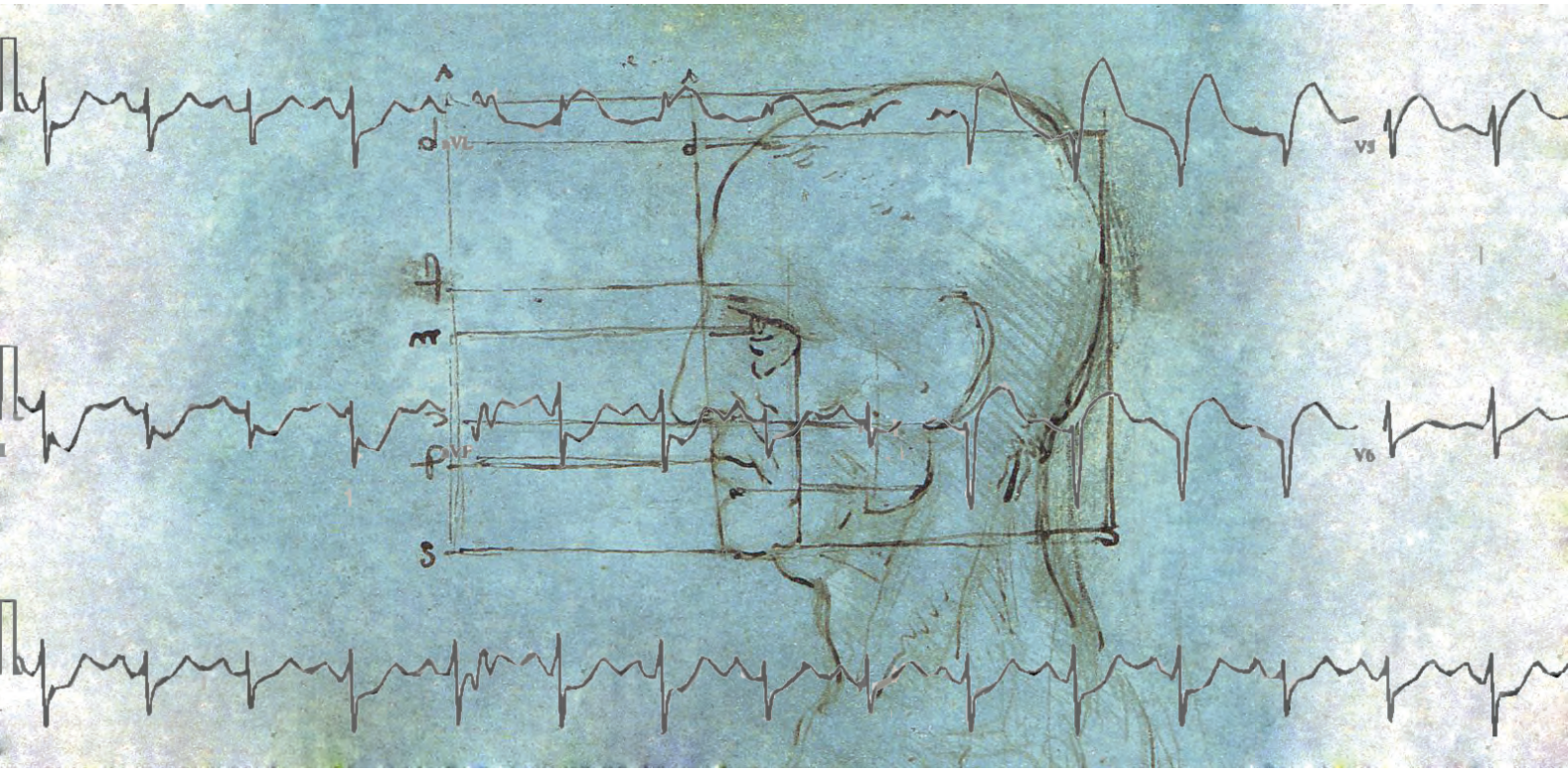


Podstawy fizyki współczesnej – fizyka kwantowa

ćwiczenia

Justyna Barzowska, Anna Synak

Gdańsk, 2013

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytetu Gdańskiego

Skrypt powstał w ramach projektu „Kształcimy profesjonalistów – kompleksowy program kształcenia skierowany do studentów, absolwentów oraz studentów niepełnosprawnych Uniwersytetu Gdańskiego” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIWERSYTET GDAŃSKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Literatura:

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, „Podstawy Fizyki”, Tom 5, PWN, 2003**.**

2. V. Acosta, C. L. Cowan, B. J. Graham, „Podstawy fizyki współczesnej”, PWN, 1981.

3. J. Jędrzejewski, W. Kruczek, A. Kujawski, „Zbiór zadań z fizyki”, WNT, 1992.

4. A. G. Grammakow „Zadania z optyki i fizyki atomowej”, PWN, 1975.

5. A. Bujko „Zadania z fizyki”, WNT, 2006.

6. M. Kalisz, J. M. Massalska, „Zbiór zadań z fizyki z rozwiązaniami”, PWN, 1971.

7. R. Howland, L. Benatar, „STM/AFM mikroskopy ze skanująca sondą elementy teorii i praktyki”, W-wa 2002.

8. M. Pluta: Mikroskopia optyczna. Mikroskopia fluorescencyjna, PWN, W-wa 1982.

9. W. Kolka: Zadania z wybranych działów fizyki” cz II, Politechnika Gdańska , Gdańsk 1994

Wszystkie zadania w tym skrypcie pochodzą ze źródeł wymienionych powyżej.

Emisja i absorpcja promieniowania

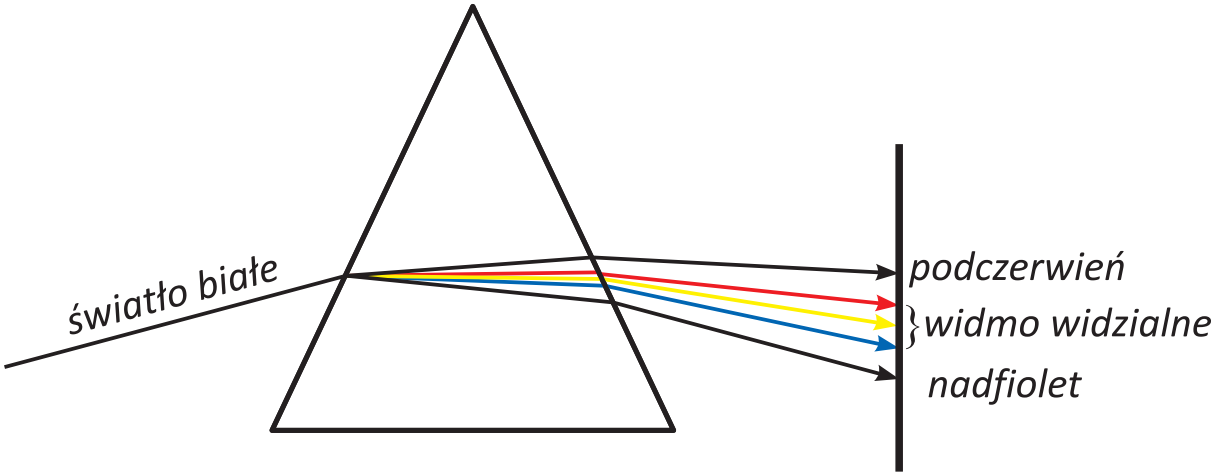
Źródłami widm liniowych są świecące, rozrzedzone pary i gazy jednoatomowe. Widma pasmowe (molekularne) emitują molekuły lub ich jony.
Położenie linii widmowych jest cechą charakterystyczną dla danego pierwiastka.

Widmo absorpcyjne, linie Frauenhofera.

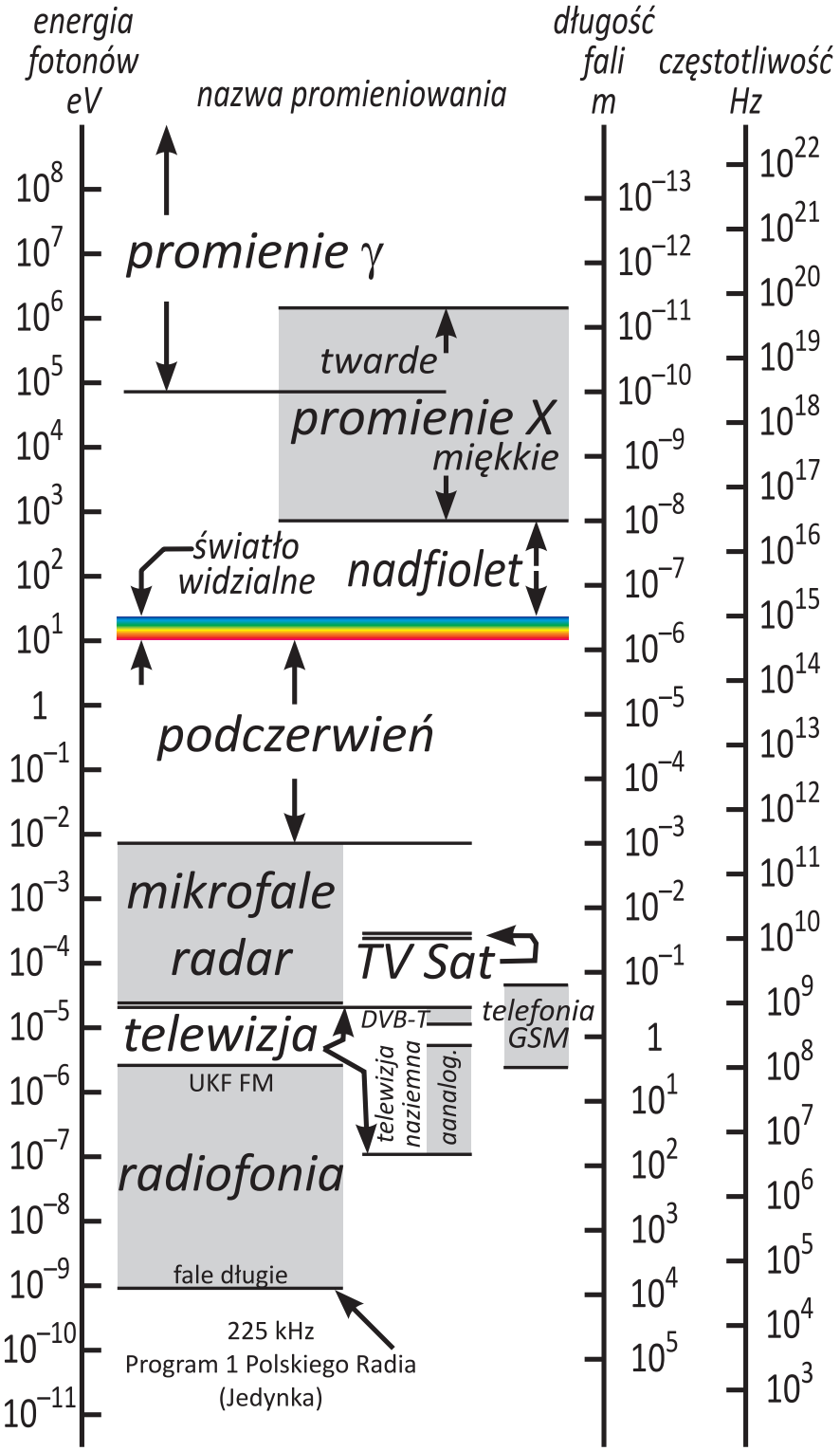
Światło ze Słońca po rozszczepieniu daje widmo ciągłe z czarnymi liniami, które powstają zawsze w tym samym miejscu. Składowa ciągła w widmie Słońca powstaje w głębszych warstwach gazowych i odpowiada temperaturze ok. 6000 K. Przechodzi przez wyżej położone warstwy rzadszego i chłodniejszego gazu, które składają się z różnych pierwiastków w stanie gazowym, których atomy pochłaniają niektóre długości fali. Dlatego w wiązce światła wychodzącej z głębszych warstw i skierowanej do zewnątrz stwierdza się niedobór charakterystycznych długości fali.

Widmo ciągłe promieniowania termicznego, podczerwień i nadfiolet.

Widmo ciągłe widzialne światła białego rozciąga się od długości około 780nm (czerwień) do 380nm (fiolet). Granice są płynne, zależą od wrażliwości oka i natężenia źródła światła. Widmo ciągłe światła białego (wykrywane metodami termicznymi) rozciąga się jeszcze dalej i wyróżniamy w nim widmo promieniowania podczerwonego i widmo ciągłe nadfioletu.



Promieniowanie podczerwone i nadfioletowe wywołują zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne. Promieniowanie nadfioletowe zabija bakterie, powoduje zamianę ergosterolu na witaminę D (w skórze). Nadfiolet działa bardzo szkodliwie na oczy.


energia fotonów eV
nazwa promieniowania
długość fali m
częstotliwość Hz
promienie γ
twarde
promienie X
miękkie
światło widzialne
nadfiolet
podczerwień
mikrofale
radar
TV Sat
telefonia GSM
telewizja
DVB-T
telewizja naziemna analog.
UKF FM
radiofonia
fale długie
225 kHz
Program 1 Polskiego Radia
(Jedynka)

Zakres	**Zakres długości fali [m]**	**Zakres energii [J]**	**Źródło**	**Metoda detekcji**
Promieniowanie γ	$\begin{cases}5\cdot10^{-13}\\1\cdot10^{-11}\end{cases}$	$\begin{cases}4\cdot10^{-13}\\2\cdot10^{-14}\end{cases}$	Izotopy promieniotwórcze	Licznik Geigera, emulsje jądrowe, liczniki scyntylacyjne i półprzewodnikowe
Promieniowanie X	$\begin{cases}1\cdot10^{-11}\\5\cdot10^{-9}\end{cases}$	$\begin{cases}2\cdot10^{-14}\\4\cdot10^{-17}\end{cases}$	Promieniowanie hamowania, przejścia elektronowe z powłok atomowych najbliższych jądru	Fotografia, komory jonizacyjne
Ultrafiolet	$\begin{cases}5\cdot10^{-9}\\4\cdot10^{-7}\end{cases}$	$\begin{cases}4\cdot10^{-17}\\5\cdot10^{-19}\end{cases}$	Przejścia elektronowe	Fotografia, fluorescencja
Światło widzialne	$\begin{cases}4\cdot10^{-7}\\7\cdot10^{-7}\end{cases}$	$\begin{cases}5\cdot10^{-19}\\2.8\cdot10^{-19}\end{cases}$	Przejścia elektronowe w zewnętrznych powłokach atomowych	Oko, fotografia, fotokomórka
Podczerwień	$\begin{cases}7\cdot10^{-7}\\3.5\cdot10^{-4}\end{cases}$	$2.8\cdot10^{-19}$	Oscylacje i rotacje cząsteczek i atomów	Bolometr, termopara, fotoprzewodnik
Krótkie fale Hertza, telewizja, radar	$\begin{cases}3.5\cdot10^{-4}\\4\cdot10^{1}\end{cases}$	$5.7\cdot10^{-22}$ $5\cdot10^{-27}$	Drgające obwody elektryczne	Rezonans elektryczny
Fale radiowe	$\begin{cases}4\cdot10^{1}\\2\cdot10^{4}\end{cases}$	$1\cdot10^{-29}$ $2\cdot10^{-33}$		
Mikropulsacje	$\begin{cases}1\cdot10^{8}\\5\cdot10^{10}\end{cases}$	$4\cdot10^{-36}$	Nieznane	Odbiorniki magnetyczne

Prawo Stefana-Boltzmanna, prawo Kirchhoffa oraz prawo Wiena.

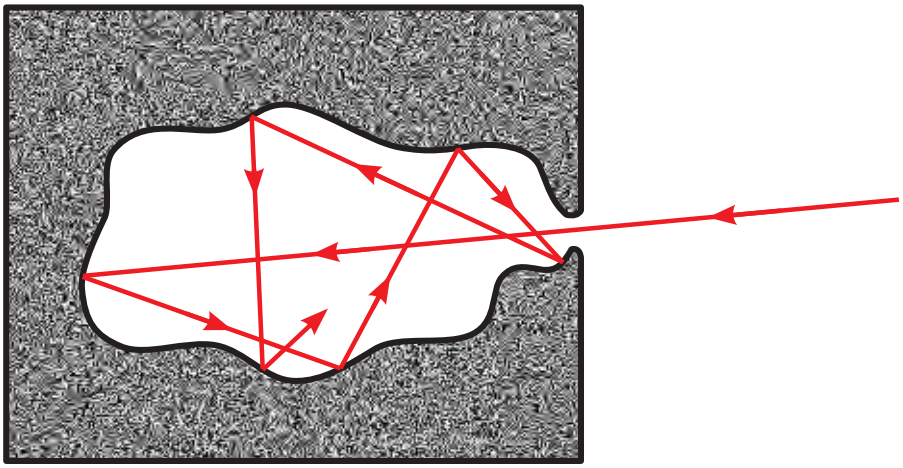
Wszystkie ciała, które znajdują się w temperaturze wyższej od temperatury zera bezwzględnego wysyłają promieniowanie cieplne zwane również temperaturowym. Jest to promieniowanie elektromagnetyczne o widmie ciągłym, którego źródłem jest zmienne pole elektryczne drgających elektronów.

Jeżeli promieniowanie padające na jakieś ciało przynosi w każdej sekundzie pewną ilość energii (J) i przez a oznaczymy ułamek wyrażający jaka część tego promieniowania została odbita, przez b –jaka część została zaabsorbowana a przez c –część przepuszczoną to możemy zapisać: $aJ + bJ + cJ = J$

Stąd: $a + b + c = 1$.

Współczynniki a, b, c różnią się dla różnych ciał. Sadza pochłania większość promieniowania, a polerowane metale odbijają większość padającego na nie promieniowania. Szkło natomiast większość promieniowania przepuszcza.

Ciałem doskonale czarnym nazywamy ciało, które absorbuje 100% padającej na nie energii promienistej (całą energię na wszystkich długościach fali). Jego zdolność absorpcyjna jest równa jedności dla każdej długości absorbowanej fali.



Zdolnością absorpcyjną ciała $a(\lambda, T)$ odpowiadającą długości fali promieniowania λ i temperaturze ciała T nazywamy stosunek energii absorbowanej przez ciało z padającego na nie promieniowania o długości fali λ, do energii promieniowania padającego, jeżeli temperatura ciała wynosi T.

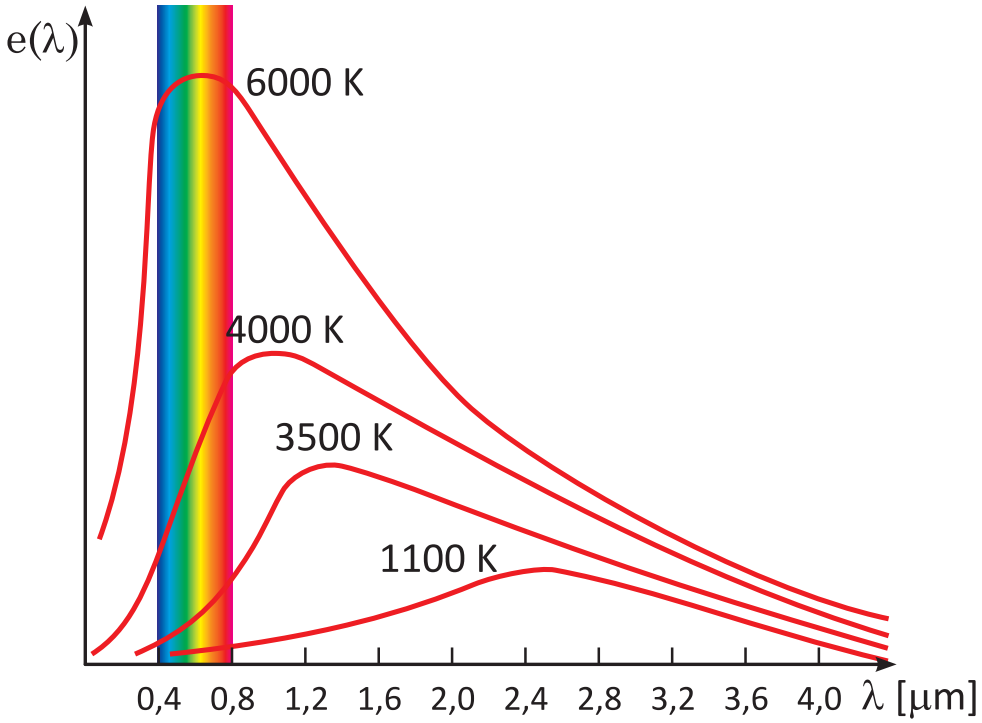
Zdolnością emisyjną ciała $e(\lambda, T)$ odpowiadającą długości fali λ i temperaturze T ciała nazywamy ilość energii emitowanej przez ciało w jednostce czasu z jednostkowej powierzchni. Zdolność emisyjną podajemy w $[\frac{W}{m^2}]$.

Prawo Kirchhoffa.

Stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej nie zależy od rodzaju ciała i jest dla wszystkich ciał taka sama funkcja temperatury i długości fali równą spektralnej zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego.

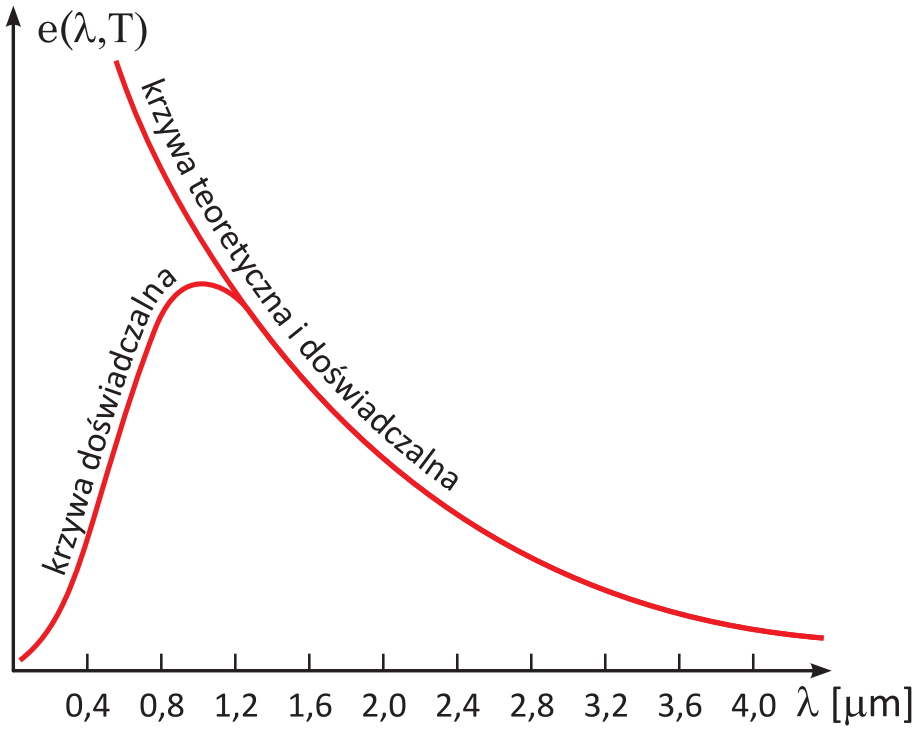
$$\frac{e(\lambda,T)}{a(\lambda,T)} = f(\lambda,T) = e_{c.d.cz.}(\lambda,T)$$

Prawo Kirchhoffa ogranicza się do promieniowania termicznego, nie obowiązuje w przypadku luminescencji. Luminescencja nazywamy świecenie atomów na skutek przejścia elektronów do niższych stanów energetycznych. Wykresy $e_{c.d.cz.}(\lambda,T)$ przedstawia rysunek poniżej.



Ważnym wnioskiem wynikającym z prawa Kirchhoffa jest to, że jeśli jakieś ciało w pewnej temperaturze T emituje promieniowanie λ, to absorbuje ono także ten sam rodzaj promieniowania.

Wyjaśnienie rozkładu promieniowania ciała doskonale czarnego było przez wiele lat zjawiskiem nierozwiązanym. Rozkład promieniowania obliczony klasycznie jest zupełnie inny niż otrzymany doświadczalne. Na podstawie fizyki klasycznej należałoby oczekiwać przekazywania energii fotonu coraz krótszym, tak że w końcu praktycznie cała energia skupiłaby się w obszarze fal dla danej temperatury najkrótszych. Na rysunku poniżej widzimy, że linia teoretyczna dąży do nieskończoności w zakresie nadfioletu („katastrofa nadfioletowa”). Doświadczalnie tego nie obserwujemy.



Prawo Stefana i Boltzmanna

Całkowita energia promieniowania widzialnego i niewidzialnego emitowana przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego wyraża się:

$$E = \int_0^\infty f(\lambda, T)d\lambda = \sigma T^4$$

gdzie: E – całkowita zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego,

σ – stała Stefana-Boltzmanna, $\sigma = 5{,}669 \cdot 10^{-8}$ W/m^{2}K^4.

Prawo Wiena

Długość fali, dla której występuje maksimum promieniowania ciała doskonale czarnego, przesuwa się wraz z temperaturą w kierunku fal krótkich.

$$\lambda_{max} T = b = 2.897 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$$

Kwantowa teoria Plancka.

Promieniowanie ma charakter korpuskularny. Każdy kwant składa się z promieniowania o jednej częstotliwości. Energia kwantu promieniowania: $E = \frac{hc}{\lambda}$, gdzie h – stała Plancka ($h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J·s), λ – długość fali.

Energia fali może być całkowitą wielokrotnością $\frac{hc}{\lambda}$.

Założenia te pozwoliły wyznaczyć teoretycznie spektralną zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego (*wzór Plancka*), zgodnej z doświadczeniem:

$$u(\lambda) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}$$

gdzie: *k* - stała Boltzmanna.

Widma rentgenowskie (promienie X)

Widmo promieniowania rentgenowskiego składa się z ciągłego widma hamowania i widma charakterystycznego pojawiającego się w postaci wąskich pików na tle widma ciągłego. Do jego wytwarzanie służą lampy rentgenowskie.

Widmo ciągłe hamowania powstaje na skutek hamowania pędzących elektronów na jądrach atomów antykatody. Częstości granicznej wysyłanego fotonu odpowiada minimalna długość fali:

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{gr}} = \frac{c \cdot h}{e \cdot U}$$

Im większe napięcie tym λ_{min} staje się krótsza a promieniowanie bardziej przenikliwe. Promieniowanie rentgenowskie o krótszej fali nazywamy twardym a o dłuższej miękkim.

Widmo charakterystyczne powstaje na skutek zderzeń elektronów promieni katodowych z elektronami atomów antykatody i zależy od rodzaju materiału anody.

Prawo Moseleya

Pierwiastki kwadratowe z częstości linii widm rentgenowskiego ν pierwiastków chemicznych różniących się liczbą atomową *Z* układają się na linii prostej:

$$\sqrt{\nu} = C(Z - \sigma)$$

C – stała, zależna od rodzaju widma,

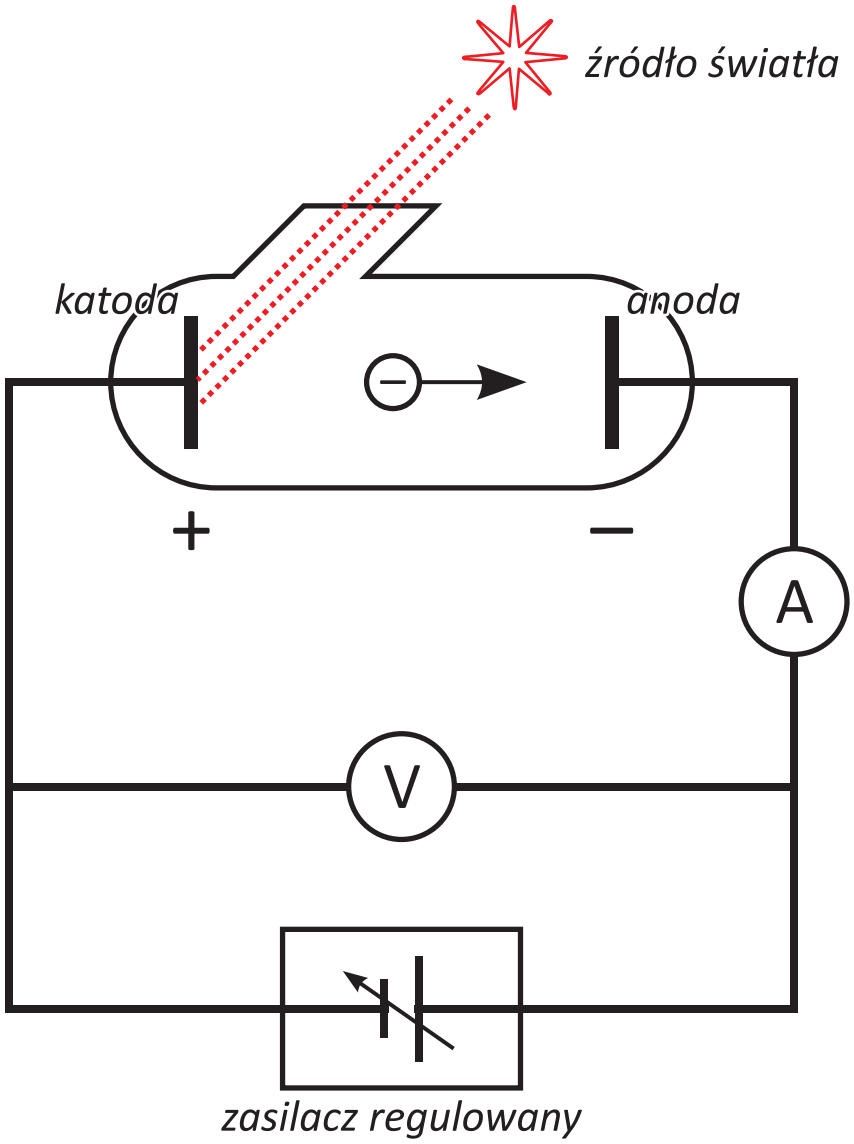
Z – liczba atomowa pierwiastka tworzącego materiał anody,

ν – częstotliwość fali rentgenowskiego widma charakterystycznego,

σ – stała ekranowania.

Oprócz zastosowania w medycynie promieniowanie rentgenowskie służy do badania struktury powłok elektronowych atomu i struktury kryształu.

Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne – emisja elektronów z powierzchni metalu naświetlanego promieniowaniem elektromagnetycznym.



Zgodnie z teoria falową energia promieniowania elektromagnetycznego rozłożona jest w sposób ciągły. Fakt selektywnego wychodzenia elektronów z powierzchni metalu nie znajduje uzasadnienia w teorii falowej.

Teoria Einsteina mówi, że energia wiązki świetlnej rozchodzi się w postaci skończonych porcji energii zwanych fotonami:

$$E = h\nu$$

Jeden foton oddziałuje z jednym elektronem: $h\nu = W + \frac{mv^2}{2}$

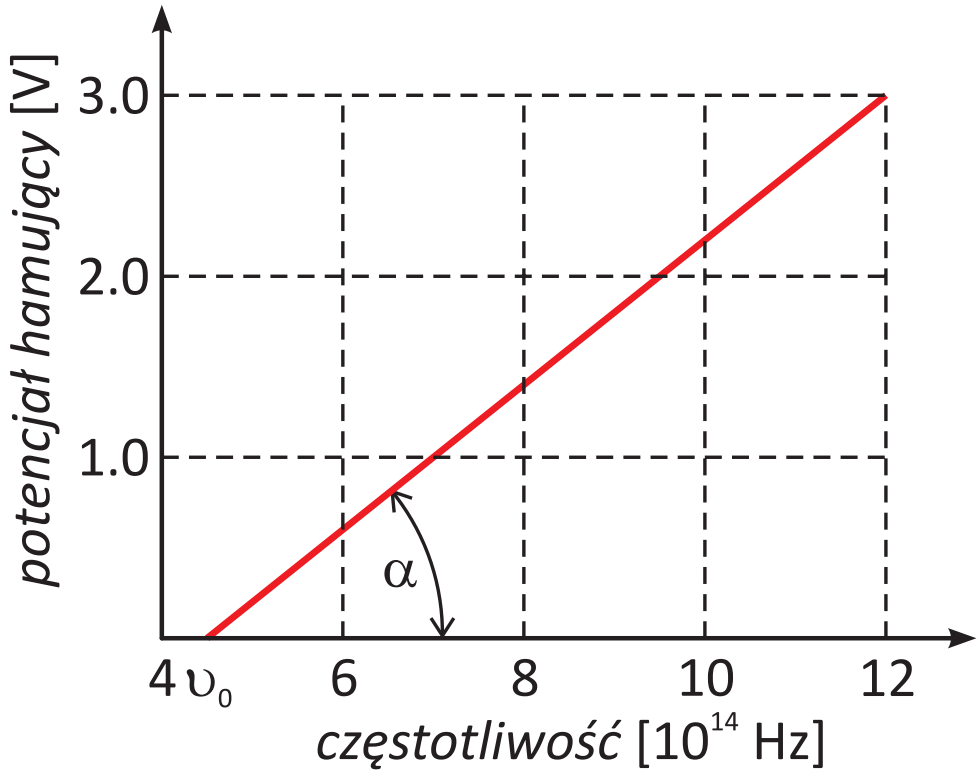
Częstotliwość kwantu ν musi być tak duża, aby energia kwantu $h\nu$ pokrywała pracę wyjścia W.

Praca wyjścia to ilość energii jaką trzeba dostarczyć elektronowi, aby wyprowadzić go powierzchni metalu.

Cynk, miedź i wolfram emitują fotoelektrony przy naświetlaniu promieniowaniem nadfioletowym, natomiast sód, cez, wapń i bar reagują na naświetlanie światłem widzialnym.

Istnieje taki potencjał hamujący V_0 dla którego natężenie prądu w fotokomórce spadnie do zera.

Potencjał hamowania jest wprost proporcjonalny do częstotliwości. Im większa częstotliwość padającego promieniowania, tym większy potencjał hamujący.



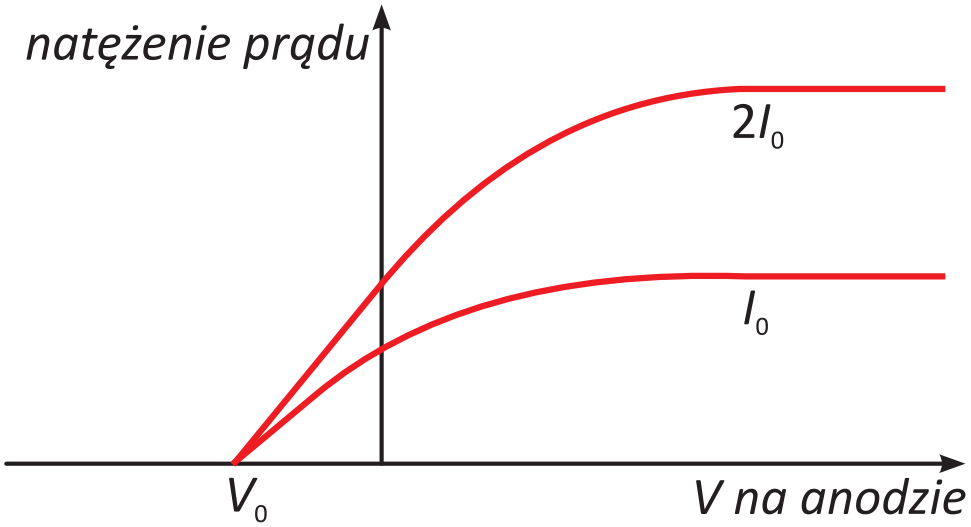
Częstotliwość światła dla której zachodzi warunek: $h\nu_{gr} = W$ nazywamy częstotliwością graniczną. Poniżej tej częstotliwości zjawisko fotoelektryczne nie zajdzie.

Energia pola hamującego jest miarą energii kinetycznej elektronu: $eU = \frac{mv^2}{2}$.

Stąd: $h\nu = eU + W$.

Czyli: $U = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$, gdzie:

h/e – to tangens nachylenia prostej zależności potencjału hamowania od częstotliwości.

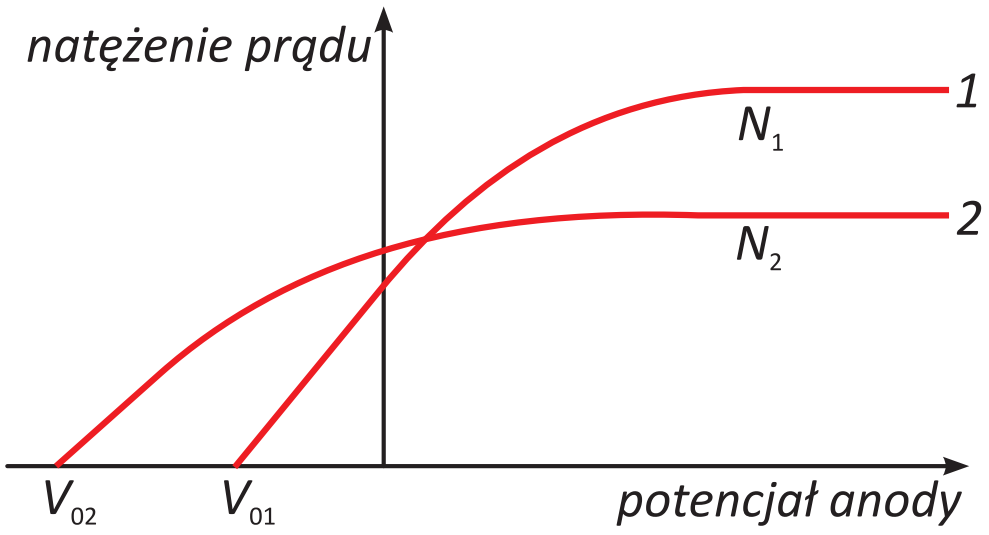


V_0 – potencjał całkowitego zahamowania elektronu na katodzie

I_0 – natężenie oświetlenia fotokatody

Przy dwukrotnym wzroście natężenia oświetlenia fotokatody obserwujemy dwukrotny wzrost natężenia prądu nasycenia płynącego przez fotokomórkę. Zwiększenie częstotliwości nie powoduje zwiększenia natężenia prądu fotoelektrycznego tylko zwiększenie wartości bezwzględnej potencjału hamowania.

Przy zachowaniu stałego natężenia oświetlenia obserwujemy zmalenie liczby wybijanych elektronów i zmalenie natężenia płynącego prądu. Całkowita energia promieniowania: $E = nh\nu$. Jeżeli E=const, $\nu \nearrow$, n $(liczba\ kwantów) \searrow$.



N – liczba padających kwantów. Gdy $\nu_1 < \nu_2$, $N_1 > N_2$. Natężenie światła jest związane z ilością fotonów, natomiast energia pojedynczego fotonu zależy tylko od częstotliwości.

Masę fotonu liczymy z porównania:$E = h\nu$ oraz $E = mc^2$.

Otrzymujemy:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

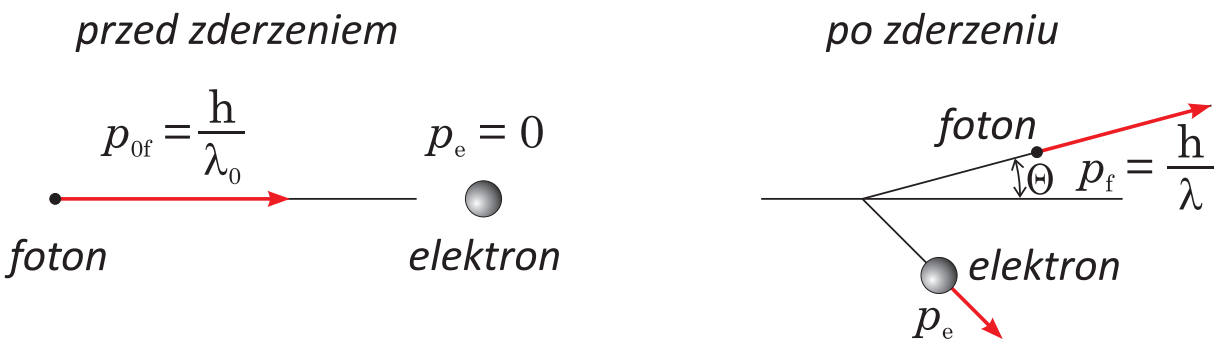
Pęd fotonu:

$$p = m \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\frac{c}{\nu}} = \frac{h}{\lambda}$$

Ostatnia równość wyraża związki miedzy falowymi i korpuskularnymi własnościami fotonów.

Foton tym różni się od zwykłej cząstki, że istnieje tylko w ruchu i w próżni ma prędkość światła. Foton nie ma masy spoczynkowej.

Efekt Comptona – zmiana długości fali elektromagnetycznej w wyniku rozpraszania jej na swobodnych elektronach.



Zależność zmiany długości fali od kąta rozpraszania wyznaczyć można z zasady zachowania pędu i energii (zakładamy, że zderzenie jest sprężyste):

Prawo zachowania energii wygląda następująco: $\frac{hc}{\lambda_0} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda} + c\sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2}$

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - cos\theta)$$

Przesuniecie Comptona $\Delta\lambda$ zależy tylko od kąta rozproszenia, a nie zależy od początkowej długości fali.

Wielkość $\Lambda = \frac{h}{m_0 c}$ nazywamy komptonowską długością fali. Wynosi ona 2.43 pm.

Strata energii w zjawisku Comptona jest tym większa, im długość fali padającego promieniowania mniejsza.

Dualizm korpuskularno-falowy

W zjawiskach takich jak interferencja, dyfrakcja fala elektromagnetyczna wykazuje typowe własności falowe. Natomiast wyjaśnienie takich zjawisk jak efekt fotoelektryczny, czy zjawisko Comptona wymaga przyjęcia, że fala elektromagnetyczna ma naturę korpuskularną (jest strumieniem cząstek zwanych fotonami).

Teoria de Broglie'a

Nasz wszechświat składa się wyłącznie ze światła i materii. Dualizm korpuskularno falowy jest własnością charakterystyczna nie tylko dla fali elektromagnetycznej, ale również dla cząstek o masie spoczynkowej różnej od zera. Fale te nazwał falami materii:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Hipoteza ta została potwierdzona doświadczalnie przez C. Davissona i L. Gremera (wiązka elektronów rozproszona na naturalnej siatce dyfrakcyjnej daje obraz dyfrakcyjny) oraz G. P. Thomsona (podczas przechodzenia szybkich elektronów przez metalową folię grubości około mikrona powstaje obraz dyfrakcyjny).

Podobnie jak fotony, elektrony również inne obiekty mikroświata wykazują zarówno własności falowe jak i korpuskularne.

Postulat de Broglie'a związał elektron ze stojącą fala materii i uzasadnił reguły kwantowania Bohra tworząc fundament współczesnej teorii opisu stanów atomowych. Postulat niestety nie dawał odpowiedzi na pytanie w jaki sposób rozchodzą się fale materii, nie podawał postaci funkcji falowej opisującej fale materii. Problem został wyjaśniony przez Heisenberga i Schrödingera.

Dane tablicowe:

Stała Boltzmanna	$k = 1{,}38064 \cdot 10^{-3}$ J/K
Masa elektronu	$m_e = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}$kg
Masa protonu	$m_p = 1{,}67262163 \cdot 10^{-27}$kg
Stała Plancka	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s
Ładunek elektronu	$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

Jednostki:

1 eV = 1 e · 1 V ≈ $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J
1 J ≈ $6{,}241 \cdot 10^{18}$ eV
1cm^{-1} ≈ $1{,}24 \cdot 10^{-4}$ eV
1eV ≈ 8065,54 cm^{-1}
1 Hz ≈ $3{,}33 \cdot 10^{-11}$ cm^{-1}
1 nm = 10^{-9} m
1 nm = 10 Å
1 Å = 10^{-10} m

ZADANIA

Zadanie 1. Ciało doskonale czarne w postaci kuli o promieniu R=5cm w stałej temperaturze T promieniuje energię w ilości 83,7kJ/min. Obliczyć temperaturę ciała T.

Zadanie 2. Ziemia traci 90,81kJ na sekundę z każdego m^2 powierzchni. W jakiej temperaturze ciało doskonale czarne traciłoby taką samą ilość energii wskutek wypromieniowania?

Zadanie 3. Jaką moc należy dostarczyć kuli doskonale czarnej o promieniu R=3cm, aby jej temperatura wynosiła stale t=30C, jeżeli temperatura otoczenia t_1=20C? Zakładamy, że kula traci energię jedynie przez wypromieniowywanie.

Zadanie 4. Przy jakiej długości fali przypada maksimum promieniowania Słońca, jeśli temperatura powierzchni Słońca wynosi T=5750 K?

Zadanie 5. Przy jakiej długości fali przypada maksimum promieniowania ciała doskonale czarnego, którego temperatura jest równa temperaturze ciała ludzkiego t=37C?

Zadanie 6. W czasie podgrzewania ciała doskonale czarnego maksimum promieniowania przesunęło się od długości fali λ=0,7μm do λ=0,5μm. Ile razy wzrosła moc wypromieniowania ciała?

Zadanie 7. Jaką ilość energii wysyła powierzchnia $1m^2$ ciała doskonale czarnego w ciągu jednej sekundy, jeżeli wiadomo, że maksimum promieniowania przypada na długość fali λ=0,5μm.

Zadanie 8. Średnica spirali wolframowej w elektrycznej lampie oświetleniowej wynosi D=0.3mm, długość zaś l=10cm. Lampa włączona jest doleci obwodu elektrycznego o napięciu U=220V i przez lampę płynie prąd o natężeniu I=0,28A. Obliczyć temperaturę spirali zakładając, że ciepło jest tracone jedynie przez wypromieniowanie, przy czym zdolność emisji spirali wolframowej wynosi k=04 zdolności emisji ciała doskonale czarnego.

Zadanie 9. Obliczyć jaką ilość energii γ otrzymuje w ciągu 1 min powierzchnia $1m^2$ w górnej warstwie atmosfery Ziemi wskutek promieniowania Słońca, jeżeli temperatura powierzchni Słońca wynosi 5750K, promień Słońca r = 695,6 Mm. Zakładamy, że Słońce promieniuje tak, jak ciało doskonale czarne. Odległość Ziemi od Słońca równa się $1{,}405 \cdot 10^8$ km. Jaką energię E wysyła Słońce w ciągu jednej minuty?

Zadanie 10. Wyrazić wzór Plancka

$$u(\lambda) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}$$

używając ν - częstotliwości fali.
Skorzystać z tego, że $u(\lambda)d\lambda = -u(v)dv$

Zadanie 11. Korzystając z prawa promieniowania Plancka, wykazać prawo przesunięć Wiena

$$\lambda_{max} T = b = 2.897 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$$

Wskazówka: skorzystać z warunku dla ekstremum funkcji $\frac{d}{d\lambda} u(\lambda) = 0$

Zadanie 12. Zgodnie z prawem Plancka zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego dana jest wzorem

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

Udowodnić, że z prawa Plancka wynika

a) prawo Stefana Boltzmanna
b) prawo przesunięć Wiena

Zadanie 13. Według teorii Plancka zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego wyraża się wzorem

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

Wykazać, że wzór ten przechodzi dla niskich częstotliwości $h\nu \ll kT$ we wzór Rayleigha – Jeansa :

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

Wskazówka: $e^{\frac{h\nu}{kT}}$ rozwinąć w szereg Maclaurina

Zadanie 14. Znaleźć związek między zdolnością emisyjną $\varepsilon_T(\nu)$ i gęstością objętościową energii $U_T(\nu)$ promieniowania cieplnego ciała czarnego (we wnęce).

(Odp: $\varepsilon_T(\nu) = (c/4)\, U_T(\nu)$)

Zadanie 15. Korzystając z wyniku poprzedniego zadania i z prawa Stefana-Boltzmana znaleźć zmianę entropii promieniowania ciała doskonale czarnego, wypełniającego wnękę o objętości $V=10dm^3$, przy wzroście temperatury od $T_1=300K$ do $T=600K$

Zadanie 16. Wiemy, że oko ludzkie odbiera promieniowanie elektromagnetyczne o długościach fali z przedziału (380 nm; 780 nm). Z kolei nietoperze mają oczy wrażliwe na zakres od ok. 310 nm do ok. 600 nm (czyli widzą też w UV, choć nie rozróżniają barw – cały zakres fal widzą one dzięki jednemu światłoczułemu barwnikowi – rodopsynie) Obliczyć jakiemu zakresowi energii fotonów odpowiadają te przedziały? (wynik podać w jednostkach: J i eV)

Zadanie 17. Do jakiej części widma elektromagnetycznego należą długości fal fotonów o energiach: 1MeV, 100eV, 1eV, 0,01eV?

Zadanie 18. (Kolka 2.8) Próg czułości ludzkiego oka dla swiatła zielonego (λ=510nm) jest w przyblizeniu równy $E=2{,}93 * 10^{-17}$J/s. Ile fotonów na sekundę musi wpaść do oka, aby jeszcze wywołać wrazenia świetlne? Jaki pęd „wnoszą" one do oka?

Zadanie 19. Obliczyć masę fotonu

a) Promieniowania gamma o $\lambda_1 = 10^{-3}$nm
b) Światła żółtego λ_2=589 nm
c) Fal radiowych λ_3 =100 m

Zadanie 20. Lampa sodowa świeci tak, że jej moc promieniowania wynosi P= 100W. Długość fali światła żółtego wysyłanego przez lampę wynosi λ=589 nm. Ile fotonów n wysyła lampa w ciągu t=1s?

Zadanie 21. Obliczyć długość fali fotonu, którego masa jest równa masie spoczynkowej
a) elektronu
b) protonu
Do jakiego zakresu długości fal widma elektromagnetycznego należą obliczone długości fal?

Zadanie 22. Obliczyć temperaturę, w której średnia energia kinetyczna cząsteczek gazu jednoatomowego jest równa energii fotonu w dalekiej podczerwieni o długości fali $\lambda = 3 \cdot 10^{-5}$ m.

Zadanie 23. Obliczyć graniczną długość fali λ_g zjawiska fotoelektrycznego dla srebra, dla którego praca wyjścia W = 4,7eV.

Zadanie 24. Obliczyć pracę wyjścia W elektronów cezu, dla którego graniczna długość fali zjawiska fotoelektrycznego wynosi λ_g = 660 nm. Wynik podać w jednostkach J i eV.

Zadanie 25. Jaka część energii fotonu padającego na powierzchnię metalu przypada na wyrwanie elektronu z metalu, jeśli energia kinetyczna wylatujących elektronów wynosi 1,2 eV, a graniczna długość fali zjawiska fotoelektrycznego wynosi λ_g = 260 nm?

Zadanie 26. Graniczna długość fali zjawiska fotoelektrycznego dla cezu wynosi λ_g = 660 nm. Oblicz maksymalną prędkość wybijanych elektronów przy oświetleniu cezu światłem o długości fali λ = 550 nm.

Zadanie 27. Na powierzchnię platyny pada w próżni promieniowanie nadfioletowe o długości fali λ = 150 nm. Aby fotoprąd nie płynął, należy przyłożyć napięcie hamujące nie mniejsze niż U=1,8eV. Obliczyć pracę wyjścia W elektronu z platyny.

Zadanie 28. Wartość potencjału hamującego fotoelektrony wyzwalane z powierzchni platyny promieniami o długości fali 203 nm wynosi 0.8 V. Znaleźć:

a) pracę wyjścia elektronów z platyny

b) maksymalną długość fali (tzw. czerwona granicę), przy której może jeszcze pojawić się fotoefekt.

Zadanie 29. Jaka jest maksymalna energia kinetyczna elektronów wybijanych z powierzchni płytki wykonanej z cynku przez światło z lampy rtęciowej o długości fali 2537 Å, jeśli wiadomo, że praca wyjścia dla cynku wynosi 4,3 eV.

Zadanie 30. Na powierzchnię metalu padają kwanty γ o długości fali 0,0012 nm. W porównaniu z ich energią praca wyjścia elektronów jest tak mała, że można ją zaniedbać. Jaka będzie prędkość wylotu elektronów policzona ze wzoru Einsteina dla zjawiska fotoelektrycznego? Jak wyjaśnić otrzymany wynik ?

Zadanie 31. Na płytkę cynkową pada pod kątem α foton o długości fali λ i wybija z niej elektron. Znaleźć wartość pędu przekazanego płytce w tym procesie, jeśli fotoelektron wyleciał pod kątem β.

Zadanie 32. Wyznaczyć maksymalna liczbę elektronów wyrwanych z powierzchni metalowej kuli o promieniu R jeśli będziemy oświetlać ją monochromatycznym promieniowaniem o długości fali λ. Kula znajduje się w próżni z dala od innych przedmiotów, a praca wyjścia dla tego metalu wynosi *W*.

Zadanie 33. Kula wykonana ze srebra, oddalona od innych ciał, oświetlana jest promieniowaniem monochromatycznym o długości fali λ = 150 nm. Graniczna długość fali dla srebra wynosi λg= 260nm. Obliczyć maksymalną prędkość fotoelektronów opuszczających powierzchnię kuli oraz maksymalny potencjał, jaki uzyska kula w wyniku fotoefektu.

Zadanie 34. Długofalowa granica zjawiska fotoelektrycznego dla platyny wynosi λ_g = 198nm w temperaturze pokojowej. Po ogrzaniu platyny do wysokiej temperatury, długofalowa granica zjawiska fotoelektrycznego wzrosła do λ_g = 220 nm. Znaleźć wartość względnej i bezwzględnej zmiany pracy wyjścia , wywołanej wzrostem temperatury.

Zadanie 35. Wiązka promieniowanie z lasera helowo-kadmowego o długości fali 325 nm i o mocy 5mW wybija elektrony z powierzchni cezu, przy czym napięcie hamujące wynosi 1.91 V.

a) Jaka jest praca wyjścia dla cezu wyrażona w elektronowoltach?
b) Jakie byłoby napięcie hamujące, gdyby promieniowanie padające miało moc 10,0 mW?

Zadanie 36. W doświadczeniu wyznaczono zależność wartości napięć hamujących dla fotoelektronów wytworzonych przez linie rtęci 253.7 nm. Wyniki przedstawiono w tabeli. Na ich podstawie sporządzić wykres i wyznaczyć z niego wartość stałej Plancka oraz pracę wyjścia dla metalu użytego w doświadczeniu.

#	λ [10^{-7} m]	U_h [V]
1	5,46	0,4
2	4,92	0,6
3	4,36	0,9
4	4,05	1,2
5	3,69	1,5
6	3,13	2,1

Zadanie 37. Wyznaczyć napięcie przyłożone w lampie rentgenowskiej, która daje krótkofalową granicę widma, równą $1{,}0 \cdot 10^{-10}$ m.

Zadanie 38. Jaka jest największa energia promieniowania X emitowanego z metalowej tarczy bombardowanej elektronami o energii 40 keV?

Zadanie 39. Ile wynosi maksymalna częstość promieniowania X powstającego w wyniku przyspieszenia elektronów napięciem 20 000 V?

Zadanie 40. Długość fal charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego oblicza się na podstawie wzoru podanego przez Moseleya:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-a)^2\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2}\right)$$

gdzie : *R*- stała Rydberga, *Z* – liczba atomowa pierwiastka, *a* – stała (to jest tzw. stała ekranowania, związana z tym, że w atomie na elektron działa nie tylko ładunek jądra, lecz również ładunki innych elektronów). Gdy *l*=1, a *k*=2,3,…, linie należą do serii K, gdy *l*=2, a *k*=3,4,…, linie należą do serii L, itd. Dla linii K_α, pierwszej w serii K (*l*=1, *k*=2), stała ekranowania $a \approx 1$. Zatem ze wzoru Moseleya długość fali wynosi: $\lambda = \frac{4}{3R(Z-1)^2}$, czyli zachodzi liniowa relacja pomiedzy kwadratowym pierwiastkiem z częstotliwości linii K_α i liczbą atomową *Z*:

$$\sqrt{\nu} = \frac{\sqrt{3Rc}(Z-1)}{2}$$

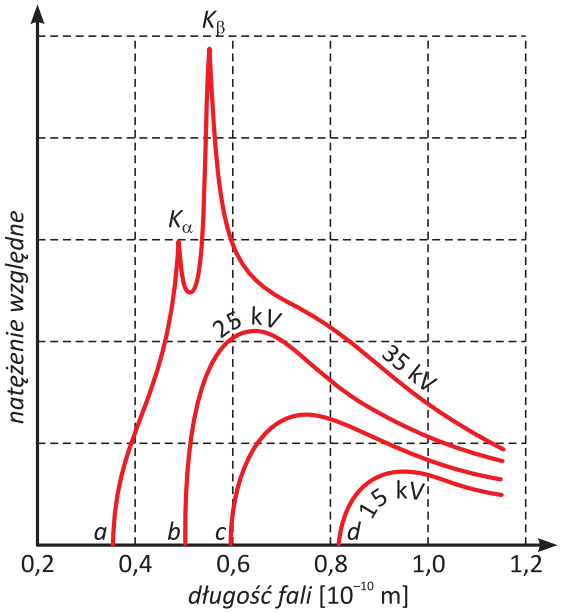
Mierząc dla różnych pierwiastków długość fali K_a, można wyznaczyć liczbę atomową Z. Badanie charakterystycznego widma rentgenowskiego pewnego pierwiastka wykazało, że dla linii K_α długość fali wynosi7,6nm. Podać jaki to pierwiastek.

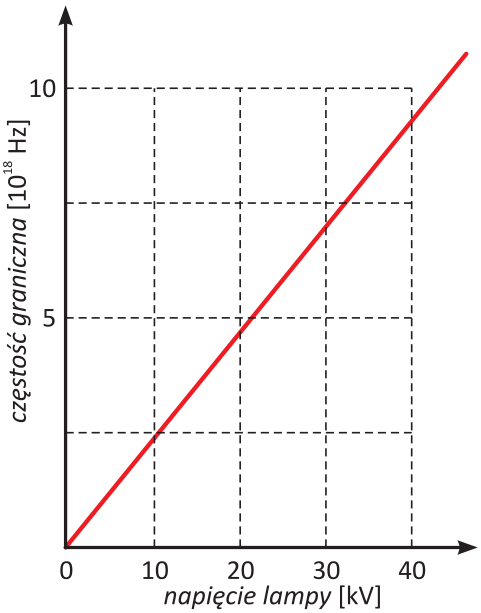
Zadanie 41. Obliczyć energię E fotonu dla linii K_α molibdenu, dla którego liczba atomowa *Z* = 42.

Zadanie 42. Obliczyć stałą ekranowania (patrz poprzednie zadania) wolframu (Z=74) wiedząc, ze przy emisji linii L_α długość fali wynosi λ = 1,43Å.
Stała Rydberga wynosi $R=1{,}097*10^7 m^{-1}$.

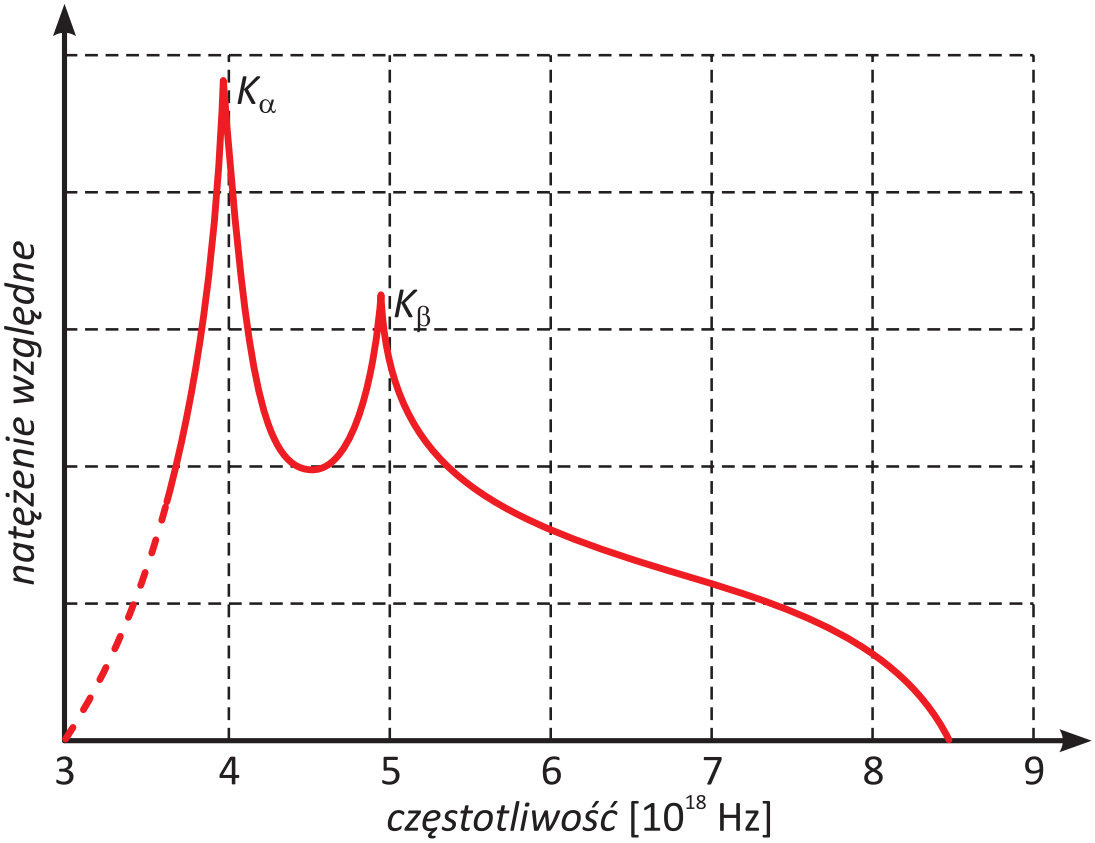
Zadanie 43. Lampa rentgenowska o niklowej (Z=28) antykatodzie daje widmo, w którym różnica długości fali linii K_α i granicy krótkofalowej widma ciągłego wynosi Δλ=0,84Å. Obliczyć napięcie przyłożone do lampy.

Zdanie 44. Po zwiekszeniu napięcia na lampie rentgenowskiej od V1=10kV do V2=20KV różnica długości fali linii K_α i krótkofalowej granicy widma ciągłego zwiększyła się 3 razy. Obliczyć liczbę porządkową pierwiastek, z którego została wykonana antykatoda tej lampyZadanie45. Korzystając z rysunku wyznaczyć maksymalną energię kinetyczną elektronów, które powodują powstanie widm promieniowania X, kończących się w punktach a, b, c, d.





Zadanie 46. Na rysunku przedstawiono widmo promieniowania X hipotetycznego metalu. Zakładając, że energia potrzebna do usunięcia elektronu z powłoki K wynosi 20 keV wyznaczyć na podstawie rysunku
a) energię potrzebną do usunięcia elektronu z powłoki L
b) maksymalną energię kinetyczną elektronów padających na tarczę



Zadanie 47. Obliczyć największą długość fali λ serii *K* charakterystycznego widma rentgenowskiego platyny, dla której $Z = 78$.

Zadanie 48. W pewnym laboratorium jako osłonę przed promieniowaniem Roentgena stosuje się płytkę ołowianą o grubości d=0,5cm. Jakiej grubości powinna być płytka z glinu, aby uzyskać takie samo stłumienie tej wiązki. Liniowe współczynniki tłumienia wynoszą: $\mu_{Pb}=52{,}5\text{cm}^{-1}$, $\mu_{Al}=0{,}765\text{cm}^{-1}$.

Wsakazówka: skorzystać z prawa Bougera-Lamberta

Zadanie 49. Po przebyciu w powietrzu odległości x=14cm promienie Roentgena ulegają dwukrotnemu osłabieniu. Obliczyć liniowy współczynnik osłabienia.

Zadanie 50. Natężenie promieni Roentgena należy zmniejszyć 100 razy. Poprzez ile warstw połowicznego osłabienia (tzn dwukrotnie zmiejszajacych pierwotne natężenie) należy je przepuścić?

Zadanie 51. Odbicie braggowskie pierwszego rzędu pojawia się w wyniku odbicia monochromatycznego promieniowania X padającego pod kątem 30° na kryształ soli kamiennej (NaCl). Wyznaczyć długość fali padającego promieniowania X.
(dla NaCl: $d = 2{,}82\cdot10^{-10}$m).

Zadanie 52. Znaleźć kąty odbłysku dla powierzchni kryształu sylwinu (KCl), d = $2{,}82 \cdot 10^{-10}$ m, odpowiadające pierwszemu i drugiemu rzędowi odbicia braggowskiego dla promieniowania X o długości fali $\lambda = 5{,}8 \cdot 10^{-11}$ m.

Zadanie 53. Stała sieci krystalicznej, czyli odległość między płaszczyznami atomów w krysztale wynosi d = 0.3 nm. Promieniowanie rentgenowskie padające na kryształ ma długość fali λ = 0,06 nm. Obliczyć kąty, dla których obserwuje się pierwsze i drugie maksimum.

Zadanie 54. Kryształy NiO o masie cząsteczkowej M = 74,69 i gęstości ρ = 7,45 g/cm^3 mają prostą strukturę regularną typu NaCl. Wyznaczyć kąt pod którym musi być zorientowany kryształ NiO względem padającego promieniowania X o długości fali $\lambda = 2 \cdot 10^{-10}$m, aby powstało odbicie Bragga pierwszego rzędu.

Zadanie 55. Jeśli na kryształ soli kuchennej pada wiązka promieni rentgenowskich o długości fali λ_1 = 0,2 nm, to pierwsze maksimum obserwuje się dla kąta $\phi_1 = 21°6'$, a gdy na ten sam kryształ soli kuchennej pada wiązka promieni rentgenowskich o nieznanej długości fali λ_2, to pierwsze maksimum obserwuje się dla kata $\phi_2 = 14°30'$. Obliczyć λ_2.

Zadanie 56. Wiązka promieni Roentgena otrzymana z lampy, do której przyłożono napięcie U=45KeV, pada na kryształ kalcytu. Najmniejszy kat odbłysku, przy którym można zauważyć odbicie $\phi = 2°36'$. Obliczyć odległość między płaszczyznami kalcytu.

Zdanie 57. Wiązka promieni X pada na monokryształ NaCl. Najmniejszy kąt odbłysku równy jest $\phi = 4{,}1°$. Wiedząc, że odleg łość miedzy płaszczyznami węzłowymi kryształu jest d=0,28nm, obliczyć napięcie przyłożone do lampy rentgenowskiej.

Zadanie 58. Długość fali krótkofalowej granicy ciągłego widma rentgenowskiego wynosi λ_m=0,0028nm. Obliczyć prędkość elektronów dolatujących do antykatody lampy.

Zadanie 59. Promieniowanie X o długości fali $4{,}0 \cdot 10^{-12}$ m rozprasza się na kawałku węgla. Obliczyć pęd fotonu rozproszonego pod kątem 30° i energię kinetyczną elektronu odrzutu.

Zadanie 60. Na tarczę padają fotony o długości fali $2{,}4 \cdot 10^{-12}$ m, a fotony rozproszone rejestrowane są pod kątem 60°. Obliczyć długość fali rozproszonych fotonów i kąt, pod którym są rozpraszane.

Zadanie 61. W pewnym eksperymencie padające fotony o energii 0,2 MeV są rozpraszane pod kątem 90° względem wiązki padającej. Jaka jest energia rozproszonych fotonów i elektronów odrzutu? Wynik podać w MeV. Pokazać, że energia jest zachowana.

Zadanie 62. Jaka jest różnica między fotonami rozproszonymi na elektronach i protonach? Ile wynosiłoby przesunięcie długości fali promieniowania gamma, o $\lambda = 2 \cdot 10^{-13}$m, rozproszonego na protonie pod katem prostym?

Zadanie 63. Promieniowanie rentgenowskie o nieznanej długości fali λ_1 pada na lekki atom i ulega rozproszeniu pod znanym kątem i dalej rozchodzi się jako promieniowanie o większej i znanej długości fali λ_2. Obliczyć energię i pęd fotonu promieniowania padającego.

Zadanie 64. Określić jaką część swojej energii przekaże foton o długości fali λ elektronowi swobodnemu podczas zderzenia powodującego zmianę kierunku ruchu fotonu o kat 90°. Obliczenia wykonać dla przypadków, gdy energia fotonu przed zderzeniem jest równa

$E_1 = m_0c^2$ oraz $E_1 = 0{,}25 \cdot m_0c^2$. Obliczyć kąt, jaki tworzy wektor prędkości elektronu z kierunkiem prędkości fotonu.

Zadanie 65. Wskutek centralnego zderzenia fotonu z elektronem swobodnym długość fali fotonu zwiększyła się trzykrotnie. Obliczyć długość fali tego fotonu przed zderzeniem. Obliczyć także pęd i prędkość elektronu [z relatywistycznego związku energii kinetycznej elektronu z energią fotonu (przed i po zderzeniu)]

Zadanie 66. Określić energię i długość fali fotonu, który podczas zderzenia ze swobodnym elektronem może stracić połowę swojej energii.

Zadanie 67. Promieniowanie Roentgena o energii $E_1 = 0{,}5 \cdot m_0c^2$ może wywołać zarówno zjawisko Comptona, jak i fotoelektryczne. Określić jak różni się największa energia elektronów odrzutu Comptona od energii fotoelektronów.

Zadanie 68. Jaka jest maksymalna zmiana długości fali fotonu o energii $E\gamma = 1$ MeV w wyniku jego rozproszenia na swobodnym elektronie. Jaką maksymalną energię jaką uzyska odrzucony elektron?

Zadanie 69. Pokazać, że elektron swobodny nie może przejąć całej energii padającego na niego fotonu, czyli nie może pochłonąć fotonu.

Zadanie 70. Foton o długości fali 0,1nm „zderza się" ze swobodnym elektronem. Wiedząc, że rozproszenie zaszło w kierunku przeciwnym do kierunku padania fotonu obliczyć energię, jaką elektron otrzymał od fotonu.

Zadanie 71. Foton o długości fali 1Å „zderza się" centralnie ze słabo związanym elektronem. Jaką część energii padającego fotonu pobrał elektron?

Zadanie 72. Znaleźć energię kwantu promieniowania, który w wyniku rozproszenia na swobodnym elektronie zwiększy dwukrotnie swoją długość fali

Zadanie 73. Jaką część swojej energii straci foton przy „zderzeniu" centralnym ze swobodnym elektronem, jeżeli energia fotonu przed zderzeniem równa jest energii spoczynkowej elektronu?

Zadanie 74. Obliczyć wartość pędu elektronu odrzutu przy rozproszeniu fotonu pod kątem prostym do kierunku prędkości fotonu przed zderzeniem. Długość fali odpowiadająca fotonowi przed rozproszeniem wynosi λ_0=0,05Å.

Zadanie 75. Foton posiadający pęd p=60keV/c, gdzie c jest prędkością światła w próżni, uległ rozproszeniu pod kątem ϕ=120˚ i wyzwolił z atomu molibdenu elektron. Przyjmując, że przed tym zderzeniem energia kinetyczna elektronu była pomijalnie mała oraz, że jego energia wiązania była równa W=20keV, obliczyć energię kinetyczną fotoelektronu.

Zadanie 76. Foton o częstotliwości ν_0 został rozproszony na elektronie pod kątem ϕ do pierwotnego kierunku. Znaleźć kąt α, pod którym odrzucony został elektron.

Zdanie 77. Foton o długości fali λ_0=0,05Å został rozproszony na nieruchomym elektronie swobodnym. Znaleźć kąt między kierunkiem ruchu elektronu odrzutu i rozproszonego fotonu, jeżeli comptonowskie przesunięcie długości fali $\Delta\lambda$ = 0,012Å

Zadanie 78. Wykazać na podstawie praw zachowania, ze elektron swobodny nie może emitować fotonów.

Zdanie 79. Foton o energii E =0.75MeV został rozproszony na swobodnym elektronie pod katem $\phi=60^{\circ}$. Przyjmując, że energia kinetyczna i pęd elektronu przed „zderzeniem" z fotonem były pomijalnie małe, obliczyć:

a) energię E' rozproszonego fotonu
b) energię kinetyczną elektronu odrzutu
c) kierunek prędkości elektronu odrzutu

Zadanie 80. Na szczelinę o szerokości a $=10^{-6}$m pada równoległa wiązka elektronów z prędkością v=3,65*10^{6}m/s dając na ekranie odległym o L=0,1m obraz dyfrakcyjny. Uwzględniając falowy charakter elektronów, obliczyć odległość między dwoma maksimami pierwszego rzędu.

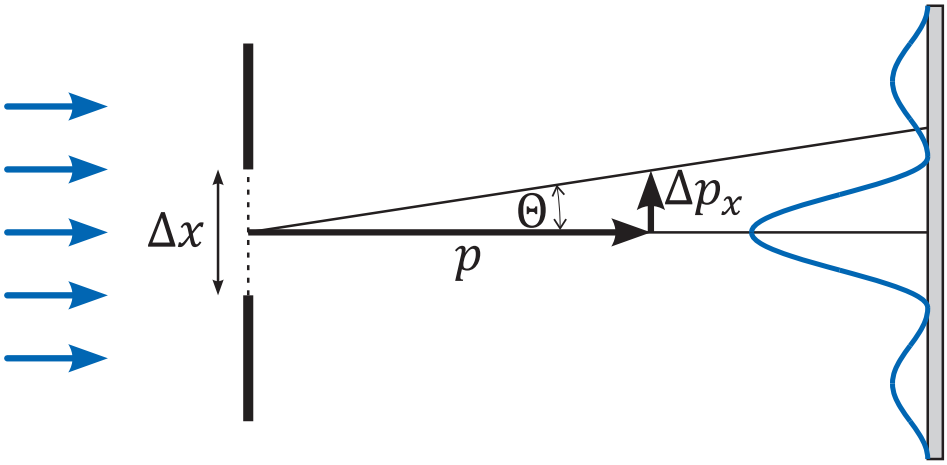
Zadanie 81. Obliczyć energię kinetyczną elektronów padających na przesłonę z dwiema wąskimi szczelinami, jeżeli wiadomo, ze na ekranie odległym o L=0,75m odległość między dwoma sąsiednimi maksimami obrazu dyfrakcyjnego Δx=7,5μm. Odległość między szczelinami wynosi d=25μm

Zadanie 82. Proton porusza się posiadając energię kinetyczną $E_k=10^{14}$ eV. Uwzględniając efekty relatywistyczne obliczyć

a) prędkość protonu
b) odpowiadająca mu długość fali de Broglie'a

Zadanie 83. Obliczyć prędkość elektronu o energii kinetycznej E_k=0,511MeV oraz długość fali de Broglie'a, jaką należy temu elektronowi przyporządkować. Do jakiej wartości musiałaby wzrosnąć prędkość tego elektronu, aby odpowiadajaca mu długość fali zmniejszyła się o połowę?

1. Zasada nieoznaczoności Heisenberga



Zasada ta jest konsekwencją falowo-korpuskularnej natury materii. W mechanice klasycznej w każdej chwili mamy określone pęd i położenie cząsteczki poruszającej się po określonym torze. Mikrocząstki, mające również naturę falową różnią się od cząstek klasycznych.

Zasada nieoznaczoności Heisenberga mówi, że nie możemy jednocześnie dokładnie określić współrzędnej i odpowiadającego jej pędu.

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$$

Zasada ta jest jedną z podstawowych zasad fizyki. W teorii kwantowej rozpatruje się też zasadę nieoznaczoności dla energii i czasu:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

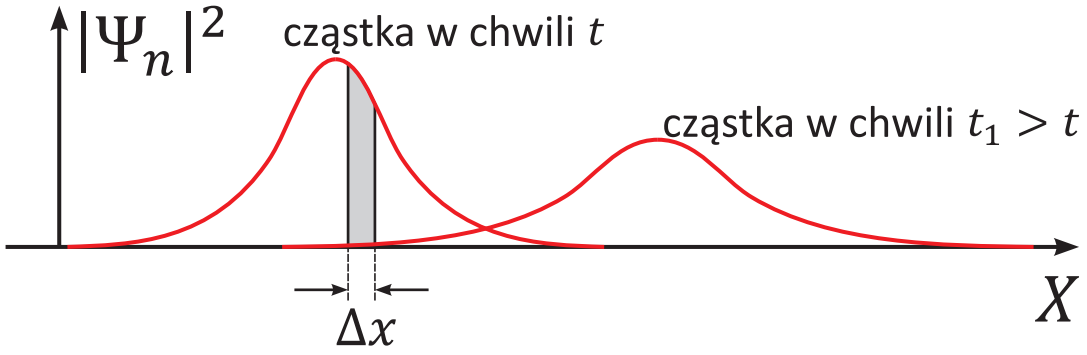
Jeżeli pomiaru wartości energii cząstki dokonujemy po czasie Δt, to będzie on obarczony niepewnością $\Delta E = \hbar/\Delta t$.

Mierząc szerokość linii widmowej można ocenić rząd wielkości czasu, w którym atom istnieje w stanie wzbudzonym.

2. Funkcja falowa.

Funkcja falowa opisuje własności falowe cząstki w mechanice kwantowej, niesie w sobie wszystkie informacje o obiekcie. Jest to zespolona funkcja współrzędnych przestrzennych i czasu $\Psi(x, y, z, t)$. Jest funkcja ciągłą, skończoną i ma ciągła pochodną. Sens fizyczny ma

kwadrat modułu funkcji falowej. Wielkość $|\Psi|^2$ w dowolnym punkcie przedstawia miarę prawdopodobieństwa, że cząstka znajdzie się w pobliżu tego punktu to znaczy w jakimś obszarze wokół tego punktu np.: przedziale *x*, *x*+Δ*x*.



$$P(x, x + \Delta x) = \Delta P = |\Psi|^2 \Delta x$$

Prawdopodobieństwo tego, że cząstka znajduje się gdziekolwiek w objętości *V* wynosi 1. Stąd warunek normalizacji funkcji falowej:

$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1$$

Ogólne i stacjonarne równanie Schrödingera

Równanie Schrödingera to równanie różniczkowe opisujące zachowanie się układu kwantowego w czasie i przestrzeni.

Ogólne równanie Schrödingera (*zależne od czasu*)*:*

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x, y, z, t)\right]\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

$|\Psi|^2$ – określa prawdopodobieństwo przebywania cząstki w chwili *t* w objętości *dV*.

Stacjonarne równanie Schrödingera:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x, y, z)\right]\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z)$$

gdzie:

Δ – operator Laplace'a, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

U(*x*,*y*,*z*) – energia potencjalna cząsteczki,

E – energia całkowita cząstki,

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$,

Ψ – funkcja falowa spełniająca równanie Schrödingera.

Jednowymiarowe równanie Schrödingera:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+U(x)\right]\Psi(x)=E\Psi(x)$$

Energia potencjalna cząsteczki nie zależy od czasu i dlatego równanie to nazywa się stacjonarnym równaniem Schrödingera.

Rozwiązaniem równania Schrödingera jest możliwe tylko dla pewnych wartości *E*, które nazywamy dozwolonymi energiami układu. Rozwiązując to równanie dla dozwolonych wartości *E*, otrzymujemy funkcje falowe opisujące stany o tych energiach (stany stacjonarne).

Stacjonarne równanie Schrödingera jest równaniem na wartości własne operatora Hamiltona (operator energii całkowitej).

$$\hat{H}\Psi=E\Psi$$

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+U(x,y,z)$$

Ruch cząstki swobodnej.

Podczas ruchu cząstki swobodnej jej energia całkowita pokrywa się z energią kinetyczną. (*U*=0). W przypadku cząstki swobodnej poruszającej się wzdłuż osi 0X równanie stacjonarne Schrödingera przyjmie postać: $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\Psi=0$.

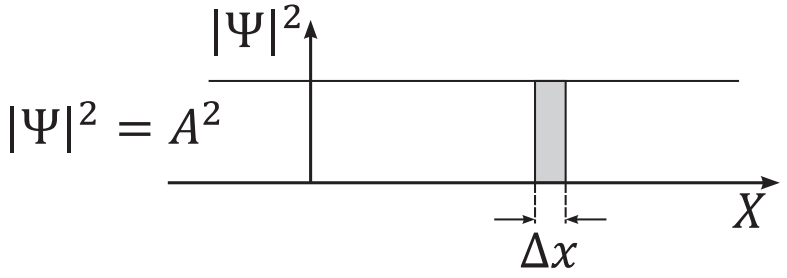
Rozwiązaniem tego równania jest funkcja:$\Psi(x)=Ae^{\pm ikx}$, gdzie *A*-stała, $k=\sqrt{\frac{2Em}{\hbar^2}}$.

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ jest liczbą falową odpowiadającą fali de Broglie'a.

Całkowita energia cząstki $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$.

Ponieważ: $p=\hbar\cdot k$ zależność energii od pędu ma postać: $E=\frac{p^2}{2m}$.

Ponieważ: $\Psi^*\Psi=|A|^2$ Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki swobodnej jest stała w każdym punkcie przestrzeni.



Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w przedziale (x, $x+\Delta x$) na osi 0X wynosi: $P(x, \Delta x) = \Delta P = A^2 \Delta x$.

Cząstka w nieskończenie głębokiej jednowymiarowej jamie potencjału.

W obszarze [0,l] w przypadku jednowymiarowym równanie Schrödingera ma postać taką jak dla cząstki swobodnej:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\Psi = 0$$

Ponieważ cząstka jest uwieziona w jamie potencjału, to odpowiadająca jej fala de Broglie'a jest suma fali biegnącej w prawo i w lewo. Rozwiązaniem równania jest funkcja:

$$\Psi(x) = Ae^{ikt} + Be^{-ikt}$$

Fala opisana funkcją $\Psi(x)$ odpowiada fali stojącej i daje się wyrazić w postaci:

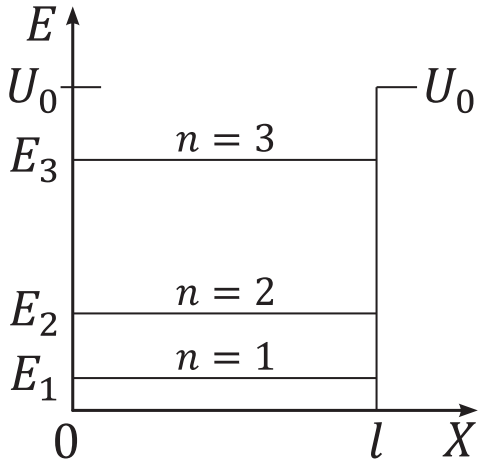
$$\Psi(x) = Csin(kx + \alpha)$$

$$\Psi(0) = \Psi(l) = 0$$

Warunek $\Psi(l) = 0$ jest spełniony tylko dla $kl = n\pi$, gdzie n –liczby całkowite, tzn. spełniony jest warunek:

$$k = \frac{n\pi}{l}$$

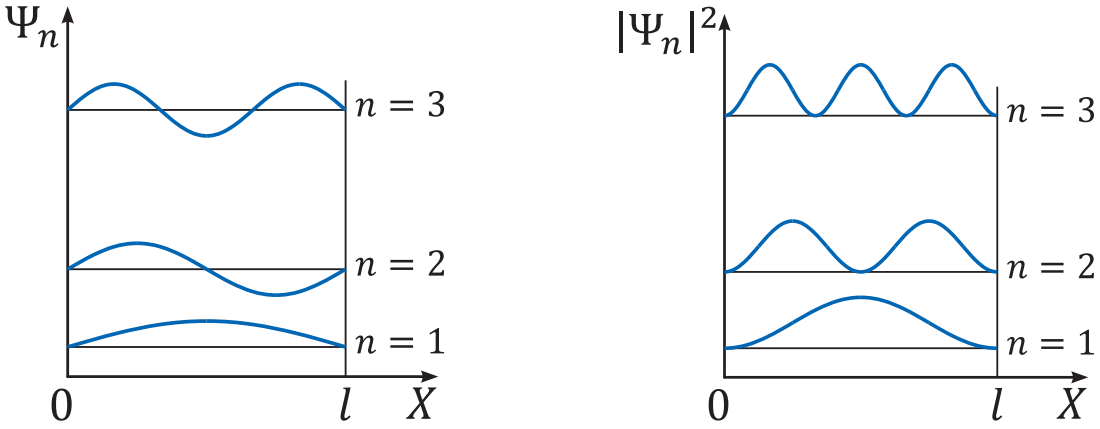
Ostatecznie otrzymujemy wzór na dozwolone energie cząstki wewnątrz nieskończonej jamy potencjału: $E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ml^2}$.



Cząstka w nieskończenie głębokiej studni potencjału może znajdować się tylko na określonym poziomie energetycznym lub inaczej może znajdować się w określonym stanie kwantowym.

Funkcje falowe cząstki wewnątrz nieskończonej jamy potencjału: $\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$

Stała $C=\sqrt{\frac{2}{l}}$ została określona z warunku normalizacyjnego $\int_0^l |\Psi|^2 dx = 1$.



Przerwa energetyczna między dwoma stanami wynosi:

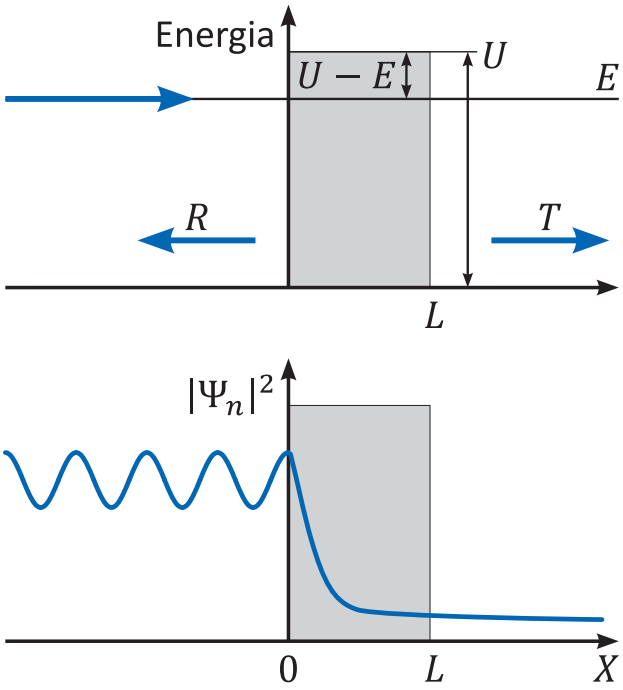
$$E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}(2n+1)$$

Efekt tunelowy. Przechodzenie cząstki przez barierę potencjału.

W zjawisku tym ujawnia się falowa natura cząstki.

Rozważmy barierę potencjału o wysokości *U* i szerokości *L*.

$$\begin{cases} 0 \; dla \; x < 0 \\ U \; dla \; 0 \le x \le L \\ 0 \; dla \; x > L \end{cases}$$



Cząstka klasyczna posiadająca energię E dla $E>U$ bez przeszkód przechodzi nad barierą potencjału. Dla $E<U$ cząstka odbije się od bariery i będzie poruszać się w przeciwnym kierunku co oznacza, że nie jest w stanie przeniknąć przez barierę.

W mikroświecie jest inaczej. Istnieje rożne od zera prawdopodobieństwo, że cząstka przeniknie przez barierę.

Opis tunelowania cząstki otrzymuje się z rozwiązania równania Schrödingera. Funkcja falowa otrzymana z rozwiązania tego równania służy do wyznaczenia gęstości prawdopodobieństwa znajdowania się cząstki w danym miejscu (gęstość prawdopodobieństwa jest równa kwadratowi modułu funkcji falowej $|\Psi|^2$). Gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki za barierą jest stała, tak jak dla cząstki swobodnej.

W celu opisania efektu tunelowego wykorzystuje się pojęcie współczynnika transmisji T bariery potencjału (stosunek natężenia przechodzącego do natężenia padającego)

Współczynnik transmisji dla warunku $\beta L \gg L$ wynosi:

$$T \approx e^{-2\beta L}$$

gdzie:

$\beta = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U-E)}{h^2}}$,

E – energia cząstki.

Wielkość $R=1-T$ nazywamy współczynnikiem odbicia cząstki od bariery potencjału.

Liniowy oscylator harmoniczny

Liniowy oscylator harmoniczny to „układ” o masie *m* wykonujący jednowymiarowe drgania pod wpływem siły sprężystej $F = -kx$. Energia potencjalna takiego oscylatora ma postać:

$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$, gdzie ω- częstość własna drgań oscylatora.

Oscylator harmoniczny w mechanice kwantowej opisany jest równaniem Schrödingera:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}\Psi = E\Psi$$

Równanie to ma rozwiązanie tylko w przypadku, gdy wartości własne energii mają postać:

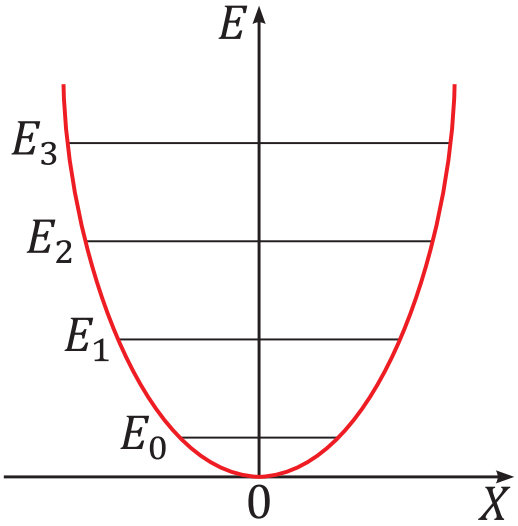
$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

lub podstawiając $\nu = \omega/2\pi$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu$$

gdzie *n*- liczba naturalna.

Energia oscylatora kwantowego może przybierać tylko dyskretne wartości (jest skwantowana). Najmniejsza możliwa wartość energii oscylatora jest różna od zera i wynosi $1/2h\nu$.



3. *Dodatek 1*

Operatory

W mechanice kwantowej każdej wielkości fizycznej przypisuje się pewien operator $\hat{O}$. Jest to zbiór działań matematycznych za pomocą których funkcja wyjściowa Ψ przekształcana jest w inną funkcję X tzn.: $X = \hat{O}\Psi$

Przykłady:

a) $\hat{p}_y\Psi = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\Psi$,

jeśli $\Psi = \cos(ky^2)$, to:

$$\hat{p}_y\Psi = 2\mathrm{i}\hbar\mathrm{kysin}(\mathrm{k}y^2)$$

b) Operator energii całkowitej cząstki: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x,y,z)$, gdzie Δ – operator Laplace'a: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Dozwolone wartości q jakie może posiadać wielkość fizyczna opisana operatorem $\hat{O}$ można wyznaczyć rozwiązując równanie na wartości własne operatora $\hat{O}$:

$\hat{O}\Psi_n = q_n\Psi_n$.

Funkcję spełniającą to równanie nazywamy funkcją własną operatora, a odpowiadającą jej stałą q, wartością własną operatora.

Operator momentu pędu.

Momentowi pędu przypisujemy cztery operatory: operator kwadratu momentu pędu $\hat{L}^2$ oraz operatory rzutu momentu pędu na poszczególne osie układu współrzędnych: $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$. Równocześnie można określić tylko wartość $\hat{L}^2$ oraz jeden z jego rzutów na oś współrzędnych.

Moment pędu jest wielkością skwantowaną.

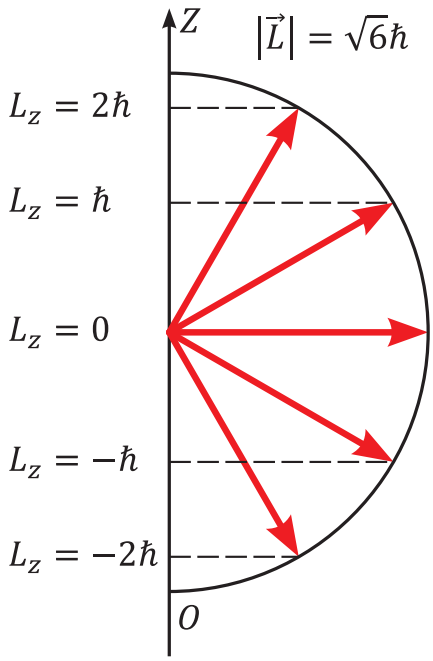
Kwantowanie momentu pędu:

Równanie na wartości własne:

$$\hat{L}^2\Psi_l = L_l^2$$

Dozwolone wartości momentu pędu: $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$, gdzie l= 0,1,2,3…

Kwantowanie rzutu momentu pędu:



Równanie na wartości własne: $-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}\Psi_m = L_z\Psi_m$

Dozwolone wartości rzutu momentu pędu: $L_Z = m_l\hbar$, gdzie: $m_l = 0, \pm 1, \ldots, \pm l$.

Wektor momentu pędu nie może być dowolnie ustawiony w przestrzeni. Jego kierunek względem wybranej osi musi być taki, aby jego rzut na tę oś przyjmował wartości będące całkowitą wielokrotnością $\hbar$.

4. Modele atomu.

Modele atomu:

1) **J.J Thomsona** – atom to równomiernie naładowana dodatnim ładunkiem kula o promieniu ok. 1Å, wewnątrz której wokół swoich położeń równowagi drgają elektrony. Sumaryczny ujemny ładunek elektronów jest równy dodatniemu ładunkowi kuli. Model ten okazał się błędny.
2) **E. Rutherford**a – (doświadczenie z przechodzeniem cząstek α przez cienką złotą folię) – jądrowy model budowy atomu – wokół dodatnio naładowanego jądra w którym skupiona jest masa atomu w obrębie 1 Å krążą po zamkniętych orbitach elektrony. Model Rutherforda okazał się układem niestabilnym.
3) **N. Bohra** – model atomu wodoru. Atom wodoru zawiera jądro o dodatnim ładunku elementarnym i masie atomu wodoru. Dookoła jądra porusza się po torze kołowym elektron. Model atomu wodoru nazywamy planetarnym a tor po którym porusza się elektron orbitą.

   Atomy można w przybliżeniu uważać za kule o średnicach rzędu 10^{-10} m, zaś jądra za kule o średnicach rzędu 10^{-15} m. Cały atom jest około 100000 razy większy od jądra (gdyby atom miał średnicę 100 m to średnica jądra miałaby 1 mm). Cała masa skupiona jest w jądrach atomu a dookoła tych jąder w bardzo dużych odległościach krążą elektrony.

   Jądro przyciąga elektron siłą Coulomba:

$$F = k\frac{e^2}{r^2}$$

   gdzie:

   F – siła kulombowska,

   e – ładunek elementarny,

   r – promień orbity elektronu,

   k – stała elektrostatyczna, $k = 9 \cdot 10^9$ N·m^2/c^2

   Siła ta stanowi siłę dośrodkową: $F_d = \frac{mv^2}{r}$,

   gdzie: m – masa elektronu, v – prędkość elektronu.

   Po porównaniu siły Coulomba z dośrodkową, po wymnożeniu przez r i podzieleniu przez 2 otrzymujemy energię kinetyczną:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{ke^2}{2r}$$

Energia potencjalna dwóch ładunków, równych co do wartości o przeciwnych znakach wynosi:

$$E_p = -\frac{ke^2}{r}$$

gdzie: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Zatem energia całkowita:

$$E_c = E_p + E_k = -\frac{ke^2}{2r}$$

Podobieństwa modelu Bohra do modelu planetarnego są tylko zewnętrze.

Elektrony w atomie wodoru poruszają się po ściśle określonych orbitach na których mieści się całkowita wielokrotność długości fal, towarzyszących zgodnie z teorią de Broglie'a poruszającym się elektronom.

Pierwszy postulat Bohra mówi, że dozwolone są tylko takie orbity, na których moment pędu poruszającego się elektronu równa się całkowitej wielokrotności $\hbar$.

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$\frac{h}{2\pi} = \hbar$$

Promień *n*-tej orbity dozwolonej:

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\,\pi^2 kme^2}$$

$$r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-10} m$$

$$r_2 = 4r_1$$

$$r_3 = 9r_1$$

$$\dots$$

$$r_n = n^2 r_1$$

Prędkość elektronu na *n*-tej orbicie:

$$v_n = \frac{2\pi ke^2}{nh}$$

$$v_1 = 2.2 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{2}$$

$$v_3 = \frac{v_1}{3}$$

$$\dots$$

$$v_n = \frac{v_1}{n}$$

Energia całkowita elektronu w atomie wodoru wynosi:

$$E_c = -\frac{ke^2}{2r_n}$$

$$E_c = -\frac{2\pi^2 k^2 me^4}{h^2}$$

$$E_1 = -13{,}55\ eV$$

$$E_2 = \frac{E_1}{4}$$

$$E_3 = \frac{E_1}{9}$$

$$\dots$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

Zapiszmy całkowitą energię atomu w taki sposób:

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 me^4}{8h^2\varepsilon_0},$$

gdzie $Z = 1$ dla wodoru (liczba atomowa – określa ilość protonów w jądrze).

Dopóki elektron znajduje się na tej samej orbicie dozwolonej energia atomu pozostaje stała.

Liczba całkowita *n* nazywa się główną liczbą kwantową. Stan energetyczny dla którego $n = 1$ nazywa się stanem podstawowym, a stany dla których $n > 1$ stanami wzbudzonymi.

Według *drugiego postulatu Bohra* przy przeskokach z orbity dozwolonej dalszej na bliższą atom wodoru wypromieniowuje różnicę energii w postaci pewnej porcji (kwantu) energii.

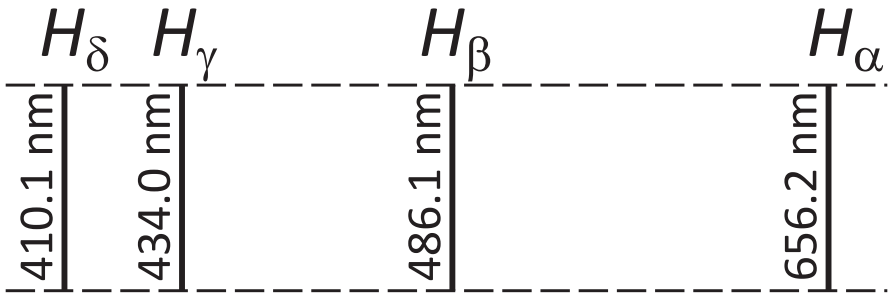
$$h\nu = E_n - E_m$$

Teoria Bohra ma zasięg ograniczony, stosuje się tylko do atomu wodoru i atomów wodoropodobnych. Była jednak ważnym krokiem w kierunku rozwoju fizyki atomowej i stworzeniu fizyki kwantowej.

Wodór	Atomy wodoropodobne
$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}$	$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{Zme^2}$
$E_n = -\frac{me^4}{32\,\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{1}{n^2}13.6\ eV$	$E_n = -\frac{Z^2me^4}{32\,\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{Z^2}{n^2}13.6\ eV$
$R = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}$	$R = \frac{Z^2me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c} = RZ^2$
$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_p^2}\right)$	$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_p^2}\right)$

Widmo liniowe atomu wodoru.

Badania widm rozrzedzonych gazów pokazały, że dla każdego gazu istnieje charakterystyczne widmo składające się z linii widmowych. Najprostszym widmem liniowym jest widmo atomu wodoru. Widmo to posiada cztery linie: H_α, H_β, H_γ, H_δ.



Balmer analizując widmo wodoru zauważył, że między długościami fal poszczególnych linii zachodzi zależność:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{K^2}\right)$$

gdzie:

R – stała Rydberga, R= $1.097\cdot10^7$ m^{-1}

$$R = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0 c}$$

K = 3, 4, 5…

λ – długość fali.

Wzór ten przedstawia w widmie wodoru grupę linii nazywana serią Balmera.

Dalsze badania pokazały, że widmo wodoru zawiera cztery dalsze serie (Lymana, Bracketta, Paschena, Pfunda) które leżą w niewidzialnej części widma. Seria szósta odkryta przez Humphreysa leży w dalekiej podczerwieni.

Rydberg wykazał, ze częstotliwość każdej linii w dowolnej serii widma wodoru można przedstawić wzorem:

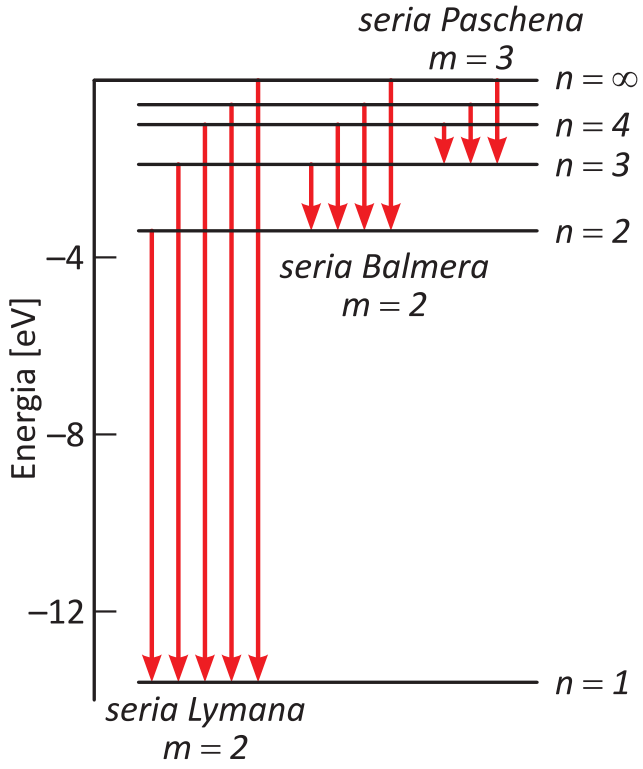
$$\nu = c/\lambda$$

$$\nu = cR\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

gdzie:

n, *m* – liczby całkowite. Dla każdej serii *m* jest stałe, natomiast *n* przybiera kolejne wartości *m+1*, *m+2*.... Dla każdej serii *m* jest numerem orbity na którą elektron spada, a *n* numerem orbity z której spada.

W każdej serii widmowej istnieje linia o największej wartości energii kwantów oraz o najmniejszej energii kwantów.



Atom wodoru w mechanice kwantowej

Znalezienie poziomów energetycznych elektronu w atomie wodoru (a także układów wodoro-podobnych (He^+, Li^{++}) sprowadza się do problemu ruchu elektronu w kulombowskim polu jądra.

Równanie Schrödingera:

$$\left[-\frac{\hbar}{2m}\Delta + U\right]\Psi = E\Psi$$

gdzie energia potencjalna elektronu w polu jądra: $U(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$, e=1,6·10^{-19} C.

Tak jak w przypadku nieskończenie głębokiej jamy potencjału, oscylatora harmonicznego rozwiązanie równania Schrödingera dla atomu wodoru prowadzi do pojawienia się dyskretnych poziomów energetycznych.

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\ (n=1,2,3\ldots).$$

Liczba *n* to główna liczba kwantowa natomiast najniższy poziom energetyczny zwany podstawowym wynosi E_1= -13,6 eV.

Jak widać rozwiązując równanie Schrödingera otrzymaliśmy ten sam wzór na energię elektronu w atomie wodoru co stosując model Bohra.

Funkcje falowe elektronu w atomie wodoru. Liczby kwantowe.

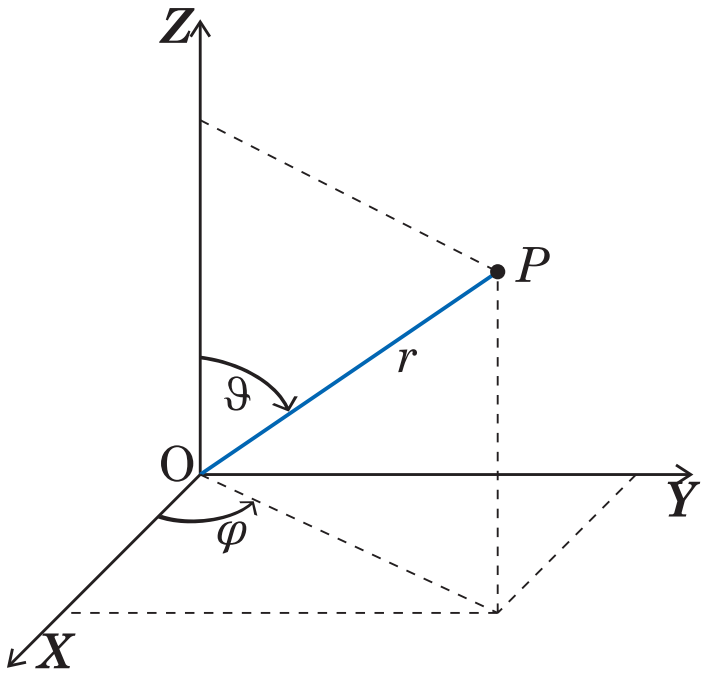
Rozwiązanie równania Schrödingera polega na znalezieniu dozwolonych energii elektronu i funkcji falowych. Wybierając sferyczny układ współrzędnych ze względu na kulistą symetrię potencjału $U(r)$ funkcje falową elektronu możemy zapisać jako:

$$\Psi_{nlm_l}(r,\vartheta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm_l}(\vartheta,\varphi)$$

gdzie:

$R(r)$ – funkcja radialna, zależy tylko od odległości r elektronu od jądra.

$Y(\vartheta,\varphi)$ – funkcja kątowa zależy tylko od współrzędnych kątowych.



Funkcje falowe elektronów w atomach i cząsteczkach nazywamy orbitalami.

Liczby kwantowe:

a) Główna liczba kwantowa – $\boldsymbol{n}$ – określa poziomy energetyczne elektronu w atomie i może przybierać dowolne wartości całkowite, n=1,2,3…
b) Orbitalna liczba kwantowa – $\boldsymbol{l}$ - opisuje moment pędu elektronu, l = 0, 1, 2,…, (n – 1). Orbitalny moment pędu elektronu jest skwantowany, może mieć wartości określone wzorem: $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$.
c) Magnetyczna liczba kwantowa - $\boldsymbol{m_l}$ - określa rzut wektora momentu pędu elektronu na zadany kierunek, m_l = –l, –l+1,…–1, 0, 1,…l – 1, l.
   Wektor L momentu pędu może mieć tylko takie orientacje w przestrzeni, dla których jego rzut na kierunek zewnętrznego pola magnetycznego przybiera wartości kwantowe będące wielokrotnością $\hbar$: $L_z = \hbar m_l$.
d) Magnetyczna spinowa liczba kwantowa, $\boldsymbol{m_s} = \pm\frac{1}{2}$

Stany o jednakowych energiach nazywamy stanami zdegenerowanymi (zwyrodniałymi). Krotność degeneracji poziomów energetycznych w atomie wodoru:

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2$$

Większość poziomów energetycznych w atomach i cząsteczkach jest zdegenerowana ze względu na energię – oznacza to, że istnieje kilka poziomów o tej samej energii. Ponieważ promieniowanie emitowane przez pobudzony atom powstaje w trakcie przejścia elektronu z poziomu o wyższej energii na poziom o niższej energii, zdarza się więc, że wyemitowany foton ma tę samą energię, choć pochodził z przejść między różnymi poziomami i da wkład do tej samej linii spektralnej. To co odróżnia zdegenerowane poziomy, to inne wielkości fizyczne charakteryzujące elektron w atomie – orbitalny moment pędu, spin.

Liczby kwantowe n i l charakteryzują rozmiar i kształt obłoku elektronowego, a magnetyczna liczba kwantowa charakteryzuje zorientowanie obłoku w przestrzeni.

Funkcja falowa elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru (1s):

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_B^3}} e^{-r/r_B},$$

gdzie: r_B - promień pierwszej orbity w modelu Bohra.

Stan 1*s* elektronu w atomie wodoru jest stanem o symetrii sferycznej (nie zależy od kątów ϑ, φ).

Dzięki symetrii sferycznej funkcji Ψ prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w odległości *r* jest takie samo we wszystkich kierunkach.

Radialna gęstość prawdopodobieństwa:

$$P(r) = 4\pi r^2 |\Psi(r)|^2$$

Radialna gęstość prawdopodobieństwa dla stanu podstawowego: $P(r) = \frac{4}{r_B^3} r^2 e^{-2r/r_B}$

Według mechaniki kwantowej elektron może przebywać w całej przestrzeni, jednak najczęściej przebywa on w odległości od jądra odpowiadającej promieniowi pierwszej orbity w modelu Bohra.

Liczby kwantowe: *n*, *l* i m_l, pozwalają na pełniejszy opis widma atomowego niż to miało miejsce w teorii Bohra. W mechanice kwantowej pojawiają reguły wyboru ograniczające ilość możliwych przejść elektronów w atomie związanych z emisją i pochłanianiem światła.

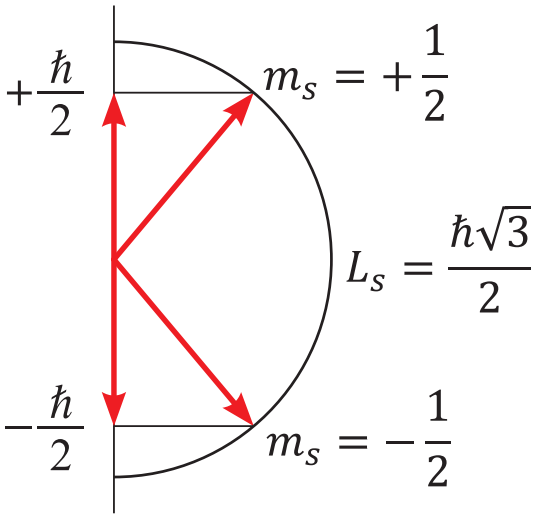
W przypadku dipolowego promieniowania elektronu, poruszającego się w centralnym i symetrycznym polu jądra atomowego możliwe są tylko takie przejścia dla których:

1) zmiana orbitalnej liczby kwantowej spełnia warunek: $\Delta l = \pm 1$,
2) zmiana magnetycznej liczby kwantowej spełnia warunek: $\Delta m = 0, \pm 1$.

Możliwa jest jednak obserwacja słabych, zabronionych linii, powstających ze zmiana np.: $\Delta l = 2$. Teoria zakazując przejść dipolowych pozwala na przejścia odpowiadające promieniowaniu wysyłanemu przez bardziej złożone układy ładunków np.: kwadrupole. Prawdopodobieństwo tych przejść jest znacznie mniejsze niż przejść dipolowych, dlatego linie zabronione są znacznie słabsze.

Spin elektronu jest wielkością kwantową i nie ma odpowiednika klasycznego. Jest to nieodłączna wewnętrzna własność elektronu podobnie jak masa czy ładunek. Posiadanie przez elektron spinu wynika z relatywistycznego, kwantowego równania Diraca dla elektronu.

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \hbar\frac{\sqrt{3}}{2}$$



Rzut spinu na kierunek zewnętrznego pola magnetycznego: $L_{sz} = \hbar m_s$, gdzie m_s – magnetyczna spinowa liczba kwantowa.

Orbitalny moment magnetyczny.

Elektron znajdujący się w atomie wodoru na orbicie posiada orbitalny moment pędu:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$

oraz związany z nim orbitalny moment magnetyczny.

Moment pędu i moment magnetyczny są związane:

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

$$\mu_l = -\mu_B\sqrt{l(l+1)}$$

Wartość rzutu momentu magnetycznego: $\mu_{lz} = -\frac{e\hbar}{2m_e}m_l = -\mu_B m_l$; gdzie μ_B - magneton Bohra.

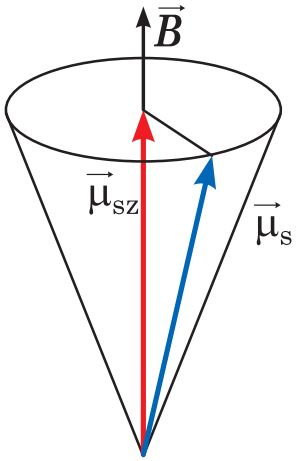
Zewnętrzne pole magnetyczne powoduje rozszczepienie poziomu energetycznego o pobocznej liczbie kwantowej l na $2l$+1 podpoziomów. Odległość energetyczna między podpoziomami wynosi $\mu_B B$ (B – indukcja magnetyczna).

$$E_{n,l,m_l} = -\frac{E_1}{n^2} + \mu_B m_l B$$

Moment magnetyczny elektronu:

Wartość własnego momentu magnetycznego: $\mu_s = -\frac{e}{m_e} L_s$

Wartość rzutu własnego momentu magnetycznego: $\mu_{sz} = \pm\mu_B$, gdzie μ_B- magneton Bohra.



Zewnętrzne pole magnetyczne może znieść degenerację, ponieważ pole oddziałuje w różny sposób z elektronami, o różnym momencie magnetycznym. Następuje rozsunięcie się poziomów energetycznych a w konsekwencji w obserwowanym obrazie promieniowania emitowanego w miejsce jednej linii pojawia się kilka blisko siebie położonych linii spektralnych (efekt Zeemana).

Wyróżnia się dwa rodzaje **efektu Zeemana**:

- *normalny* - spin walencyjnej powłoki atomowej jest równy zero. Zmianę energii atomu po umieszczeniu go w zewnętrznym polu magnetycznym wyraża wzór:

$$\Delta E = m_J B \mu_B$$

- *anomalny* - spin walencyjnej powłoki atomowej jest różny od zera. Wówczas:

$$\Delta E = m_J B \mu_B g$$

gdzie: $g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$ – czynnik Landego, *S*, *L* – odpowiednio liczby kwantowe spinu i orbitalnego momentu pędu. *J* jest kwantową liczbą całkowitego wypadkowego momentu pędu wszystkich elektronów w atomie. Liczba *J* może przybrać wartość zero lub dodatnią, całkowitą wielokrotność liczby ½.

Efekt Starka – polega na rozszczepieniu oraz przesunięciu linii spektralnych atomu lub cząsteczki wysyłających lub absorbujących kwanty świetlne wywołane oddziaływaniem pola elektrycznego.

Dla słabych pól elektrycznych wielkość rozszczepienia jest proporcjonalna do natężenia pola (liniowy efekt Starka), dla silnych pól obserwuje się dodatkowo zależność od kwadratu natężenia pola (kwadratowy efekt Starka).

Efekt liniowy obserwuje się dla atomów wodoropodobnych, dla pozostałych obserwuje się efekt kwadratowy. Pole elektryczne usuwa degenerację ze względu na poboczną liczbę kwantową *l*. Rozszczepienie poziomów energetycznych otrzymujemy wówczas ze wzoru:

$$\Delta E = \frac{3\hbar^2 En}{2\mu_e e}$$

gdzie: *E* – natężenie pola elektrycznego, μ_e – masa zredukowana elektronu.

5. Dodatek 2

Powłoka elektronowa – zbiór stanów kwantowych o tej samej wartości głównej liczby kwantowej *n*. Powłoki składają się z różnej liczby **podpowłok elektronowych**, odpowiadających danemu *l*. Dana podpowłoka jest więc scharakteryzowana określoną wartością liczb *n* i *l*. Dla każdej wartości *l* istnieje *2l*+1 możliwych stanów różniących się liczba kwantową m_l. Z kolei każdy z powyższych stanów składa się z jeszcze dwóch różniących się orientacją spinu ($m_s = \pm\frac{1}{2}$).

Symbol powłoki (***n***-główna liczba kwantowa)	Ilość orbitali danego typu				**Maksymalna liczna elektronów na powłoce: $2n^2=\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1)$**
	1	3	5	7	
K (*n*=1)	***s***				2
L (*n*=2)	***s***	***p***			8
M (*n*=3)	***s***	***p***	***D***		18
N (*n*=4)	***s***	***p***	***D***	***f***	32
O (*n*=5)	***s***	***p***	***D***	***f***	50
P (*n*=6)	***s***	***p***	*D*	*f*	72
Q (*n*=7)	***s***	*p*	*D*	*f*	98

Maksymalna liczba elektronów na podpowłokach $n = 2(2l+1)$, gdzie l to poboczna liczba kwantowa:

- podpowłoka *s* ($l = 0$): 2 elektrony
- podpowłoka *p* ($l = 1$): 6 elektronów
- podpowłoka *d* ($l = 2$): 10 elektronów
- podpowłoka *f* ($l = 3$): 14 elektronów
- podpowłoka *g* ($l = 4$): 18 elektronów…

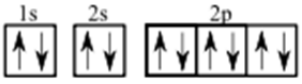
Zakaz Pauliego: Elektrony w atomie muszą różnić się przynajmniej jedną liczbą kwantową. W jednym stanie kwantowym opisanym czterema liczbami kwantowymi, może znajdować się co najwyżej jeden elektron.

Konwencje zapisu konfiguracji.

Zapis może wyglądać tak:

Ne: K^2L^8
$1s^2 2s^2 2p^6$

lub w zapisie klatkowym:



Reguły:

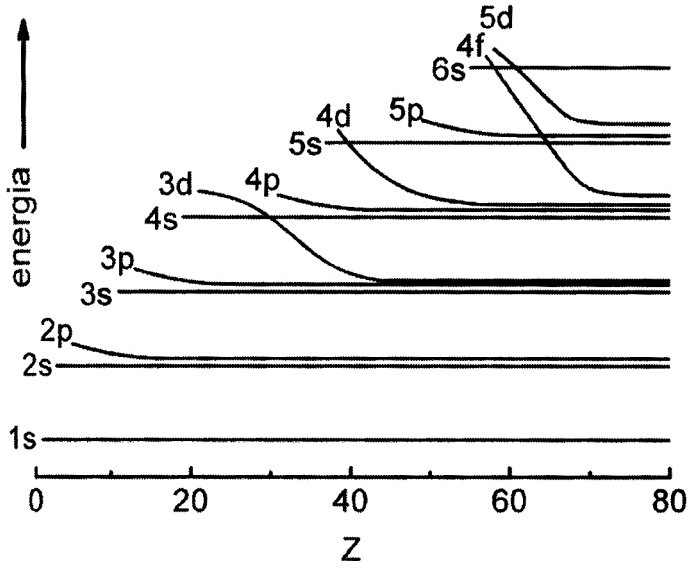
- najpierw zapełnieniu ulegają orbitale *s*, *p*, potem *d* i na końcu *f*.
- orbitale z wyższych warstw są zapełniane dopiero po całkowitym zapełnieniu warstw niższych.
- na orbitalach *s* mogą być tylko 2 elektrony, na *p* -6, na *d* -10 i na *f* -14
- w pierwszej powłoce jest tylko orbital *s*, w drugiej są orbitale *s* i *p*, w trzeciej *s*, *p* i *d* i w końcu w czwartej i piątej pojawiają się jeszcze orbitale *f*.

Warunki pisania konfiguracji elektronowej: **reguła Hunda** – elektrony w stanie stacjonarnym rozmieszczane są w podpowłokach i powłokach, zaczynając od tych o najniższej energii.

W przypadku ciężkich metali z grup pobocznych oraz lantanowców reguły te nie są spełnione. Zdarza się tu, że przed pełnym obsadzeniem orbitali z powłoki drugiej, zaczynają już się zapełniać orbitale *s* i *p* powłoki trzeciej (tak zwana promocja elektronowa).

Przykłady:

He 2	K^2	$1s^2$
Ne 10	K^2L^8	$1s^2\ 2s^2p^6$
Ar 18	$K^2L^8M^8$	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^0$
Kr 36	$K^2L^8M^{18}N^8$	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^0f^0$
Xe 54	$K^2L^8M^{18}N^{18}0^8$	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^0\ 5s^2p^6$
Rn 86	$K^2L^8M^{18}N^{32}O^{18}P^8$	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}\ 6s^2p^6$
Rf 104	$K^2L^8M^{18}N^{32}O^{32}P^{10}Q^2$	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}f^{14}\ 6s^2p^6d^2\ 7s^2$



Z konfiguracją elektronów w atomie ściśle związane są ich własności chemiczne.

Większość atomów jest połączona miedzy sobą tworząc cząsteczki lub ciała stałe. Cząsteczka jest najmniejszą częścią składową substancji, która zachowuje swoje własności chemiczne. Ciała stałe dzielimy na kryształy, polikryształy i ciała bezpostaciowe.

Ze względu na typy wiązań kryształy dzielimy na:

- cząsteczkowe (molekularne),
- o wiązaniach wodorowych,
- atomowe (kowalentne),
- jonowe,
- metaliczne.

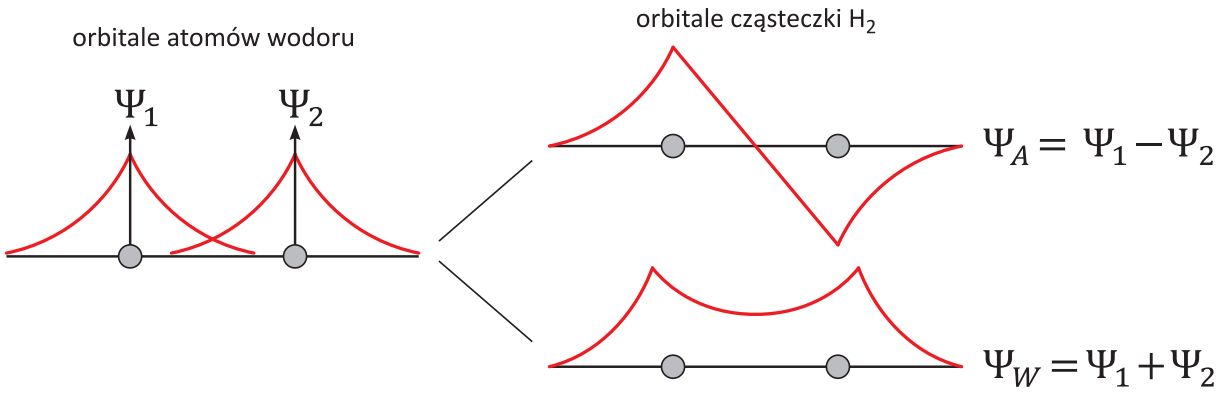
Kryształy cząsteczkowe - składają się z cząstek oddziałujących ze sobą słabymi siłami wiążącymi – siłami Van der Waalsa (takimi jakie występują pomiędzy cząsteczkami w fazie gazowej. Za względu na brak elektronów swobodnych kryształy te są na ogół złymi przewodnikami ciepła i elektryczności.

Kryształy o wiązaniach wodorowych - odgrywają ważna rolę np. w kryształach ferroelektrycznych i w cząsteczkach kwasu DNA. Tu w pewnych warunkach atomy wodoru tworzą silne wiązania z atomami pierwiastków elektroujemnych jak ten i azot.

Kryształy atomowe – składają się z atomów połączonych za sobą parami wspólnych elektronów walencyjnych. Chmura wspólnych elektronów skupiona jest miedzy parą atomów, więc wiązania te maja kierunek i wyznaczają ułożenie atomów w sieci krystalicznej. Kryształy te są twarde, mają wysokie temperatury topnienia, nie są dobrymi przewodnikami elektryczności i ciepła (diament, krzem). Czasami jak np.: Si są półprzewodnikami.
Rozpatrzmy to wiązanie na przykładzie cząsteczki H_2. Po zbliżeniu do siebie elektrony należące uprzednio do dwóch różnych atomów ulegają uwspólnieniu i powstaje cząsteczka H_2. Jeżeli Ψ_1, Ψ_2są funkcjami falowymi elektronu w atomach wodoru w stanie podstawowym to stan elektronów w cząsteczce możemy opisać przy pomocy funkcji falowej Ψ (zwanej orbitalem molekularnym): $\Psi = C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2$.

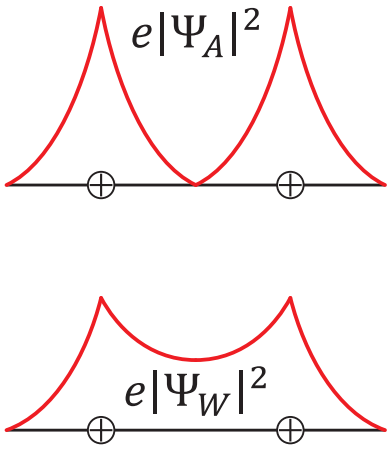
Możliwe są dwa orbitale molekularne cząsteczki H_2:

a) orbital wiążący: $\Psi_w = \Psi_1 + \Psi_2$
b) orbital antywiążący: $\Psi_A = \Psi_1 - \Psi_2$.

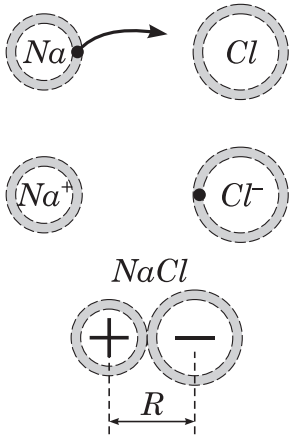


Kwadrat modułu funkcji falowej jest gęstością prawdopodobieństwa znalezienia elektronu. Wielkość $e|\Psi|^2$ oznacza gęstość chmury elektronowej w cząsteczce. W przypadku orbitalu

wiążącego następuje przesunięcie chmury elektronowej do obszaru międzyatomowego, które jest odpowiedzialne za wiązanie ze sobą obu jąder wodoru w cząsteczce H_2.



Kryształy jonowe – składają się z trójwymiarowego naprzemiennego ułożenia dodatnich i ujemnych jonów, które przyciągają się siłami kulombowskimi (NaCl). Kryształy te są zazwyczaj twarde, mają wysoką temperaturę topnienia i są złymi przewodnikami elektryczności i ciepła.



Wiązania metaliczne – można sobie wyobrazić jako przypadek wiązania kowalentnego, w którym elektrony walencyjne są wspólne dla wszystkich jonów. Elektrony na zewnętrznych powłokach w atomach z których zbudowany jest kryształ są słabo związane i mogą zostać uwolnione kosztem bardzo małej energii. Dlatego mówimy o gazie elektronowym wypełniającym przestrzeń miedzy jonami dodatnimi. Kryształy metaliczne są doskonałymi przewodnikami elektryczności i ciepła (metale alkaliczne).

Dodatek 3

Liczby zespolone

$$\boldsymbol{z = x + iy}$$

gdzie: *x, y* – liczby rzeczywiste,

i – jednostka urojona, spełniająca warunek: $i^2 = -1$.

Część rzeczywistą liczby zespolonej oznacza się symbolem *Re z*, a część urojoną *Im z*.

Re z = x, Im z = y

Reguły dodawania, odejmowania i mnożenia dla liczb zespolonych są takie same jak dla liczb rzeczywistych, jeśli pojawia się i^2 podstawiamy -1.

Liczbą sprzężona z liczba z nazywamy: $\bar{z} = x - yi$.

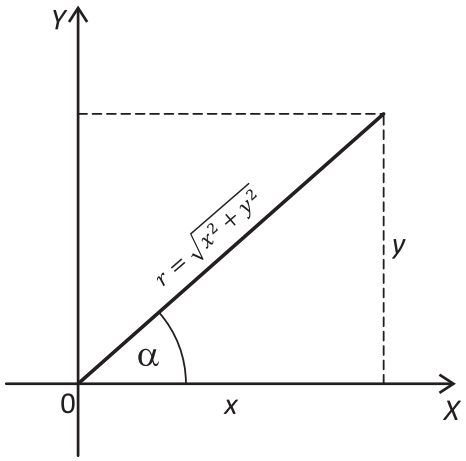
Liczba zespolona *x+yi* sprowadzona do postaci trygonometrycznej:

$$z = x + yi = r(cos\varphi + isin\varphi)$$

gdzie:

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = |z|$– moduł,

α – argument liczby zespolonej.



Wzór Moivre'a:

$(r(cos\alpha + isin\alpha))^n = r^n(cosn\alpha + isinn\alpha)$.

Postać wykładnicza:

Korzystając ze wzorów Eulera: $cos\varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}$, $sin\varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$, liczbę zespoloną

$z = |z|(cos\varphi + isin\varphi)$

można zapisać też jako:

$z = |z|e^{i\varphi}$

ZADANIA

Zadanie 84. Oblicz długość fal de Broglie'a odpowiadającą elektronom o energii 1 keV. Porównaj ją z długością fali promieniowania widzialnego.

Zadanie 85. Znaleźć długość fali de Broglie'a elektronu poruszającego się z szybkością 0,8 szybkości światła. Uwzględnić zmianę masy z szybkością.

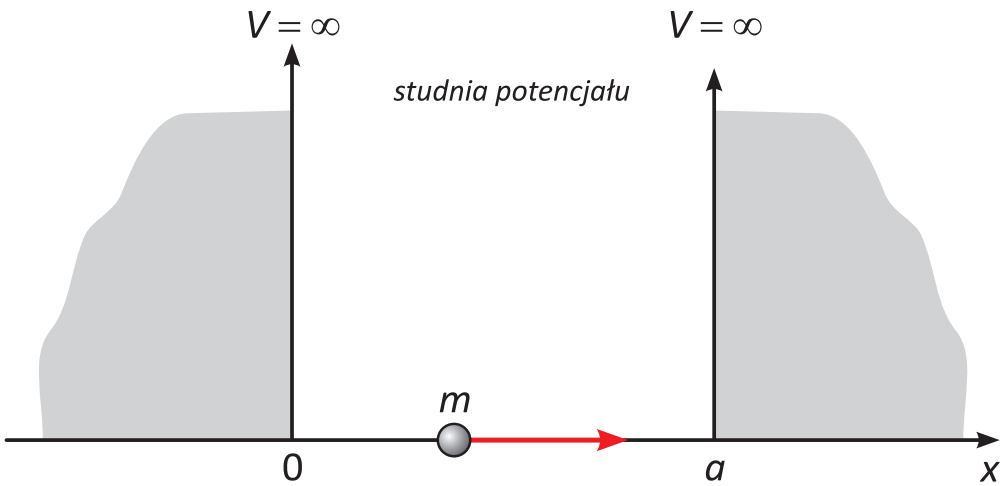
Zadanie 86. Wiązka elektronów o energii kinetycznej 10eV pada prostopadle na szczelinę o szerokości 10 nm. Zakładając, ze współrzędną x elektronu znamy z dokładnością taką, ile wynosi szerokości szczeliny, wyznaczyć względną nieoznaczoność składowej pędu $\Delta p_x/p_x$. Ile razy zmieni się ta względna nieoznaczoność składowej pędu, gdy szczelinę wiązka elektronów padać będzie na szczelinę 100 razy mniejszą?

Zadanie 87. Jeśli względna nieoznaczoność składowej pędu cząstki ($\Delta p_x/p_x$) jest równa 1%, to ile razy długość fali de Broglia dla tej cząstki jest mniejsza od nieoznaczoności jej współrzędnej (Δx)?

Zadanie 88. Nieoznaczoność położenia cząstki wynosi Δx, jaka będzie nieoznaczoność odpowiadającej jej (tej cząstce) długość fali de Broglie'a?

Zadanie 89. Przyjmując, że w atomie wodoru energia kinetyczna elektronu jest ok. 10 eV, oszacować z zasady nieoznaczoności Heisenberga minimalne rozmiary atomu.

Zadanie 90. W jednowymiarowej, prostokątnej i nieskończenie głębokiej studni potencjału o szerokości *a* porusza się cząstka o masie *m*. Wiedząc, że możliwe są tylko takie stany (czyli energie) cząstki, dla których w studni mieściłyby się całkowite wielokrotności połówek fal de Broglie'a, znaleźć dozwolone wartości energii cząstki w tej studni.



Zadanie 91. Wyznaczyć A_n dla funkcji falowej

$$\Psi(x,t) = A_n sin\frac{n\pi x}{L} e^{-iE_0 t/\hbar}$$

Zdefiniowanej w obszarze $0 \leq x \leq L$

Zadanie 92. Dla funkcji falowej z poprzedniego zadania prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w obszarze (a,b) , gdzie $0 \leq a < b \leq L$, jest równe

$$\int_a^b \Psi^* \Psi dx$$

Obliczyć prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w obszarze od x=0 do x =L/4

Zadanie 93. Zbadać, czy funkcja $\Psi(x,t) = Asin(kx - \omega t)$ jest rozwiązaniem równania Schrodingera

Zadanie 94. Udowodnić , że funkcja $\Psi(x,t) = Ae^{(-i/\hbar)(p_x x - Et)}$ jest rozwiązaniem równania Schrodingera. Sprawdzić, czy funkcja $\Psi + \Psi^*$ też jest jego rozwiązaniem.

Zadanie 95. Wykazać, że dla cząstki swobodnej rozwiązaniem równania Schrödingera jest funkcja:

$\Psi(x,t) = Ae^{(-i\omega t)} cos\left(kx - \frac{E}{\hbar}t\right) + iAe^{(-i\omega t)} sin\left(kx - \frac{E}{\hbar}t\right)$, gdzie $k = \sqrt{2mE}/\hbar$.

Zadanie 96. Korzystając z równania Schrodingera niezależnego od czasu, znaleźć możliwe energie cząstki znajdującej się w nieskończenie głębokiej, jednowymiarowej studni potencjału o szerokości L. Jaka jest najmniejsza możliwa energia (tzw energia drgań zerowych) ? Dlaczego nie jest ona równa 0?

Wskazówka 1: założyć, że rozwiązaniem jest funkcja falowa postaci: $\psi(x) = Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}$ przedstawiająca superpozycję dwóch fal poruszających się w przeciwnych kierunkach, następnie wyznaczyć stałe A, B i α.

Wskazówka 2: aby funkcja była funkcją własną musi m. in. być ciągła, ograniczona i jednoznaczna.

Zadanie 97. Korzystając z wyników poprzedniego zadania znaleźć wartości jakie może przyjmować pęd cząstki w takiej nieskończonej studni potencjału

Zadanie 98. W problemie studni potencjału rozwiązanym w poprzednich zadaniach, założyć że cząstką jest elektron zamknięty w obszarze liniowym $L = 2 \cdot 10^{-10}$ m i obliczyć:

a) wartość najmniejszej możliwej energii E_1,

b) różnicę energii $\Delta E = E_2 - E_1$, między tą najmniejszą wartością E_1 a następną, wyższą energią E_2,

c) długość fali fotonu o energii ΔE.

Zadanie 99. Wykazać, ze energia swobodnie poruszającej się cząstki może mieć dowolna wartość, tzn nie jest skwantowana.

Zadanie 100. W jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału elektron przechodzi z drugiego dozwolonego poziomu kwantowego na pierwszy, wysyłając energię E=1eV. Jaką szerokość posiada ta studnia? Jak zmieniłaby się emitowana w tym procesie energia, gdyby szerokość studni była 100 razy większa?

Zadanie 101. Elektron znajduje się w jednowymiarowej nieskończenie głębokiej jamie potencjału o szerokości L. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, ze elektron znajdujący się w stanie wzbudzonym n=2 będzie znajdował się w obszarze określonym współrzędnymi x_1=1/3L , x_2=2/3L. Naszkicować zależność gęstości prawdopodobieństwa od współrzędnej położenia cząstki w jamie.

Zadanie 102. Cząstka znajduje się w jednowymiarowej , prostokątnej , nieskończenie głębokiej studni potencjału o szerokości L. Obliczyć stosunek prawdopodobieństwa w_1/w_2 znalezienia cząstki na pierwszym i drugim poziomie energetycznym w obszarze o szerokości 0,25L, jednakowo oddalonym od ścianek studni.

Zadanie 103. Obliczyć energię, która jest potrzebna , aby przeprowadzić cząstkę zamkniętą w jamie potencjału, z trzeciego poziomu na czwarty . Zadanie rozwiązać

a) dla elektronu przy szerokości jamy 0.1 nm

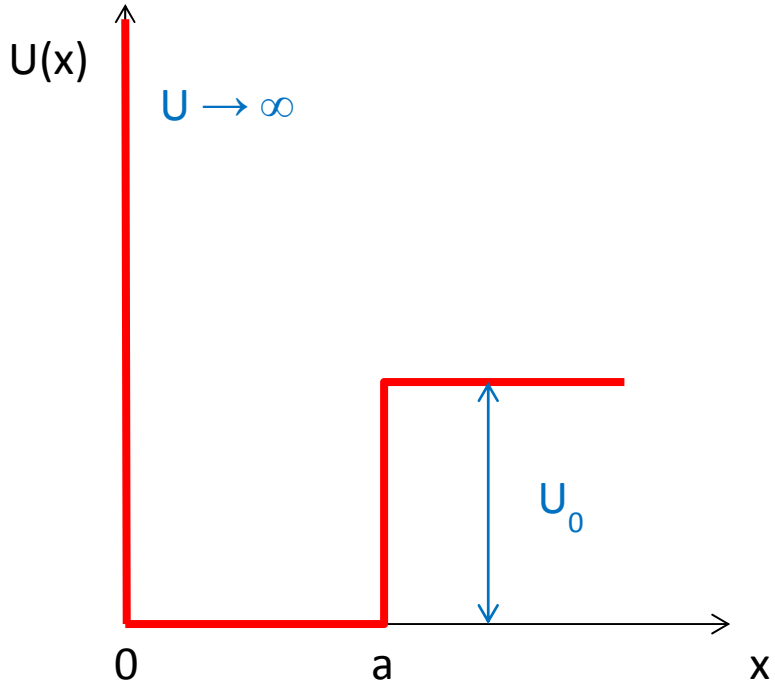
b) dla cząstki o masie 10^{-6}g przy szerokości jamy 1 mm

Zadanie 104. W nieskończenie głębokiej prostokątnej jamie potencjału o szerokości L znajduje się cząstka. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, ze cząstka znajduje się w odległości x=1/8 od brzegu jamy potencjału z dokładnością do Δx=0,01L, jeśli energia cząstki odpowiada piątemu poziomowi (n=5)

Zadanie 105. Cząstka o masie m znajduje się w jednowymiarowej jamie potencjału o szerokości a . Jama potencjału jest określona następująco:

$$U = \begin{cases} \infty & dla \quad x \leq 0 \\ 0 & dla \quad 0 < x < a \\ U_0 & dla \quad x \geq a \end{cases}$$

Przy jakiej wartości U_0 energia cząstki w stanie podstawowym różni się o 10% od energii stanu podstawowego w przypadku , gdy $U_0 \rightarrow \infty$ (czyli w przypadku nieskończenie głębokiej jamy potencjału).

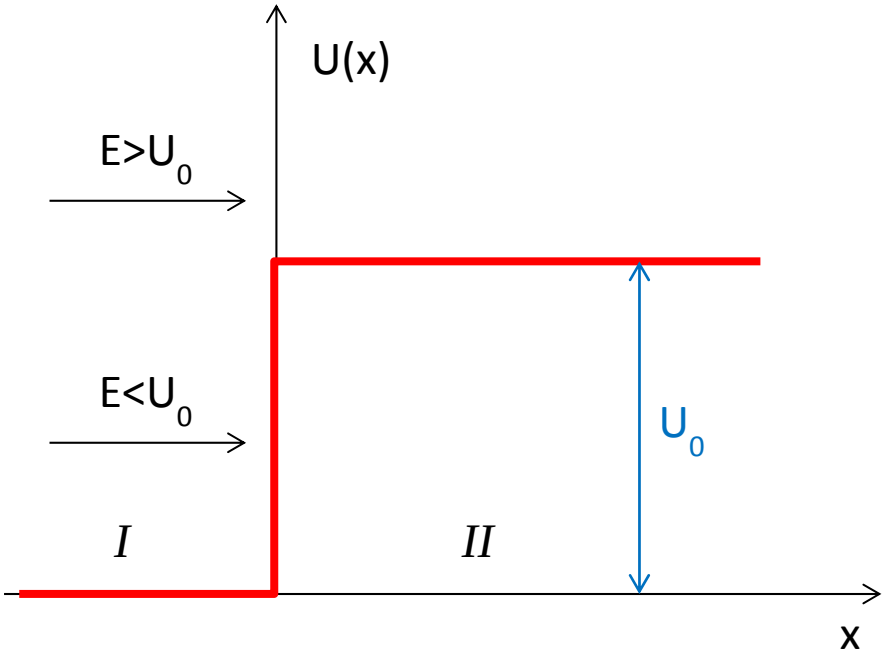


Zadanie 106* . Cząstka o masie m i energii E pada z lewej strony na prostokątną barierę potencjału o wysokości U_0 (patrz rys.). Określić

a) współczynnik przezroczystości D tej bariery potencjału dla przypadku gdy $E>U_0$

b) współczynnik odbicia R dla przypadku $E<U_0$.

Sprawdzić, że wartości tych współczynników nie zależą od kierunku ruchu padających cząstek.



Zadanie 107. Na prostokątna barierę potencjału o szerokości d=10Å padają elektrony o energii E=U-4eV, gdzie U oznacza wysokość bariery. Jak zmieni się prawdopodobieństwo przejścia elektronu przez barierę (jaki będzie stosunek współczynników tunelowania), jeżeli :

a) różnica wysokości bariery i energii elektronu (U-E) zmniejszy się czterokrotnie

b) szerokość bariery zmniejszy się czterokrotnie przy stałej różnicy U-E=4eV

Zadanie 108. Obliczyć współczynnik transmisji bariery dla elektronu, gdy wysokość bariery jest równa E_0=2eV i szerokość bariery jest równa a=0,5nm, a energia elektronu wynosi E_1=0.9E_0, E_2=0,5E_0 oraz E_3 = 0,1E_0

Zadanie 109. Korzystając z operatora energii całkowitej oscylatora harmonicznego

$$\widehat{H} = -\frac{\hbar}{1m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{m\omega}{2\hbar}x^2$$

Oraz funkcji falowej stanu o najniższej energii

$$\psi_0 = A_0 exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

Znaleźć wyrażenie określające energię oscylatora w tym stanie

Zadanie 110. Znaleźć wyrażenie określające amplitudę drgań zerowych oscylatora o masie *m* i częstości kątowej ω oraz określić , ile razy amplituda drgań oscylatora w dozwolonych stanach różni się od amplitudy drgań zerowych

Zadanie 111. Obliczyć ile razy prawdopodobieństwo znalezienia się oscylatora harmonicznego w położeniu równowagi różni się od prawdopodobieństwa znalezienia się w położeniu określonym amplitudą drgań. Rozpatrzyć przypadek drgań zerowych oscylatora i funkcję falową $\psi_0 = A_0 exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$

Zadanie 112. W oparciu o założenia modelu atomu Bohra znaleźć:

a) promień n-tej orbity elektronu w atomie wodoru,

b) prędkość elektronu na tej orbicie,

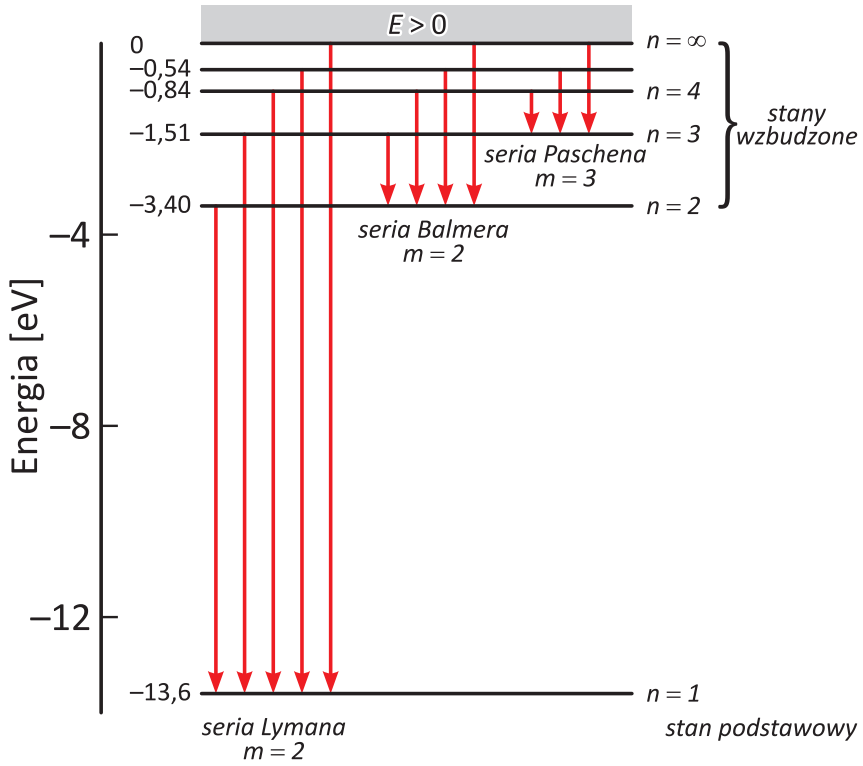
c) jego energię na n-tej orbicie: kinetyczną, potencjalną, całkowitą

Zadanie 113. Pokazać, że poziomy energetyczne atomu wodoru mogą być zapisane w postaci $E_n = (-2\pi\hbar c/n^2)R$, gdzie *R* jest stałą Rydberga.

Zadanie 114. Stosunek $\alpha = v_1/c$, gdzie v_1 jest prędkością liniową elektronu na orbicie K ($n = 1$) atomu wodoru Bohra, zwany jest stałą struktury subtelnej.

a) pokazać, że $\alpha=e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$
b) podstawiając wartości liczbowe pokazać, że $\alpha=1/137$
c) pokazać, że poziomy energetyczne mogą być opisywane wzorem $E_n= -\alpha^2 mc^2/2n^2$

Zadanie 115.



Na podstawie rysunku znaleźć (w metrach) długość fali dla linii H_α.

Zadanie 116. Fizycy zajmujący się spektroskopią często określają widma za pomocą liczb falowych zdefiniowanych jako $\tilde{\nu} = 1/\lambda$ (nie mylić z częstością!!)

a) jaki jest sens fizyczny liczby falowej?
b) obliczyć liczby falowe dla trzech linii z serii Lymana wodoru.

Zadanie 117. Przejściu elektronu z *n*-tej orbity na orbitę $k = 1$ towarzyszy emisja fotonu o długości $\lambda = 1{,}026 \cdot 10^{-7}$m. Znaleźć promień *n*-tej orbity.

Zadanie 118. Znajdując stosunek siły grawitacji przyciągania elektronu i protonu do siły przyciągania kulombowskiego tych cząstek, pokazać, że siła grawitacji może być zaniedbana przy badaniu atomu wodoru.

Zadanie 119. Określić przedział długości fal w którym mieszczą się wszystkie linie z serii Balmera promieniowania wodoru. Ile linii serii Balmera mieści się w zakresie widzialnym, tj. 400 nm – 800 nm?

Zadanie120. Znaleźć energię i długość fali fotonu, który oddziałując z atomem wodoru w stanie podstawowym spowoduje oderwanie od niego elektronu, czyli jonizację atomu.

Zadanie 121. Atom znajduje się w stanie scharakteryzowanym liczbą kwantową n = 3. Obliczyć długości fal dla linii widmowych, które mogą pojawić się w widmie wodoru przy przejściu atomu ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego. Do jakich serii widmowych należą te linie?

Zadanie 122. Atom wodoru znajdujący się w stanie podstawowym został wzbudzony na skutek pochłonięcia fotonu o energii E = 12,24 eV. Ile razy zwiększył się promień orbity elektronu?

Zadanie 123. W zjonizowanym atomie helu He^+ na orbicie krąży jeden elektron. Obliczyć długość fali λ wypromieniowanej przy przejściu elektronu z orbity drugiej na pierwszą.

Zadanie 124. Znaleźć dla dwóch pierwszych orbit atomu wodoru wartość siły przyciągania kulombowskiego między elektronem i jądrem oraz natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez jądro w odległości równej promieniowi pierwszej i drugiej orbity.

Zadanie 125. Ile razy zwiększy się promień orbity elektronu w atomie wodoru będącego w stanie podstawowym (n = 1) przy wzbudzeniu go kwantem o energii 12,09 eV?

Zadanie 126. Czas życia stanu wzbudzonego wynosi około 10^{-8} s . Obliczyć ile razy elektron obrotów zrobi elektron w stanie wzbudzonym n = 4 zanim przeskoczy do stanu podstawowego.

Zadanie 127. Obliczyć pierwsze trzy długości fali serii Paschena wodoru. W jakim obszarze widmowym leżą te linie?

Zadanie 128. Znaleźć liczbę elektronów w atomach , w których zapełnione są

a) powłoka K iL , podpowłoka 3s i do połowy podpowłoka 3p
b) powłoki K<L<M podpowłoki 4s, 4p i 4d

Jakich pierwiastków są to atomy?

Zadanie 129. Pokazać, że danej głównej liczbie kwantowej n odpowiada n^2 możliwych stanów

Zadanie 130. Zapełniona powłoka elektronowa charakteryzuje się liczbą kwantową n=3. Ile będzie w tej powłoce elektronów posiadających te same, niżej wymienione liczby kwantowe?

a) m_s=1/2
b) m_l = 1
c) m_l = -2

d) m_s = -1/2

e) m_l = 0

f) m_s = 1 i l=2

Zadanie 131. W atomie są całkowicie zapełnione powłoki K, L, M. Określić:

a) całkowita liczbę elektronów w atomie

b) liczbę elektronów w stanach *s, p, d*

c) liczbę *p*-elektronów, dla których m_l=0

Zadanie 132 Znaleźć możliwe wartości momentu magnetycznego μ_l, wywołanego orbitalnym ruchem elektronu we wzbudzonym atomie wodoru, jeśli energia wzbudzenia E =12,9eV. Wartość magnetonu Bohra μ_B=9,27*10^{-24} Am^2

Zadanie 133 Czy wektor orbitalnego momentu magnetycznego elektronu μ_l może ustawić się ściśle równolegle do linii sił zewnętrznego pola magnetycznego?

Zadanie 134. Linia widmowa odpowiadająca długości fali λ =612nm wykazuje normalny efekt Zeemana. Określić przedział λ między skrajnymi składowymi linii w polu magnetycznym o natężeniu H =796 kA/m

Zadanie 135. Odstęp między składowymi linii widmowej λ = 525 nm wykazującej normalny efekt Zeemana, odpowiada zmianie długości fal o $\Delta\lambda$ = 0,02 nm. Znaleźć różnicę energii między sąsiednimi poziomami rozszczepienia zemanowskigo odpowiednich termów.

Zadanie 136. Spektrometr może rozdzielić linie widmowe w obszarze widzialnym ($\lambda \approx 6*10^{-7}$m), jeśli znajdują się one w odstępie $\Delta\lambda$ = 1,0*10^{-11}m. Jakie zewnętrzne pole magnetyczne należy zastosować, abypotwierdzić doświadczalnie zjawisko Zeemana?

Zadanie 137. Składowe linii widmowej odpowiadającej długości fali λ=536 nm, wykazującej normalny efekt Zeemana, obserwujemy spektrometrem o zdolności rozdzielczej R=10^5. Przy jakiej najmniejszej wartości natężenia pola magnetycznego można będzie te składowe rozróżnić, jeżeli obserwacje prowadzi się

a) równolegle,

b) prostopadle do kierunku wektora indukcji pola magnetycznego?

Uwaga: Zdolność rozdzielcza zdefiniowana jest tu jako R=$\lambda/\Delta\lambda$, gdzie $\Delta\lambda$ jest różnicą długości fal odpowiadających najbliżej położonym liniom, które można tym spektrometrem rozdzielić.

Zadanie 138*. Atom wodoru znajduje się w stanie 1s. Obliczyć prawdopodobieństwo przebywania elektronu wewnątrz kuli o promieniu 0,1a (gdzie a – promień pierwszej orbity Bohra). Funkcja falowa opisująca stan ma postać: $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$

Zdanie 139.* Atom wodoru znajduje się w stanie podstawowym. Obliczyć:

a) prawdopodobieństwo ω_1 tego, że elektron znajduje się wewnątrz obszaru ograniczonego powierzchnią kulistą o promieniu a, równym promieniowi pierwszej orbity Bohra
b) prawdopodobieństwo ω_2 tego, że elektron znajduje się na zewnątrz tego obszaru
c) stosunek tych prawdopodobieństw ($\omega_2/\ \omega_1$).

Funkcja falowa opisująca stan podstawowy ma postać: $\psi_{100}(\mathrm{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi \mathrm{a}^3}} \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}}}$

Zadnie 140.* Znaleźć średnią wartość odległości elektronu w atomie wodoru od jądra. Atom znajduje się w stanie podstawowym opisanym przez funkcję $\psi_{100}(\mathrm{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi \mathrm{a}^3}} \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}}}$

Uwaga: Wartość średnia zdefiniowana jest jako: $\langle r \rangle = \int_V \ r|\psi(r)|^2 dr$

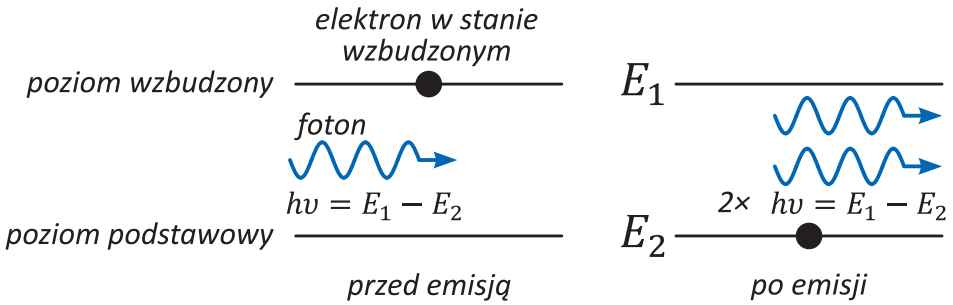
Lasery (Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation - wzmocnienie światła poprzez wymuszoną emisję promieniowania).

Promieniowanie laserowe znacząco różni się własnościami fizycznymi od promieniowania optycznego emitowanego przez konwencjonalne źródła stosowane do celów oświetleniowych. Mnogość sposobów wytwarzania wiązki laserowej sprawia, że lasery są urządzeniami bardzo zróżnicowanymi, które łączą jedynie cechy emitowanego promieniowania. Promieniowanie laserowe stosuje się w przemyśle (np. cięcie, spawanie, znakowanie, drukarki laserowe, odtwarzacze i nagrywarki CD i DVD), w medycynie (chirurgia laserowa), nauce oraz wojsku (śledzenie laserowe) i kosmetyce (depilacja), telekomunikacji (przenoszenie informacji).



Za początek „ery laserów” przyjmujemy rok 1960. Wtedy to T. Mainman zbudował pierwszy laser, w którym ośrodkiem czynnym był kryształ rubinu.

Atomy o niższym stanie energetycznym mogą zostać przeniesione do wyższego stanu energetycznego w wyniku absorpcji fotonów o właściwej energii. Atomy znajdujące się w stanie wzbudzonym mogą powrócić do stanu podstawowego w wyniku spontanicznej emisji fotonów o odpowiedniej energii. Emisje fotonu z atomów w stanie wzbudzonym można wzmacniać lub wymuszać bombardując wzbudzony atom kwantami światła o tej samej energii co emitowany foton. W przypadku emisji wymuszonej emitowany jest dodatkowy foton o częstości równej częstości fotonu wymuszającego przejście. Oba fotony mają ten sam kierunek propagacji, a powstała jest monochromatyczną, spójną falą spolaryzowaną. Oba te fotony mogą z kolei wymuszać emisję z innych wzbudzonych atomów i w ten sposób powstaje lawina ściśle ukierunkowanych koherentnych kwantów (akcja laserowa).



Aby emisja wymuszona, konieczna do wystąpienia akcji laserowej przeważała nad absorpcją, w stanie wzbudzonym musi znajdować się więcej elektronów niż w stanie podstawowym. Stan taki nazywamy inwersją obsadzeń. Osiąga się go poprzez tzw. pompowanie ośrodka czynnego. Proces ten polega np.: na oświetlaniu ośrodka falą elektromagnetyczną o energii fotonów większej niż energia przejścia elektronów ze stanu podstawowego do stanu wzbudzonego. Pompowanie lasera może odbywać się poprzez: błysk lampy błyskowej, błysk innego lasera, wyładowanie w gazie, reakcję chemiczną.

Aby możliwa była inwersja obsadzeń co najmniej jeden z poziomów wzbudzonych musi być poziomem metastabilnym (o długim czasie przebywania na nim elektronów). Czas ten musi być na tyle długi, aby ilość elektronów w stanie wzbudzonym przewyższała liczbę elektronów powracających do stanu podstawowego w wyniku emisji spontanicznej.

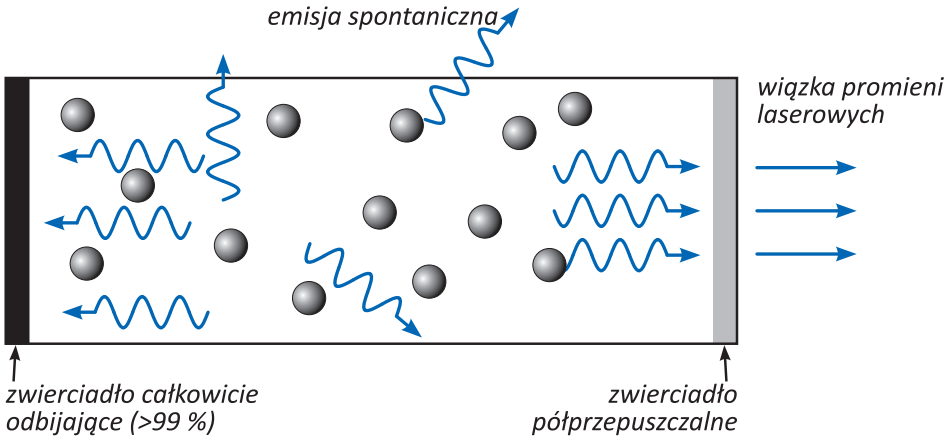
Wzbudzony ośrodek czynny stanowi źródło światła laserowego, jednak do powstania uporządkowanej akcji laserowej potrzebny jest odpowiedni układ optyczny, zwany rezonatorem. Spośród wszystkich możliwych kierunków świecenia i wszystkich dostępnych dla ośrodka długości fal, jedynie światło o parametrach ustalonych przez rezonator będzie wzmacniane na tyle mocno, by doprowadzić do akcji laserowej. Układ optyczny rezonatora składa się zazwyczaj z dwóch odpowiednio ustawionych zwierciadeł. Aby dodatkowo określić tę częstotliwość z dużą precyzją, stosuje się dodatkowe elementy układu optycznego, ograniczające możliwość wielokrotnego odbicia fal o długościach innych, niż zadana np.: siatki dyfrakcyjne. Żeby emitowane światło laserowe mogło wydostać na zewnątrz lasera, przynajmniej jedno z luster powinno być częściowo przepuszczalne. Wzmocnienie promieniowania w obszarze czynnym musi co najmniej równoważyć straty promieniowania wewnątrz rezonatora oraz emisję części promieniowania na zewnątrz. Dla lasera, którego rezonator optyczny ma długość L i jest zakończony dwoma zwierciadłami o współczynnikach odbicia R_1 i R_2 wzmocnienie progowe konieczne do zajścia akcji laserowej wynosi:

$$g = \alpha_L + \frac{1}{2L} ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

gdzie:

g – wzmocnienie optyczne jednostkowej długości ośrodka czynnego,

α_L–suma wszystkich strat wewnętrznych promieniowania na jednostce długości, wewnątrz rezonatora z wyjątkiem absorpcji (uwzględniona w g).



Ośrodek czynny decyduje o najważniejszych parametrach lasera: długości emitowanej fali, jej mocy, sposobie pompowania, zastosowaniach lasera. Przykłady podziału laserów w zależności od ośrodka czynnego:

- Lasery gazowe: helowo-neonowy, argonowy, azotowy, kryptonowy, na dwutlenku węgla.
- Lasery na ciele stałym: rubinowy, neodymowy na szkle, neodymowy na YAG-u, erbowy na YAG-u, tytanowy na szafirze. (YAG - Yttrium Aluminum Garnet- granat syntetyczny).
- Lasery na cieczy: barwnikowe - ośrodkiem czynnym są barwniki rozpuszczone w nieaktywnym ośrodku przezroczystym, np. rodaminy.
- Lasery półprzewodnikowe: złączowe (diody laserowe), bezzłączowe.
- Lasery na wolnych elektronach: laser promieniowania X.

Właściwości światła laserowego.

Do najważniejszych właściwości światła laserowego należą:

- rozbieżność wiązki,
- spójność,
- moc promieniowania i gęstość energii,
- propagacja promieniowania laserowego w środowisku.

Rozbieżność jest to powiększanie się pola przekroju poprzecznego wiązki wraz z odległością. Rozbieżność wiązki promieniowania określa się kątem rozbieżności Θ. Dzięki

małym rozbieżnościom wiązki prawie całą energię promieniowania możemy skierowywać w określonym kierunku.

$$\Theta = \frac{1.22\ \lambda}{D}$$

gdzie:

λ – długość fali,

D – szerokość wiązki na wyjściu z lasera.

Wszystkie wymienione cechy promieniowania laserów wnoszą wkład do istotnej własności jaką jest skupianie - ogniskowanie wiązki laserowej szczególnie w związku z zastosowaniami chirurgicznymi i mikrochirurgicznymi laserów. Monochromatyczność umożliwia dodatkowo selektywne wzbudzanie poszczególnych substancji chemicznych w tkance w celu stymulacji określonych procesów chemicznych. Warunkuje to postęp prac związanych z rozwojem fotodynamicznej terapii nowotworów (PDT).

Pracując z promieniowaniem laserowym trzeba zachować środki ostrożności i stosować się do obowiązujących przepisów BHP. Najbardziej narażone na promieniowanie są oczy i skóra. Do patologicznych efektów nadmiernej ekspozycji oka i skóry na promieniowanie laserowe należą: zwiększona pigmentacja i starzenie skóry, oparzenia skóry, katarakta, oparzenie i uszkodzenie siatkówki oraz rogówki. Zmiany zależą od mocy, długości fali lasera, czasu narażenia na promieniowanie.

Zastosowania **medyczne** i kosmetyczne laserów stanowią jedną z ważniejszych części rynku technologii laserowych. Do najbardziej znanych i najczęściej stosowanych należą lasery:

- **Lasery CO_2** - stosowane w chirurgii ogólnej ze względu na bardzo dobre pochłanianie przez wodę i bardzo płytkie wnikanie w tkankę promieniowania o tej długości fali. Woda stanowi główny składnik tkanek dlatego wiązka promieniowania może przecinać tkankę miękką i kości. Laser ten stosowany jest również w ginekologii, dermatologii, laryngologii.
- **Lasery stałe na kryształach Nd:YAG** – charakteryzuje je gorsze pochłanianie w materii biologicznej i znacznie głębsze wnikanie promieniowania w tkankę. Laser Nd:YAG stosowany jako koagulator pozwala zamykać naczynia krwionośne do głębokości paru milimetrów. Lasery Nd:YAG impulsowe stosowane są w okulistyce

w mikrochirurgii oka. Lasery o dłuższym impulsie stosowane są do rozbijania kamieni nerkowych. Charakter oddziaływania tego typu laserów jest mechaniczny - rozrywający.

- **Lasery Ho:YAG i Er:YAG** - promieniowanie jest silnie pochłaniane przez wodę stąd mniejsza głębokość wnikania w tkankę niż w przypadku laserów Nd:YAG. Umożliwia to szersze zastosowania tych laserów w dziedzinie operacji chirurgicznych, stomatologicznych, okulistycznych, laryngologicznych i ginekologicznych.
- **Laser argonowy** - zielone promieniowanie jest dobrze pochłanianie przez hemoglobinę stąd zastosowanie tych laserów jako koagulatora w okulistyce oraz w terapii znamion naczyniowych.
- **Laser He-Ne** - stosowany do biostymulacji oraz jako źródło światła w zastosowaniach laparoskopii z laserami pracującymi w niewidzialnym zakresie widma.
- **Lasery barwnikowe**- stosowane są do usuwania znamion naczyniowych, w urologii do litotrypsji oraz w okulistyce. Możliwość strojenia tych laserów jest szczególnie istotna w przypadku zastosowań do fotodynamicznej terapii nowotworów PDT.
- **Lasery ekscymerowe** – stosowanie są w okulistyce, angioplastyce i mikrochirurgii.
- **Lasery półprzewodnikowe** - stosowane w okulistyce i chirurgii.

Bardzo dynamicznie rozwijają się kosmetyczne zastosowania laserów np.: laserowe wygładzanie skóry, depilacja, usuwanie tatuaży i przebarwień, zamykanie naczynek. Wiadomości na temat zastosowania laserów znajdują się również w rozdziale 4 skryptu cz. 3 pt: „Fale elektromagnetyczne i optyka”.

Mikroskopy

Mikroskop – urządzenie służące otrzymywania powiększonego obrazu bardzo małych obiektów, zwykle niewidocznych gołym okiem.

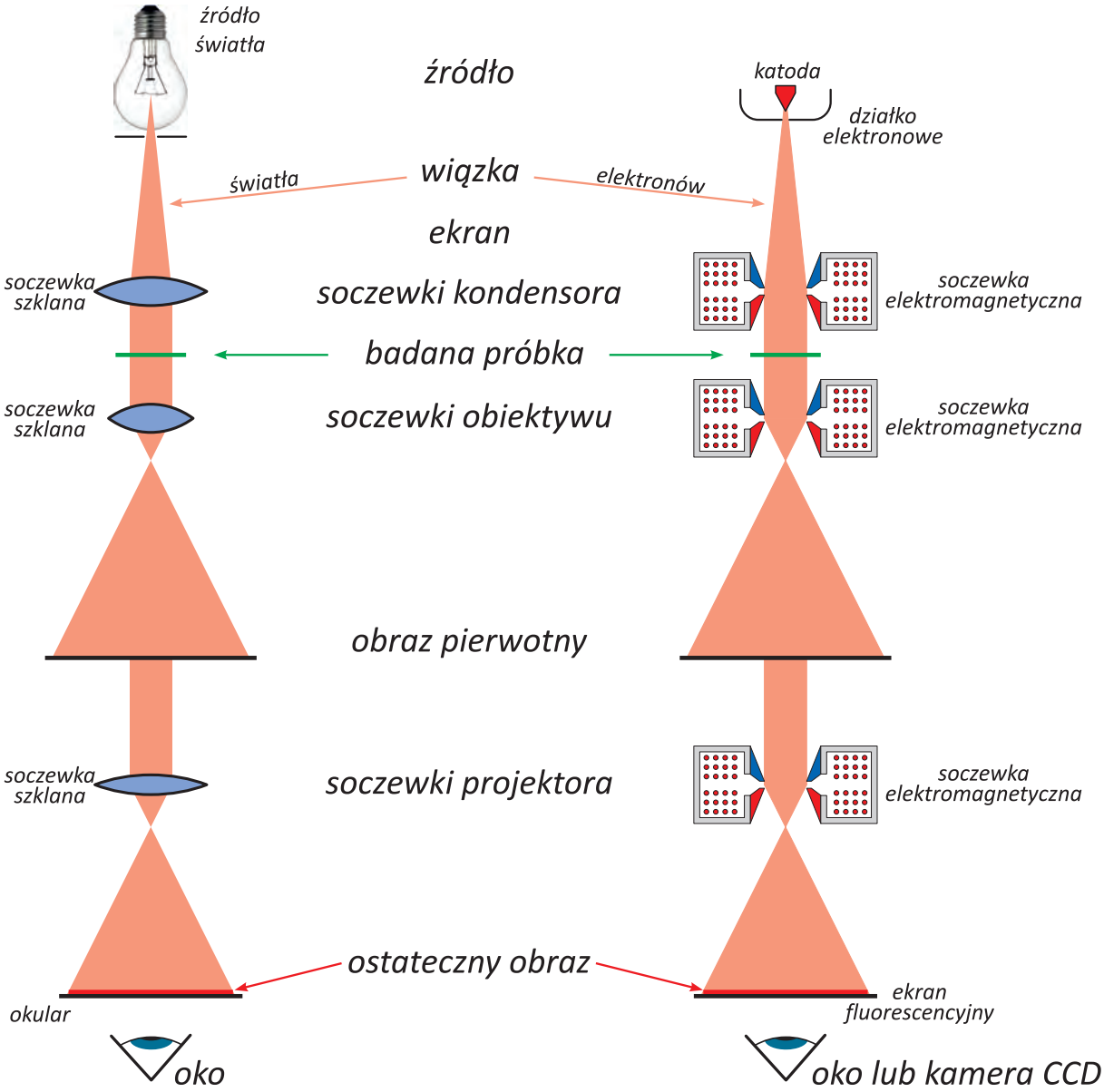
Przykłady mikroskopów:

Mikroskop akustyczny – wykorzystuje fale ultradźwiękowe (o częstotliwości do kilku GHz) do otrzymywania obrazu elementów struktury ośrodka sprężystego. Zastosowania np.: badanie nieprzezroczystych makroobiektów, badanie tkanek i komórek, badanie elastyczności poszczególnych części komórek.

Mikroskop optyczny – powiększa obraz, wykorzystując do jego generowania światło przechodzące przez specjalny układ optyczny składający się zazwyczaj z zestawu od kilku do kilkunastu soczewek optycznych. Mikroskopy optyczne w biologii są stosowane np.: do obserwacji drobnoustrojów i budowy tkanek; w fizyce i chemii - do obserwacji przemian krystalicznych a w geologii - do obserwacji budowy skał. Fizyczna granica maksymalnego powiększenia obrazu w mikroskopie optycznym jest określona przez rozdzielczość kątową obiektywu związaną z długością fali światła. Na wyrazistość obrazu ma też wpływ precyzja wykonania soczewek.

Mikroskop elektronowy — mikroskop wykorzystujący do obrazowania wiązkę elektronów. Mikroskop elektronowy pozwala badać strukturę materii na poziomie atomowym. Im większa energia elektronów tym krótsza ich fala i większa rozdzielczość mikroskopu. Próbka znajduje się w próżni i najczęściej jest pokrywana warstewką metalu. Rozróżniamy: elektronowy mikroskop transmisyjny oraz elektronowy mikroskop skaningowy. *Elektronowy mikroskop transmisyjny* (Transmission Electron Microscope - TEM) - rejestrowane są elektrony przechodzące przez próbkę dlatego próbka w takim mikroskopie musi mieć grubości mniejszą od 0.1 mikrometra. Przygotowanie takiej próbki jest trudne i znacznie ogranicza zastosowania mikroskopu. *Mikroskopy skaningowe* przeglądają powierzchnię próbki punkt po punkcie.

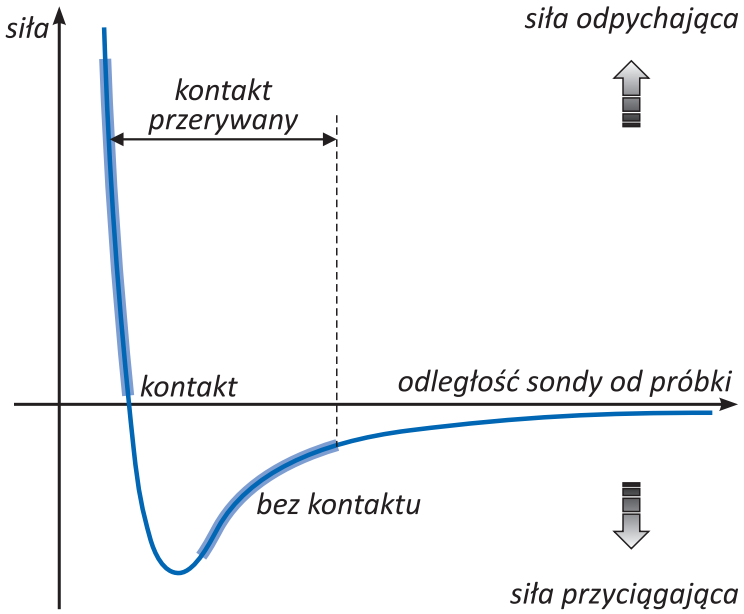
Porównanie mikroskopu optycznego z elektronowym przedstawia rysunek poniżej.



Mikroskop fluorescencyjny to mikroskop świetlny używany w badaniach substancji organicznych i nieorganicznych, którego działanie oparte jest na zjawisku fluorescencji i fosforescencji. Fluorescencja próbki może być pochodzenia naturalnego lub być wynikiem dołączenia do próbki fluoroforów. Większość używanych mikroskopów fluorescencyjnych to mikroskopy epi-fluorescencyjne czyli takie, gdzie wzbudzenie próbki falą świetlną, jak i obserwacja zachodzą z tej samej strony próbki. Mikroskopy fluorescencyjne są ważnym narzędziem w biologii.

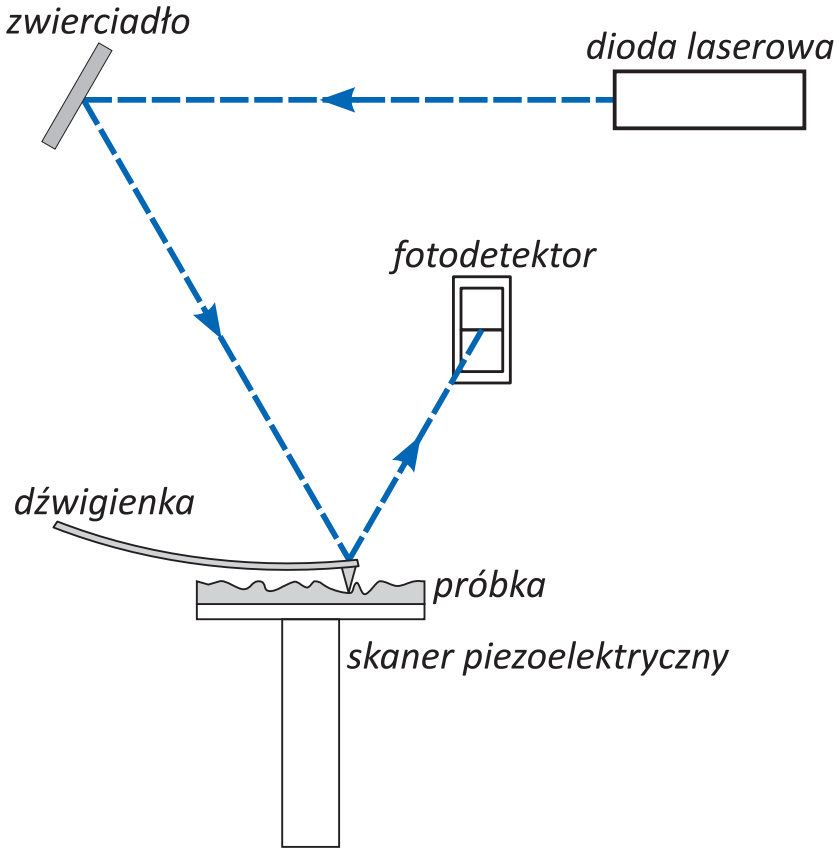
Mikroskop sił atomowych (Atomic Force Microscope, AFM) – mikroskop ze skanującą sondą, skonstruowany po raz pierwszy przez G. Binnig, C. Quate i Ch. Gerber w 1986 roku.

Umożliwia uzyskanie obrazu powierzchni ze zdolnością rozdzielczą rzędu wymiarów pojedynczego atomu dzięki wykorzystaniu sił oddziaływań międzyatomowych, na zasadzie przemiatania ostrza nad powierzchnią próbki. Występowanie sił magnetycznych, elektrostatycznych i oddziaływań międzyatomowych pomiędzy atomami ostrza i badanej powierzchni umożliwia wykorzystanie detekcji ruchów ostrza sunącego po powierzchni próbki do obrazowania tej powierzchni. Ostrze jest wytworzone na sprężystej mikro-belce, której odchylenie umożliwia wyznaczenie siły oddziaływania międzyatomowego pomiędzy atomami ostrza i badanej powierzchni.

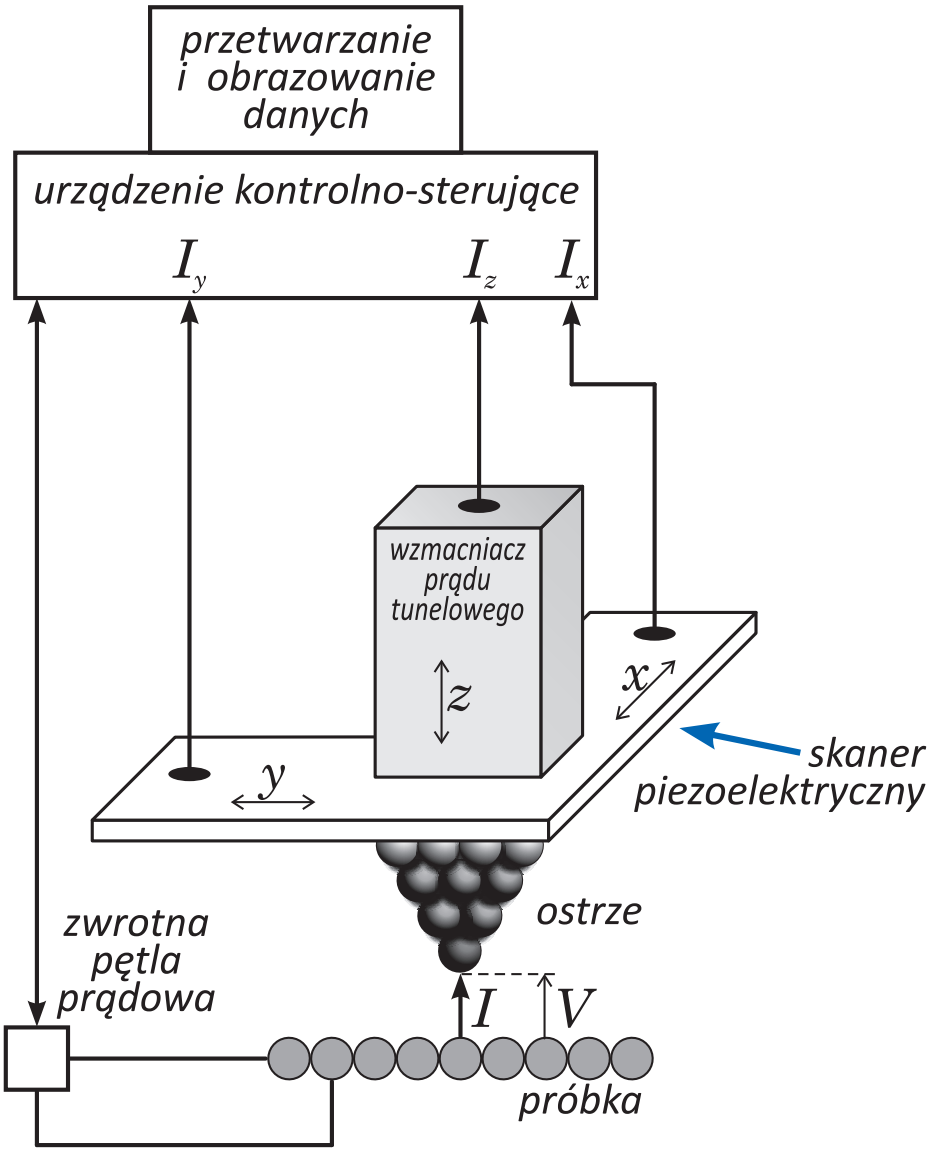


Rysunek powyżej przedstawia zależność sił oddziaływania od odległości miedzy atomami. Kiedy atomy zaczynają się zbliżać delikatnie się przyciągają a siła przyciągania wzrasta aż do momentu kiedy atomy są na tyle blisko, że ich chmury elektronowe zaczynają się elektrostatycznie odpychać. Elektrostatyczne odpychanie osłabia międzyatomowe siły przyciągania. Spadają one do zera, kiedy odległość miedzy atomami jest równa mniej więcej długości wiązań chemicznych. Kiedy wypadkowe siły są dodatnie (odpychające), atomy stykają się ze sobą. W trybie kontaktowym pracy mikroskopu, siły odpychające są w stanie zrównoważyć siły dążące do większego zagęszczenia atomów. Oznacza to, że prędzej ugnie się dźwigienka niż igła sondy zbliży się bardziej do atomów próbki. Dodatkowo oprócz odpychających sił van der Waals'a podczas pracy AFM w trybie kontaktowym występują jeszcze siły kapilarne i siły wywierane prze samą dźwigienkę. Siły kapilarne wywierane są przez cienką warstewkę wody obecną na powierzchni próbki podczas pracy w środowisku atmosferycznym. Całkowita suma sił kapilarnych i wywieranych przez dźwigienkę musi być

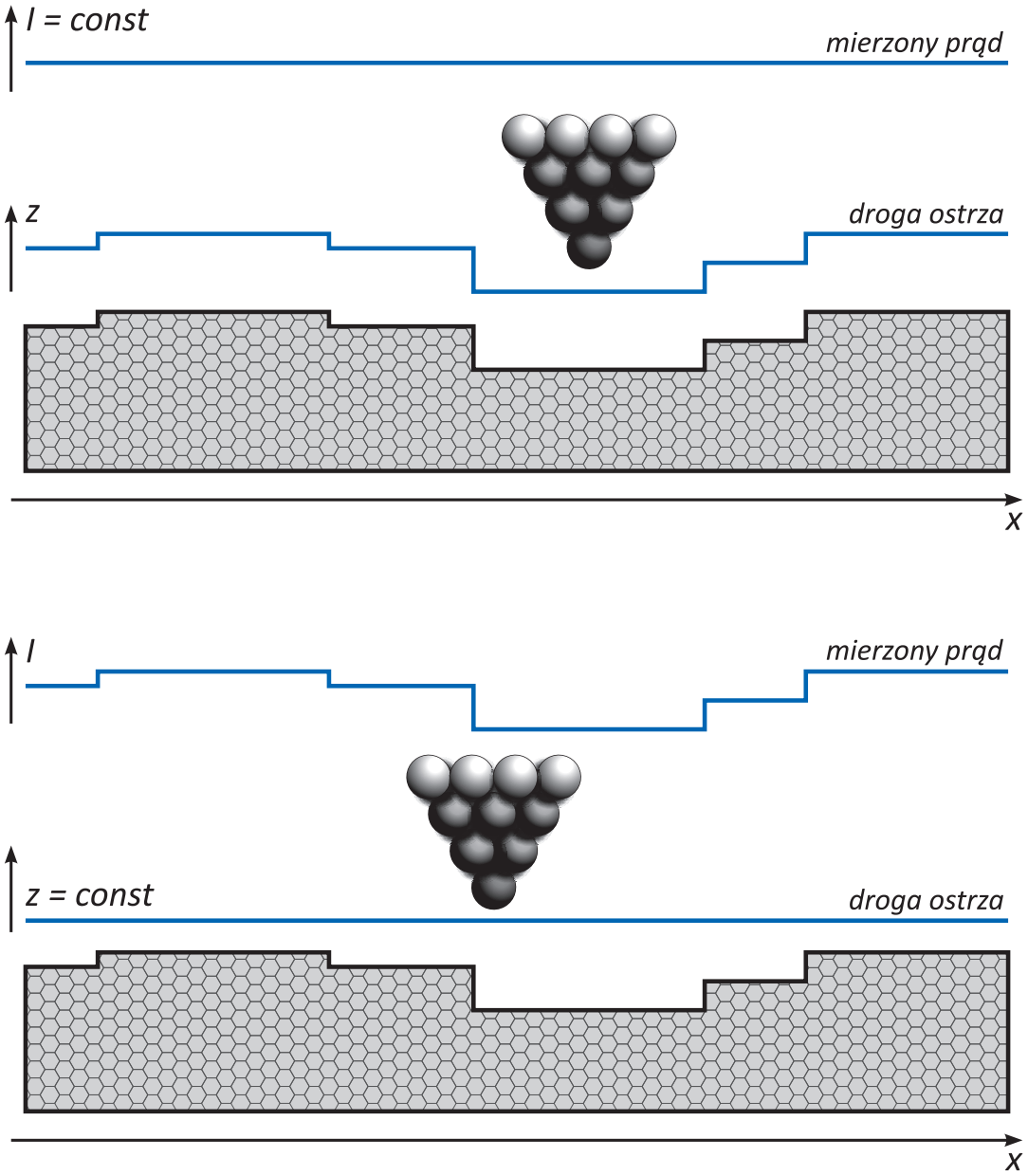
równoważona przez odpychające siły van der Waals'a. Mapa sił dla każdego punktu powierzchni próbki jest przetwarzana komputerowo na obraz. Interpretacja obrazów wymaga szczegółowej analizy oddziaływań ostrze-próbka a na jej temat powstało wiele prac teoretycznych. Obrazy mogą różnić się między sobą, jeśli używamy różnych ostrzy. Jeśli chce się do obrazowania wykorzystać siły magnetyczne, ostrze pokrywa się materiałem magnetycznym. Za pomocą mikroskopu sił atomowych można uzyskać informacje na temat ukształtowania powierzchni, jak i jej właściwości fizycznych, takich jak: tarcie, rozkład ładunku elektrostatycznego, przewodność elektryczna, termiczna, struktura domen magnetycznych. Przeprowadzenie pomiaru zwykle nie wymaga skomplikowanych procedur przygotowania badanej próbki i może być dokonane zarówno w powietrzu, cieczy czy w próżni. Dzięki temu w biologii możliwe jest obrazowanie i badanie właściwości żywych komórek w ich naturalnym ciekłym środowisku, co jest utrudnione w przypadku mikroskopu elektronowego. AFM znalazła zastosowanie w kontroli jakości w przemyśle materiałów optycznych, półprzewodnikowych oraz magnetycznych nośników pamięci. AFM stosuje się w chemii i fizyce do badania m.in. struktury krystalicznej próbek, obserwacji formowania warstw surfaktantów, cząstek koloidalnych.



Skaningowy mikroskop tunelowy (Scanning Tunneling Microscope - STM) – mikroskop ze skanującą sondą, umożliwia uzyskanie obrazu powierzchni materiałów przewodzących ze zdolnością rozdzielczą rzędu pojedynczego atomu. Uzyskanie obrazu powierzchni jest możliwe dzięki wykorzystaniu zjawiska tunelowego. STM nie rejestruje fizycznej topografii próbki, ale dokonuje pomiaru obsadzonych i nieobsadzonych stanów elektronowych blisko powierzchni Fermiego. Nad powierzchnią próbki, która może być wykonana tylko z materiału przewodzącego prąd elektryczny lub być pokryta atomami metalu przez napylanie umieszczona jest igła. Ramię trzymające igłę mocowane jest poprzez skaner piezoelektryczny, który pod wpływem napięcia elektrycznego, w wyniku zjawiska piezoelektrycznego (*zjawisko piezoelektryczne, polega na pojawieniu się pod wpływem naprężeń mechanicznych ładunków elektrycznych na powierzchni kryształu*) zmienia w niewielkim stopniu swe wymiary, a tym samym zmienia położenie igły przesuwając ją nad próbką. W innych rozwiązaniach układ piezoelektryczny porusza próbką, a sama sonda pozostaje nieruchoma.

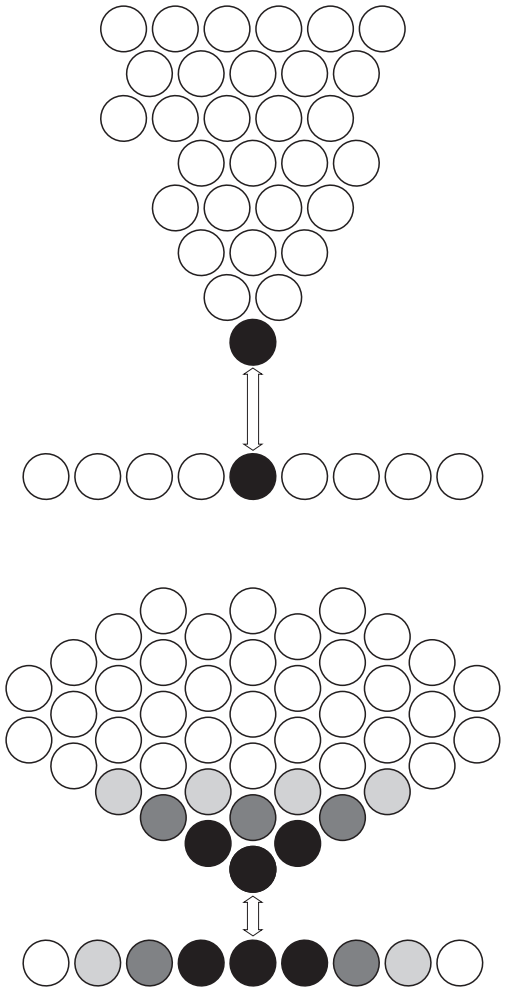


W trybie stałej wysokości sonda przemieszcza się nad powierzchnia próbki w płaszczyźnie poziomej. Prąd tunelowy zmienia się w zależności od topografii materiału i jego lokalnych właściwości elektronowych. Właśnie prąd tunelowy mierzony nad powierzchnią próbki daje dane na podstawie których powstaje obraz powierzchni badanego materiału. W przypadku trybu prądu stałego zapewnia się stałą wartość prądu tunelowego. Uzyskuje się nią przez dostosowanie wysokości położenia skanera nad punktem pomiarowym.



Wadą mikroskopu STM jest ograniczenie możliwości obserwacji tylko do próbek wykonanych z przewodników. Odkryto również, że jeżeli do igły przyłoży się większe napięcie niż przy skanowaniu, to może ona oderwać pojedynczy atom z powierzchni próbki i przełożyć go w inne miejsce. W ten sposób możliwa jest obróbka materiału na poziomie atomowym.

Rysunek przedstawia oddziaływanie międzyatomowe dla SEM i AFM. W SEM tylko najbliższy atom sondy reaguje z najbliższym atomem próbki. (góra rys.) W AFM kilka atomów sondy reaguje jednocześnie z kilkoma atomami próbki (dół rys.) Każdy atom wierzchołka sondy uczestniczy w otrzymywaniu obrazu.



Dużym problemem urządzeń STM i AFM jest czułość na drgania zewnętrzne, dlatego twórcy pierwszego skaningowego mikroskopu tunelowego do wytłumienia drgań wykorzystali zjawisko unoszenia się nadprzewodnika w polu magnetycznym.

Mikroskopia konfokalna – odmiana mikroskopii świetlnej charakteryzująca się bardzo dobrym kontrastem i rozdzielczością. Używana jest do uzyskania wysokiej jakości obrazów a zasada jej działania opiera się na usunięciu, przy wejściu do detektora, światła, które wpadło do obiektywu spoza płaszczyzny ogniskowania. Usuwa się także wszelkie odbłyski nie pochodzące bezpośrednio z miejsca ogniskowania używając w tym celu przesłony z otworem, umieszczonej przed wejściem do detektora. Technika mikroskopii konfokalnej znalazła szerokie zastosowanie w naukach biologicznych oraz w technice.

Mikroskopowy model przewodnictwa.

Do opisania swobodnych elektronów w metalu używa się określenia gaz elektronowy. Ponieważ zachowanie gazu elektronowego jest inne niż cząsteczek gazu gaz taki nazywa się elektronowym gazem Fermiego. Gaz ten podlega rozkładowi Fermi – Diraca.

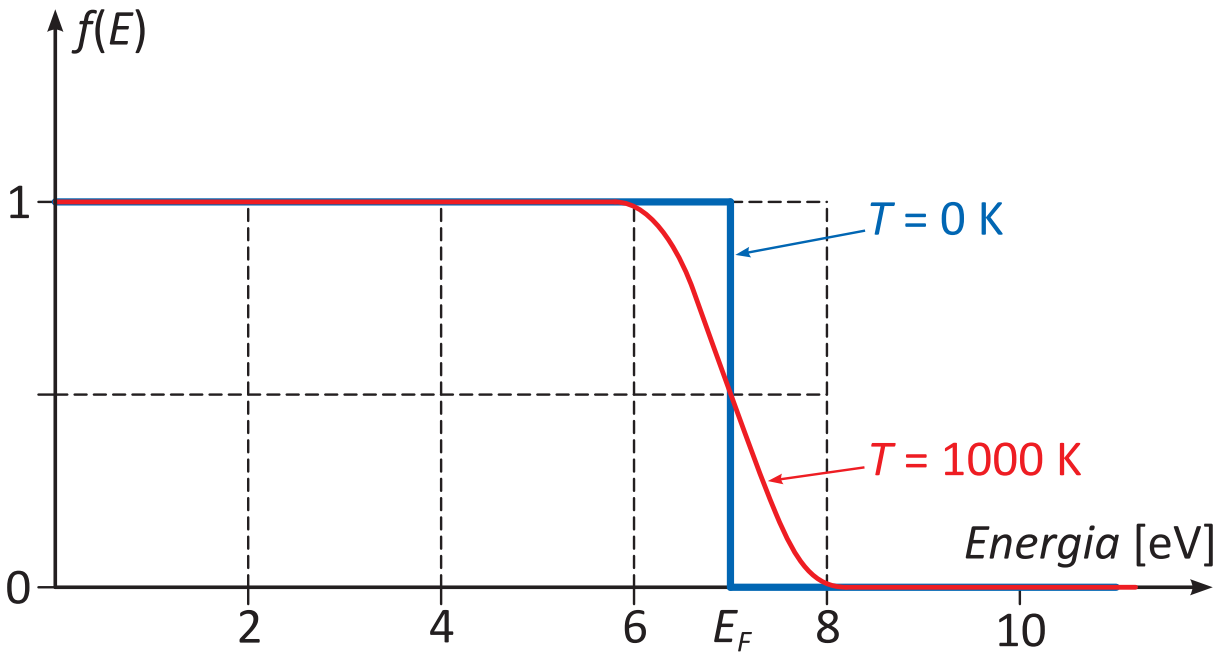
Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca określa prawdopodobieństwo obsadzenia przez elektrony dozwolonych stanów energetycznych.

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{E - E_F}{kT}\right] + 1}$$

gdzie: E_F - energia Fermiego.

Dla T=0 K wszystkie stany poniżej energii E_F są zajęte, a wszystkie powyżej tej energii są nieobsadzone czyli:

$$f(E) = 1, \quad E < E_F$$
$$f(E) = 0, \quad E > E_F$$



Funkcja rozkładu dla T>0 K różni się od funkcji dla T=0 K tym, że zamiast skokowej zmiany funkcji od 0 do 1 dla energii równej E_F mamy w pobliżu energii Fermiego rozmycie termiczne funkcji rozkładu. Im większa temperatura tym jest ono większe.

Dla wszystkich temperatur poza ekstremalnie wysokimi różnica pomiędzy energią Fermiego w temperaturze T i temperaturze T=0 K jest bardzo mała.

Obsadzenie dozwolonych stanów przez elektrony:

$$N(E) = g(E)f(E)$$

gdzie: $N(E)$- funkcja obsadzenia stanów przez elektrony,

$g(E)$- gęstość stanów czyli liczba stanów w jednostce objętości przypadających na jednostkowy przedział energii:

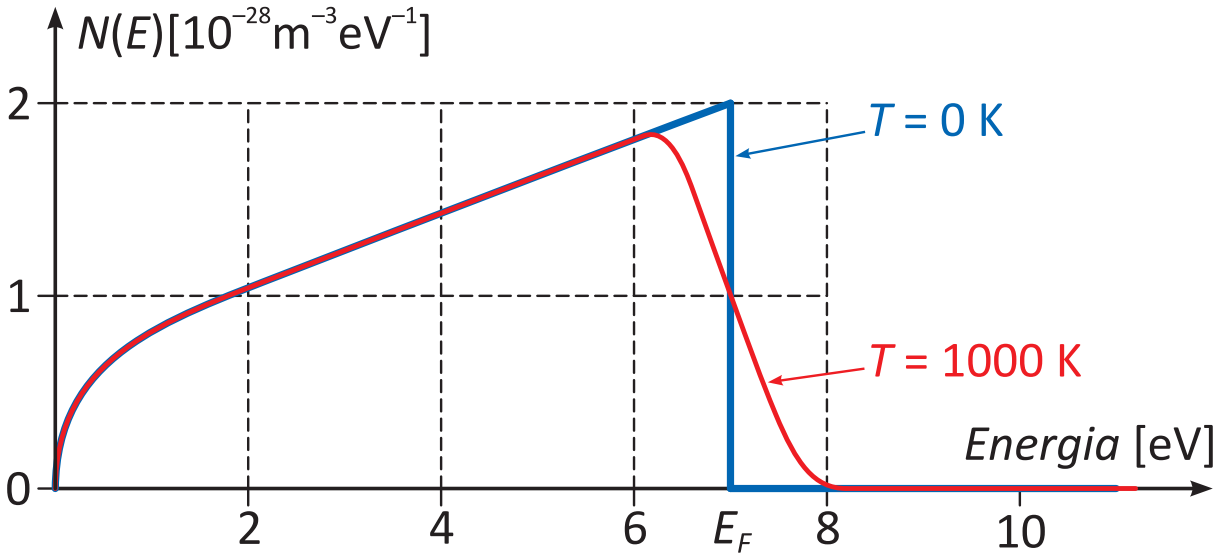
$$g(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E}$$

gdzie:

m - masa efektywna elektronu,

E - energia swobodnego elektronu:

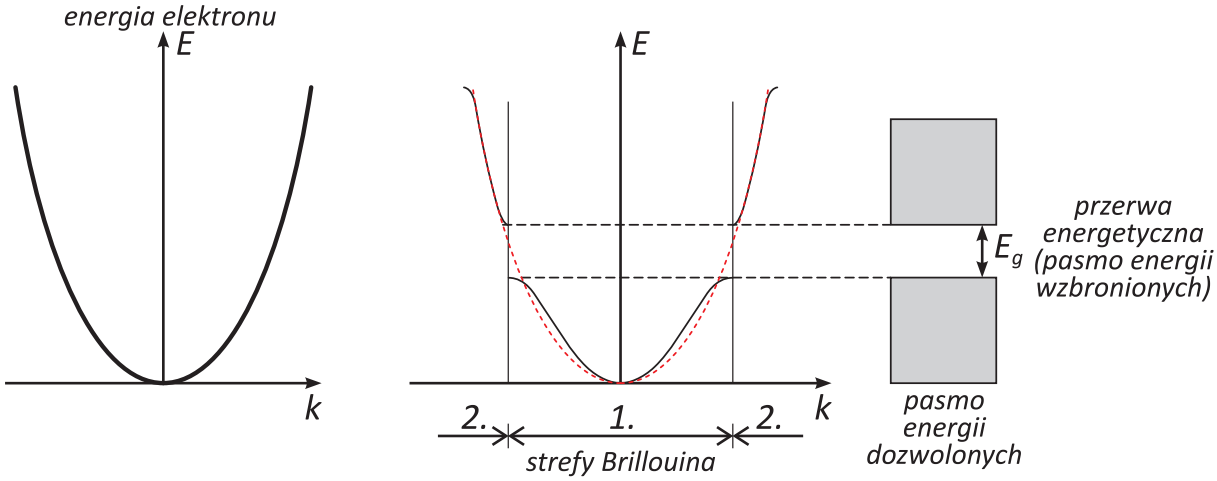
$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$.



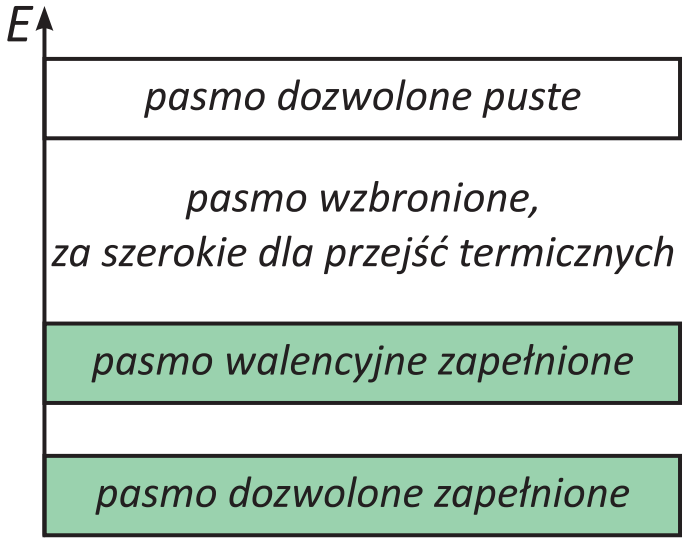
Koncentracja elektronów w metalu wynosi:

$$n = \int_0^{\infty} N(E)dE = \int_0^{E_F} g(E)dE \sim E_F^{3/2}$$

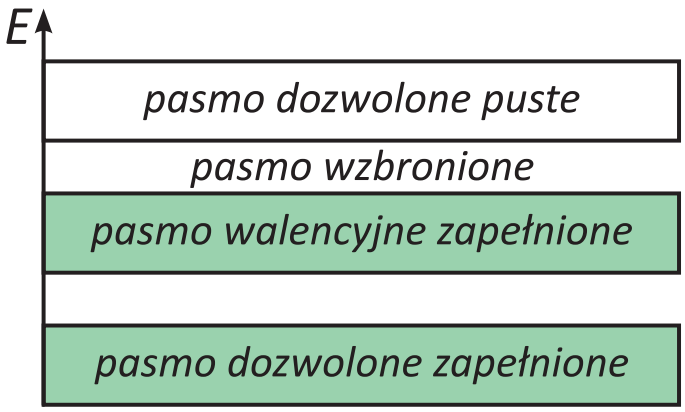
Elektronom w atomie swobodnym przypisujemy pewne ściśle określone, dozwolone poziomy energetyczne (określone względem jądra atomu). Sytuacja staje się bardziej złożona w ciele stałym, gdzie mamy do czynienia z gęstym zbiorem atomów. Zamiast pojedynczo rozłożonych poziomów energetycznych pojawiają się układy bardzo blisko siebie leżących dozwolonych poziomów energetycznych, tworzących „pasma”. Rysunek przedstawia zależność *E(k)* dla swobodnego elektronu oraz dla elektronu w przypadku istnienie pola periodycznego kryształu.



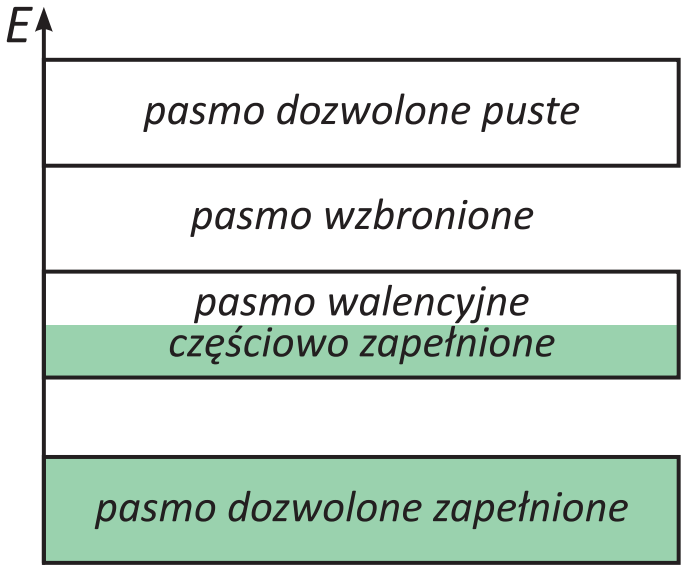
Pod względem przewodnictwa elektrycznego materiały dzielimy na: przewodniki, półprzewodniki, izolatory. Jeżeli przerwa energetyczna pomiędzy najwyższym pasmem, które jest zajęte elektronami (pasmem walencyjnym) a najniższym pustym (pasmem przewodnictwa) jest duża to mamy do czynienia z izolatorem (przerwa energetyczna $\geq 2 \div 3$ eV).



Jeżeli przerwa energetyczna mieści się w przedziale $[0{,}2 \div 3]$ eV to kryształ jest półprzewodnikiem.



Natomiast jeżeli najwyższe pasmo jest jedynie częściowo zajęte elektronami lub pasmo walencyjne i przewodnictwa nakładają się to kryształ jest metalem.



Przykładami izolatorów są: kwarc, siarka i mika; półprzewodników: krzem, german, tellur; natomiast przewodników: miedź, cyna, złoto.

Energia elektronu w krysztale:

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, gdzie

m - tzw. masa efektywna (różni się od masy elektronu swobodnego i dodatkowo może być funkcją wektora falowego *k*).

Zgodnie z hipotezą de Broglie'a elektron możemy traktować jako fale materii. Prędkość elektronu w krysztale należy utożsamiać z prędkością grupową tej fali: $v = \frac{d\omega}{dk}$, gdzie ω-częstośc fali. Ponieważ $E = \hbar\omega$, możemy zapisać:$v = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk}$.

Dynamika elektronów w krysztale:

$$m\frac{dv}{dt} = F$$

gdzie: *F*- wypadkowa sił zewnętrznych działających na elektron.

$$v = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk}$$

Masa efektywna elektronu w krysztale: $m = \hbar^2 \left(\frac{d^2E}{dk^2}\right)^{-1}$

Półprzewodniki

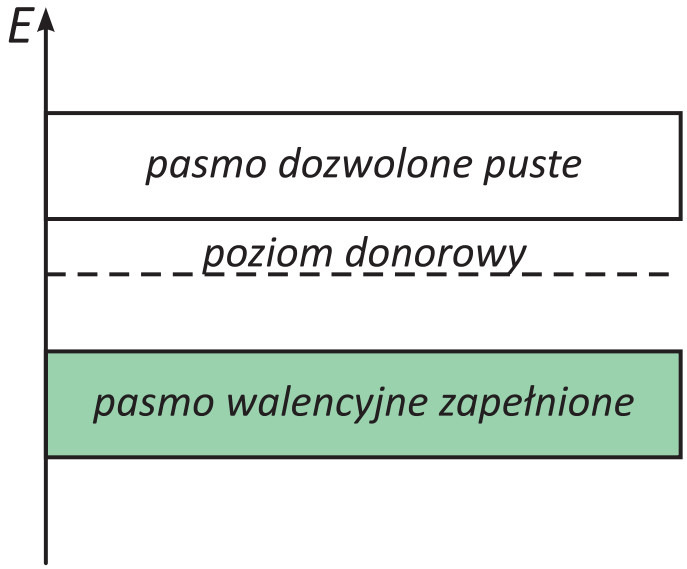
W T=0 K wszystkie elektrony tkwią w sieci krystalicznej. Pasmo walencyjne jest całkowicie zapełnione. Pasmo wzbronione jest wąskie i już w temperaturze pokojowej część elektronów walencyjnych znajduje się w dozwolonym paśmie, które w temperaturze 0 K było pasmem pustym. Pasmo to staje się pasmem przewodnictwa i wraz ze wzrostem temperatury ilość nośników w paśmie przewodnictwa rośnie, opór półprzewodnika maleje. Elektrony, które przedostają się z pasma przewodnictwa pozostawiają po sobie nieobsadzone stany energetyczne w pasmie walencyjnym zwane dziurami. Elektrony walencyjne sąsiadujące z dziurą mogą się przemieszczać zajmować wolne miejsce. Dziura wędruje w odwrotnym kierunku niż elektrony tworząc tzw. prąd dziurowy. Elektrony w paśmie przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym noszą nazwę nośników prądu a prąd płynący przez półprzewodnik jest suną prądu elektronowego i dziurowego.

Półprzewodniki należą głównie do grupy czwartej układu okresowego. Dzielimy je na *samoistne* i *domieszkowane*.

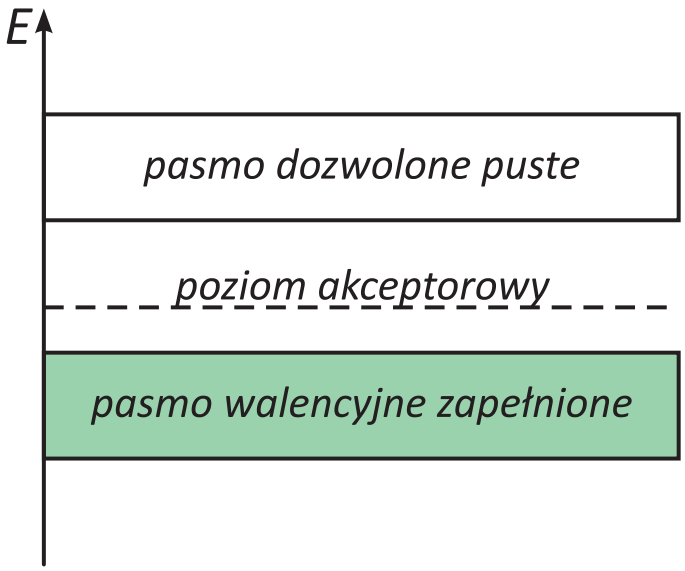
W celu wytworzenia przewodności samoistnej należy elektronom nadać taka energię, aby część z nich mogła dostać się z zapełnionego pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa. Energia ta to energia aktywacji i wynosi tyle co szerokość pasma zabronionego.

Półprzewodniki domieszkowane otrzymuje się sztucznie. Do kryształów półprzewodników samoistnych dodaje się niewielką ilość atomów obcych domieszek. Najczęściej domieszkuje się german i krzem atomami z grupy piątej jak fosfor, arsen lub trzeciej kolumny układu okresowego jak bar, aluminium.

Półprzewodniki typu n (kryształ germanu domieszkowany atomami fosforu). Fosfor posiada pięć elektronów na powłoce walencyjnej. Cztery z nich wchodzą w związek z sąsiednimi atomami germanu a jeden pozostaje poza siecią. W modelu pasmowym pojawia się nowy poziom energetyczny tzw. poziom donorowy. W temperaturze T=0 K wszystkie elektrony walencyjne atomów germanu oraz piąty znajdujący się poza siecią, są związane ze swymi atomami. W wyższych temperaturach mała porcja energii przenosi elektron z poziomu donorowego do pasma przewodnictwa. Po przyłożeniu zewnętrznego pola elektrycznego elektrony swobodne płyną w paśmie przewodnictwa.



Półprzewodnik typu p (kryształ germanu domieszkowany aluminium). Aluminium ma trzy elektrony na powłoce walencyjnej. Tworzą one wiązanie kowalencyjne przez pary elektronowe z trzema sąsiednimi atomami germanu. Ponieważ jedno wiązanie jest niepełne tworzy się dziura a w modelu pasmowym pojawia się nowy poziom energetyczny – akceptorowy. W temperaturze T= 0K poziom ten jest całkowicie nieobsadzony a w temperaturze pokojowej każdy z atomów dołącza jeden elektron z pasma walencyjnego półprzewodnika. W paśmie walencyjnym wytwarza się odpowiednia liczba dziur a w paśmie przewodnictwa nie ma w ogóle elektronów.



Ważną cechą charakterystyczną półprzewodników jest to, że opór tych materiałów maleje wraz ze wzrostem temperatury, a nie wzrasta jak to ma miejsce w przypadku przewodników.

Przewodnictwo półprzewodnika

Prawo Ohma w postaci różniczkowej:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E}$$

gdzie: $\vec{j}$- wektor gęstości prądu,

ρ – opór właściwy przewodnika,

$\vec{E}$-wektor natężenia pola elektrycznego,

σ- elektryczne przewodnictwo właściwe przewodnika.

$$\sigma = qn\mu$$

gdzie: q- ładunek jednego nośnika,

n- koncentracja nośników prądu: $n=N/V$ (stosunek liczby nośników do objętości przewodnika)

μ- ruchliwość nośnika prądu $\mu = v/E$ (stosunek prędkości nośnika do natężenia pola elektrycznego).

W przypadku dwóch rodzajów nośników:

$$\sigma = q_+ n_+ \mu_+ + q_- n_- \mu_-$$

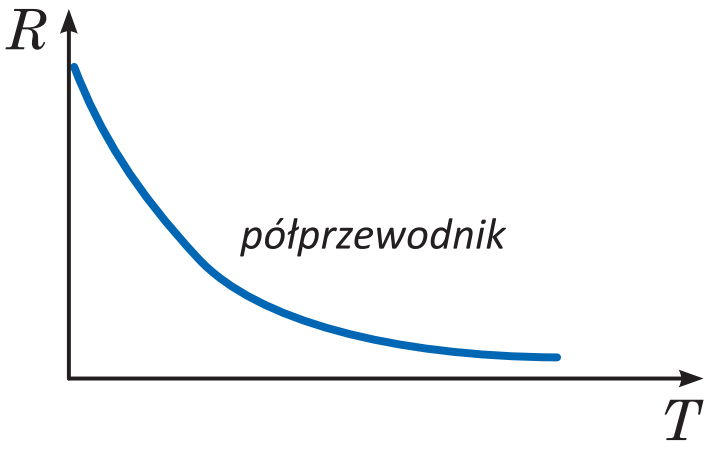
Przewodnictwo domieszkowe w niskich temperaturach rośnie wykładniczo z temperaturą w wyniku jonizacji domieszek. Osiąga wartość stałą po zjonizowaniu wszystkich domieszek.

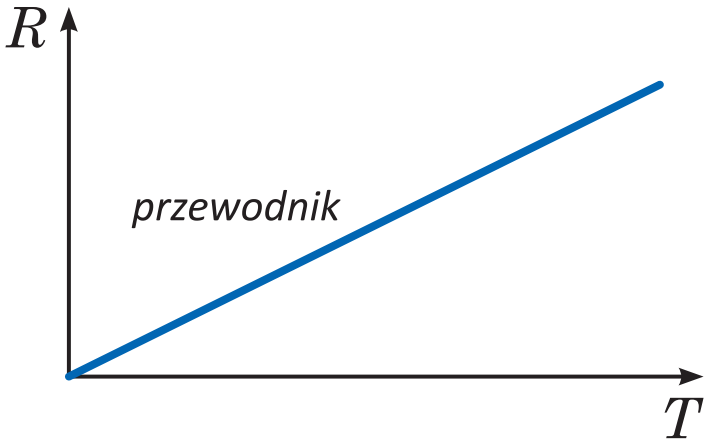
$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_{d(a)}}{2kT}\right)$$

$$\sigma = eNd(a)\mu_{n(p)} = const$$

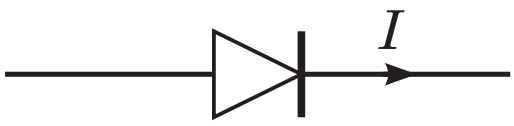
Natomiast przewodnictwo samoistne zawsze rośnie wykładniczo z temperaturą.

$$\sigma = \sigma_0 exp(-E_g/2kT)$$





Dioda półprzewodnikowa – zbudowana jest z dwóch warstw półprzewodnika typu *n* i *p*.



W półprzewodniku typu *n* jest gaz elektronowy, którego nie posiada półprzewodnik typu *p*. Aby wyrównać stężenie elektrony z warstwy *n* dyfundują do warstwy *p*. Półprzewodnik typu *n* tracąc elektrony uzyskuje potencjał dodatni, który z powrotem przyciąga elektrony do części *n*. Dyfuzja możliwa jest na samym złączu. Na złączu tworzy się również bariera potencjału uniemożliwiająca dalszy przepływ elektronów. Jeżeli do części *n* przyłożymy potencjał dodatni a do części *p* ujemny, pogłębimy barierę potencjałów a przepływający prąd będzie bardzo mały (polaryzacja złącza w kierunku zaporowym). Złącze spolaryzowane jest

w kierunku przewodzenia, gdy do części *p* przyłożony jest potencjał dodatni a do części *n* ujemny.

Równanie złącza p-n.

$$I = I_0[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1]$$

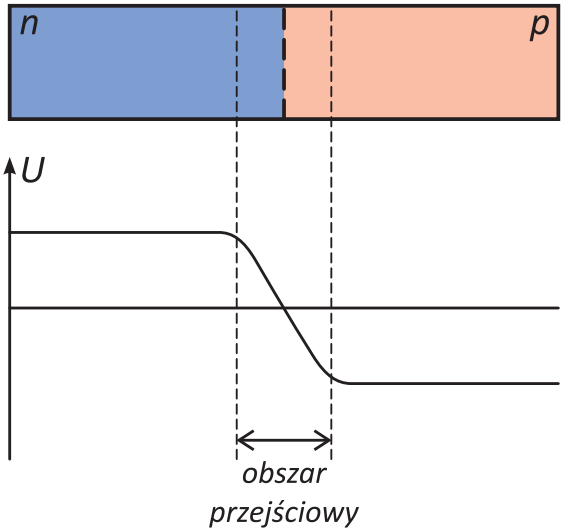
gdzie: *I* - prąd płynący przez złącze p-n,

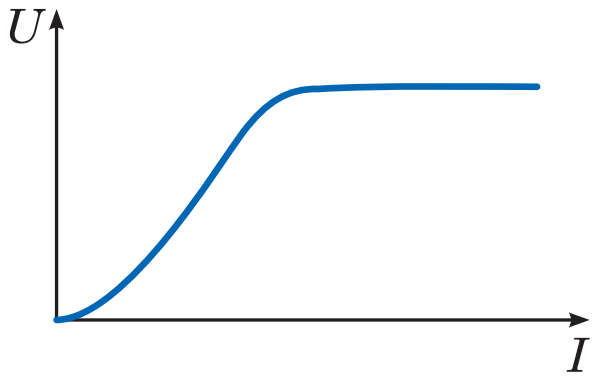
I_0 – prąd nasycenia,

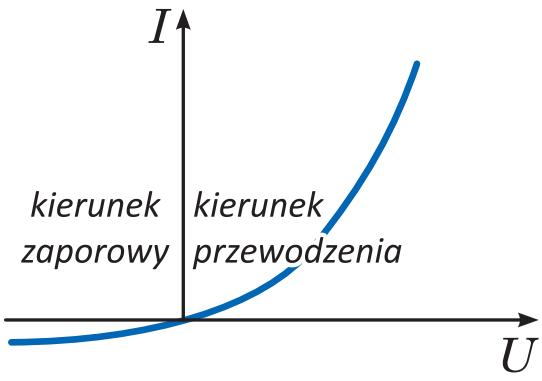
U – napięcie na złączu,

k - stała Boltzmana, k=1,38·10^{-23} J/K

T - temperatura złącza [K].







Fotodioda (detektor padającego światła), bateria słoneczna.

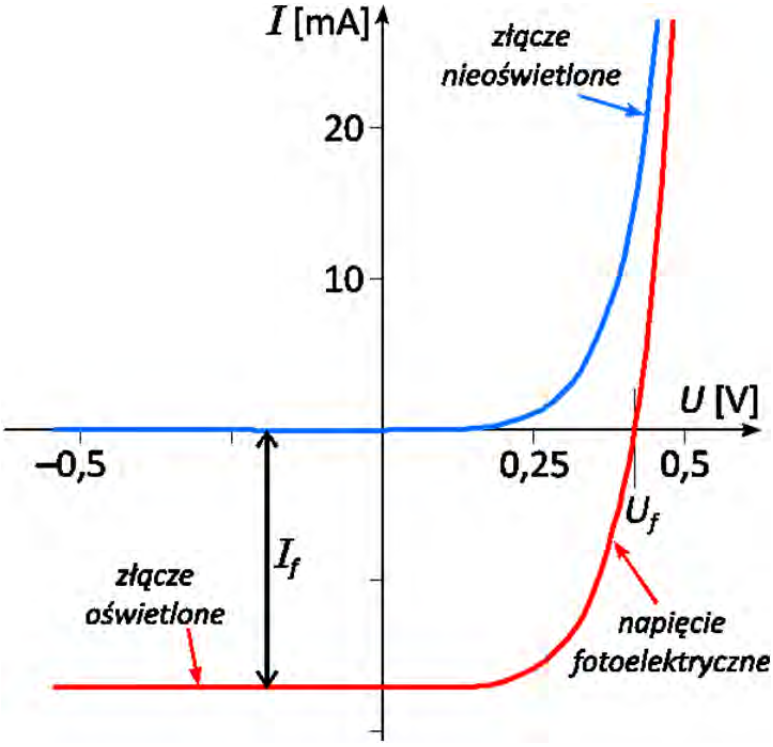
Prąd fotoelektryczny jest proporcjonalny do ilości fotonów padających na diodę w jednostce czasu:

$$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1\right] - I_f,$$

gdzie:

I – prąd płynący przez oświetlone złącze p-n,

I_f - prąd fotoelektryczny.



Dioda LED

Zbudowana jest z monokrystalicznego półprzewodnika, w którym wytworzona złącze p-n o dużej koncentracji elektronów w obszarze *n* i dziur w obszarze *p*. Emituje promieniowanie w zakresie światła widzialnego, podczerwieni i ultrafioletu.

Długość emitowanej fali wyraża się wzorem:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{E_g/h} = \frac{hc}{E_g}$$

E_g – wartość przerwy energetycznej,

h- stała Plancka, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s

c- prędkość światła, *c*=299792458 m/s

ν- częstotliwość emitowanej fali.

Nadprzewodnictwo metali

Zjawisko nadprzewodnictwa polega na tym, że opór elektryczny niektórych metali w bardzo niskich temperaturach maleje nagle do zera (glin w 1,2K; ołów w 7,2K). Na temperaturę przejścia w stan nadprzewodnictwa ogromny wpływ ma pole magnetyczne. Im większa indukcja pola, tym niższa temperatura przejścia w stan nadprzewodnictwa.

Wartość krytyczna pola magnetycznego potrzebnego do zniszczenia nadprzewodnictwa:

$$B_k = B_{k0}\left[1 - \left(\frac{T}{T_k}\right)^2\right]$$

gdzie:

B_{k0}- pole krytyczne w temperaturze zera bezwzględnego T=0 K,

T_K- temperatura krytyczna,

T- temperatura w skali bezwzględnej.

