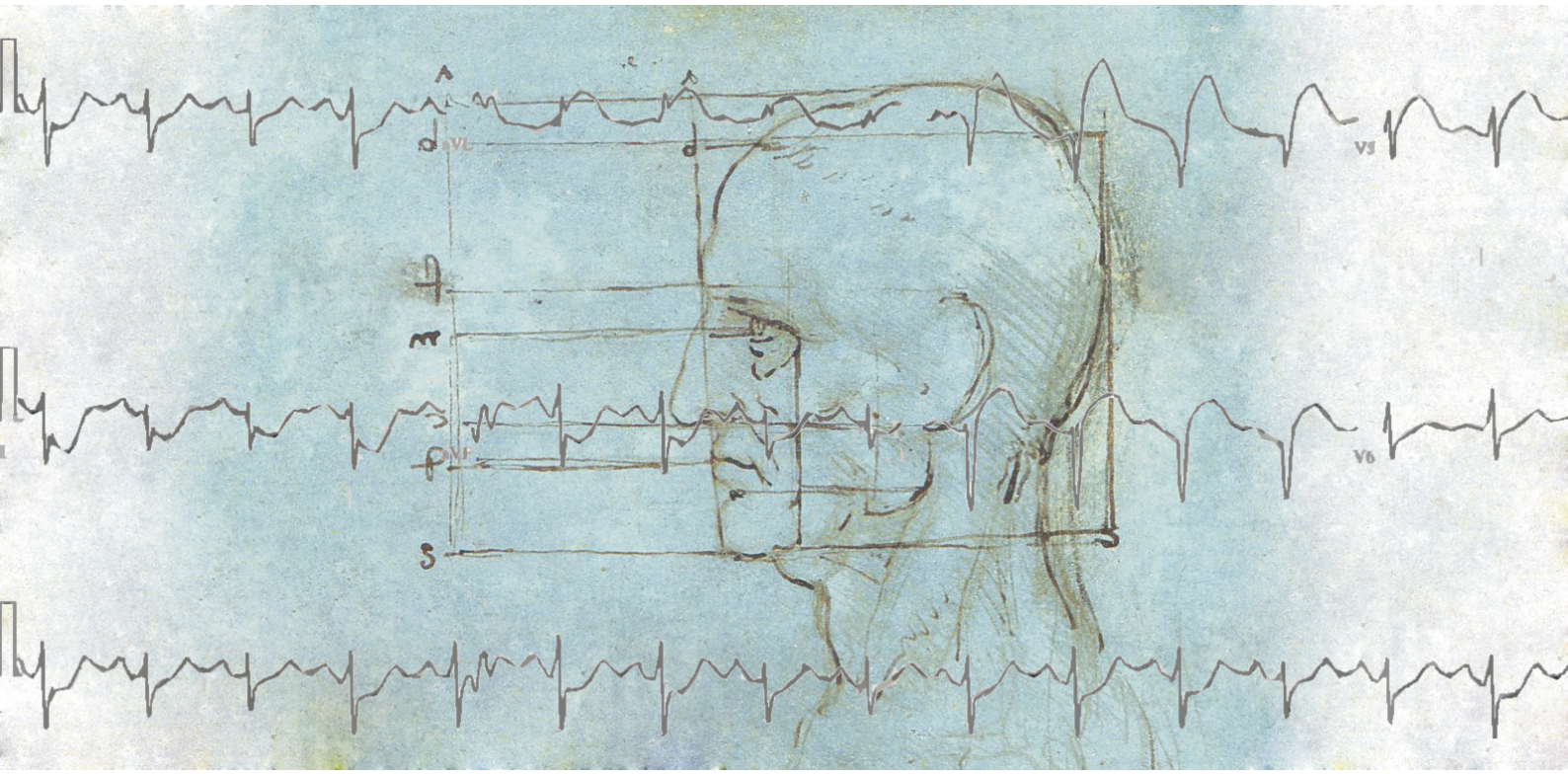


Podstawy fizyki dla fizyki medycznej II

ćwiczenia

Anna Synak, Justyna Strankowska

Gdańsk, 2012

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytetu Gdańskiego

Skrypt powstał w ramach projektu „Kształcimy profesjonalistów – kompleksowy program kształcenia skierowany do studentów, absolwentów oraz studentów niepełnosprawnych Uniwersytetu Gdańskiego” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIWERSYTET GDAŃSKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

SEMESTR II

Literatura:

1. R. Splinter, “Physics in medicine and biology”, CRC Press, 2010.
2. P. Davidovits, „Physics in Biology and Medicine”, Academic Press, 2008.
3. A. McCormick, A. Elliot, “Health Physics”, Cambridge University Press, 2001.
4. M. Hollins, “Medical Physics”, 1990.
5. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, „Podstawy Fizyki”, Tom 2, 4, PWN, 2003.
6. J. Orear, „Fizyka”, Tom 2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1979.
7. J. Kalisz, M. Massalska, J. M. Massalski, „Zbiór zadań z fizyki z rozwiązaniami”, Część I, II, PWN, 1974.
8. A. Hennel, W. Krzyżanowski, W. Szuszkiewicz, K. Wódkiewicz, „Zadania i problemy z fizyki”, PWN, 1974.
   A. Hennel, W. Szuszkiewicz, „Zadania i problemy z fizyki”, PWN, 1993.
9. J. Jędrzejewski, W. Kruczek, A. Kujawski, „Zbiór zadań z fizyki dla kandydatów na wyższe uczelnie”, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1984.
10. H. Szydłowski, „Pracownia fizyczna”, PWN, 1997.
11. B. Jaworski, A. Dietłaf, L. Miłkowska, G. Siergiejew, „Kurs Fizyki”, Tom I, II, III, PWN, 1974.
12. M. C. Cedrik, Zadania z fizyki, PWN, 1975.
13. A. V. Heuvelen, Physics, HCP, 1986.
14. K. Jezierski, B. Kołdka, K. Sierański, „Skrypt do ćwiczeń z fizyki dla studentów I roku Wyższych Uczelni”, cz.2. Scripta, 2000.
15. C. Malinowska-Adamska, „Zbiór zadań z fizyki z rozwiązaniami”, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1993.
16. R. Hołyst, A. Poniewierski, „Termodynamika w zadaniach”, Wydawnictwo UKSW, 2007.
17. R. Hołyst, A. Poniewierski, A. Ciach, „Termodynamika dla chemików, fizyków i inżynierów”, Wydawnictwo Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego, 2005.
18. A. Januszajtis, J. Kalinowski, „Molekularna budowa ciał”, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 1988.

Wszystkie zadania w tym skrypcie pochodzą z źródeł wymienionych powyżej.

Rozdział I Repetytorium z termodynamiki – część I

1. Temperatura i jej pomiar. Wpływ temperatury na biomolekuły i żywe organizmy. Energia wewnętrzna. Ciepło a praca.

Sumę wszystkich rodzajów energii związanych z cząsteczkami, atomami i ich częściami składowymi nazywamy **energią wewnętrzną U**.

Ciepło jest wielkością, która dotyczy procesu przekazywania przez jedno ciało drugiemu energii wewnętrznej pod wpływem różnicy temperatur. **Ciepło dotyczy procesu a nie stanu.** Ciepło liczymy z zależności:

$$Q = m \cdot c_w \cdot \Delta T,$$

gdzie:

Q – ciepło;
m – masa substancji;
c_w – ciepło właściwe substancji;
ΔT – różnica temperatur.

Temperatura jest funkcją średniej energii kinetycznej ruchu postępowego cząsteczek. Temperatura jest miarą energii wewnętrznej ciała.

Zerowa zasada termodynamiki stwierdza także, że ciało w równowadze termodynamicznej ma wszędzie tę samą temperaturę.

Równoważność pracy i ciepła: energia wewnętrzna ciała rośnie, tak pod wpływem dostarczonego mu ciepła jak i pracy nad nim wykonanej.

Do niedawna ciepło mierzono w kaloriach:

1 cal = 4,19 J

1 J = 0,239 cal

W układzie SI obie równoważne wielkości ciepło i praca wyrażone są w *J* (dżulach).

Ciepło właściwe – jest to ta ilość ciepła jaką należy dostarczyć, aby ogrzać 1 kg danej substancji o 1 K (1°C).

2. I zasada termodynamiki

Przyrost energii wewnętrznej ciała lub układu ciał jest równy sumie dostarczonego mu ciepła i pracy wykonanej nad nim przez siły zewnętrzne (U=Q+W).

Lub: $dQ = dU + dW$, gdzie:

dQ-ilość ciepła dostarczona do układu,

dU-zmiana energii wewnętrznej układu,

dW-praca wykonana przez siły działające ze strony układu na ciała zewnętrzne.

dW=pdV

$$dU = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RdT = \frac{i}{2}NkdT$$

Z pierwszej zasady termodynamiki wynika **prawo zachowania energii wewnętrznej**: *Jeżeli praca wykonana nad ciałem lub układem ciał jest równa zeru i ciepło dostarczone ciału lub układowi ciał jest równe zeru, to energia wewnętrzna ciała lub układu ciał nie ulega zmianie*.

3. Model gazu doskonałego. Elementy kinetycznej teorii gazów.

Ciśnienie p wywierane przez cząsteczki gazów na ścianki naczynia zależy od liczby cząsteczek przypadających na jednostkę objętości V i od średniej energii kinetycznej cząsteczek gazu.

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}E_{k\,śr}$$

Równania stanu gazu doskonałego:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Postać ogólniejsza: $\frac{pV}{T} = const.$

Gazy rzeczywiste przejawiają właściwości gazu doskonałego przy małych ciśnieniach i wysokich temperaturach.

Ciśnienie, objętość i temperaturę nazywamy parametrami stanu gazu.

Równanie Clapeyrona

W jednym molu dowolnego gazu znajduje się $6{\cdot}10^{23}$ cząsteczek. Dla warunków normalnych tzn. $T_0 = 273$ K, $p_0 = 101325$ N/m^2, $V_0 = 22{,}4$ l $= 0{,}0224$ m^3 mamy:

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = R,$$

gdzie:

R – stała gazowa;
R = 8,31 J/mol·K.

Dla *n* moli gazu:

$$\frac{pV}{T} = nR.$$

Związek zapisuje się najczęściej w postaci $\boldsymbol{pV = nRT}$ i ta postać nosi nazwę **równania Clapeyrona.**

Liczbę *n* moli dowolnego gazu możemy określić następująco:

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

gdzie:

m – masa gazu;
M – masa molowa;
N – ilość cząsteczek lub atomów w próbce;
$N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ 1/mol – liczba Avogadra (liczba atomów lub cząsteczek w jednym molu).

$$k = \frac{R}{N_A}$$

$k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K – stała Boltzmana

$$pV = NkT$$

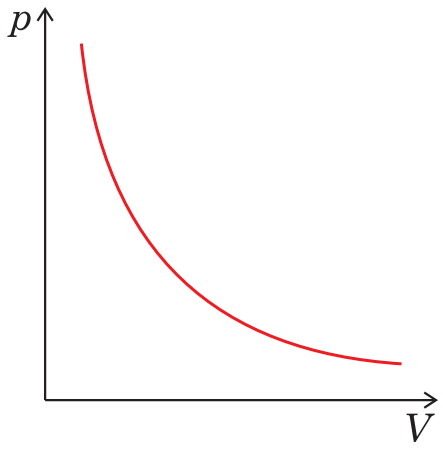
Gęstość gazu:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{R}\frac{p}{T}.$$

4. Procesy: izochoryczny, izobaryczny, izotermiczny i adiabatyczny. Prawa gazów doskonałych.

Izotermiczna przemiana gazu. Prawo Boyle'a-Mariotte'a.

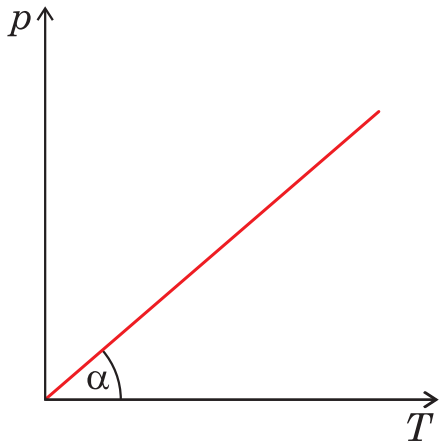


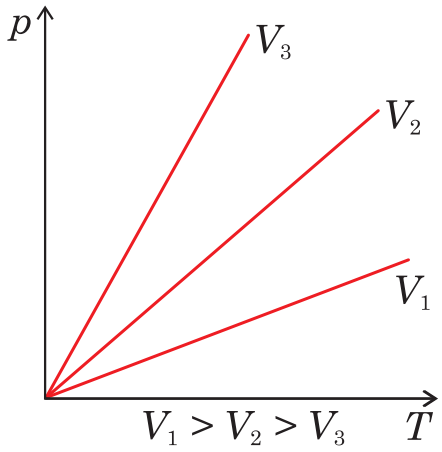
$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

W izotermicznej przemianie stałej masy gazu, ciśnienie wywierane przez gaz na ścianki naczynia jest odwrotnie proporcjonalne do objętości tego gazu.

$$\Delta Q = \Delta W$$

Izochoryczna przemiana gazu – Prawo Charlesa.





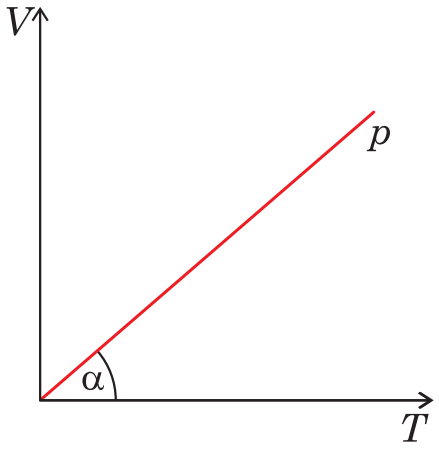
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

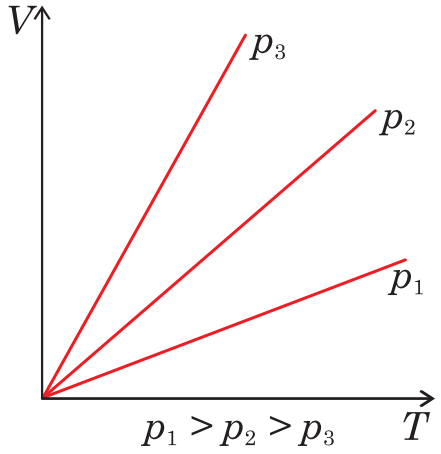
W izochorycznej przemianie stałej masy gazu, ciśnienie wywierane na ścianki naczynia przez gaz jest wprost proporcjonalne do temperatury w skali Kelwina.

$$\Delta U = c_V m(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = C_V n(T_2 - T_1)$$

Izobaryczna przemiana gazu. **Prawo Gay-Lussaca.**





$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

W przemianie izobarycznej stałej masy gazu jego objętość jest wprost proporcjonalna do temperatury w skali Kelwina.

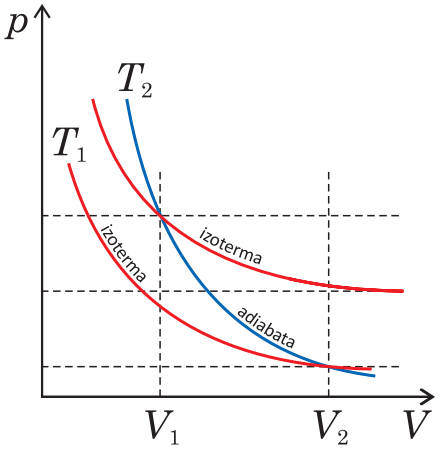
$$\Delta U = c_p m(T_2 - T_1) - p(V_2 - V_1)$$

$$\Delta U = C_p n(T_2 - T_1) - p(V_2 - V_1)$$

Adiabatyczna przemiana gazu. Prawo Poissona.

Przemianę w której nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem nazywamy adiabatyczną. W przemianie adiabatycznej zmiany ciśnienia są większe niż w przemianie izotermicznej.

$$pV^{\frac{c_p}{c_V}} = p_1 V_1^{\frac{c_p}{c_V}}$$



Adiabatyczna zmiana ciśnienia następuje na skutek zmiany objętości i temperatury, podczas gdy izotermiczna tylko na skutek zmiany objętości gazu.

$$\Delta U = -\Delta W$$

Przemiana politropowa – proces termodynamiczny w gazie doskonałym, dla którego jest spełniony następujący związek:

$$p_1 {V_1}^n = p_2 V_2^n = const,$$

gdzie: n – wykładnik politropy, stały dla danego procesu politropowego, ale przyjmujący dla różnych procesów politropowych różne wartości, od minus do plus nieskończoności.

Wykładnik politropy jest równy:

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_V}.$$

Szczególnymi przypadkami procesu politropowego są odwracalne procesy:

- izobaryczny ($n = 0$, $C = C_p$);
- izotermiczny ($n = 1$, C nieokreślone);
- adiabatyczny ($n = C_p / C_V$, $C = 0$);
- izochoryczny (n nieskończone, $C = C_V$).

Wzór zależności objętości od temperatury w skali Celsjusza przedstawia równanie:

$$V = V_0(1 + \alpha \Delta T),$$

gdzie:

V_0 – objętość gazu w 0° C;
α – współczynnik rozszerzalności cieplnej gazu.

5. Ciepło właściwe. Teoria pojemności cieplnej gazów.

Ciepłem właściwym gazu nazywamy tę ilość ciepła, jaką należy dostarczyć masie 1 kg gazu, aby ogrzać ją o 1 Kelwin. Jednostka ciepła właściwego, to [J/kg·K]. W przypadku gazów korzystniej brać do rozważań 1 mol gazu a nie 1 kg. Dla gazów częściej posługujemy się pojęciem ciepła molowego. **Ciepłem molowym** nazywamy ilość ciepła potrzebna do ogrzania 1 mola gazu o jeden Kelwin.

$$C_{molowe} = M c_{właściwe}$$

$$C_p = M c_p$$

$$C_V = M c_V$$

C_p – ciepło molowe przy stałym ciśnieniu;
C_v – ciepło molowe przy stałej objętości;

c_p, c_v – ciepła właściwe gazu odpowiednio przy stałym ciśnieniu i objętości.

Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu jest większe niż ciepło molowe przy stałej objętości.

$$C_p = C_V + R$$

Ciepło molowe zależy od liczby atomów wchodzących w skład cząsteczek nie zależy natomiast od rodzaju gazu.

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V}$$

Przez liczbę stopni swobody cząsteczki czy atomu rozumiemy liczbę zmiennych niezależnych charakteryzujących położenie badanego punktu w przestrzeni:

Cząsteczki jednoatomowe: 3 stopnie swobody;

Cząsteczki dwuatomowe: 5 stopni swobody;

Cząsteczki trójatomowe: 6 stopni swobody;

Cząsteczki wieloatomowe: 6 stopni swobody.

6. Zasada ekwipartycji energii.

Według zasady ekwipartycji energii na każdy stopień swobody cząsteczki, niezależnie od właściwości chemicznych badanej substancji przypada średnia energia kinetyczna w ilości ½ kT.

7. Bilans cieplny.

Ciepło dostarczone ciału możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$Q = m \cdot c_w \cdot (T_k - T_p),$$

gdzie:

T_k – temperatura końcowa;
T_p – temperatura początkowa.

W układzie izolowanym termicznie suma ilości ciepła przekazanego przez ciała danego układu jest równa zero: $Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots Q_n = 0$.

Podstawiając dane do wzoru powyżej należy odejmować od temperatury końcowej – początkową.

W innej formie: W układzie izolowanym termicznie suma ilości ciepła oddanego przez ciała danego układu jest równa sumie ilości ciepła pobranego przez ciała tego układu.

$$\sum Q_{pob} = \sum Q_{od}$$

Przejścia fazowe

Ciepło przemiany $c_{przem.}$ – ilość energii, którą w postaci ciepła trzeba przekazać jednostkowej masie substancji, aby uległa przemianie fazowej:

$$Q = c_{przem.} \cdot m.$$

8. Zjawiska transportu w gazach.

Średnia droga swobodna

$s = \sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v}$ – średnia częstość zderzeń

$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v}}$ – czas między zderzeniami

$\lambda = \bar{v}\tau = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$ – średnia droga swobodna

Zjawisko	**Wielkość przenoszona**		
dyfuzja	masa	$dM = -D\frac{d\rho}{dx}dSd\tau$	$D = \frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}.$
tarcie wew.	pęd	$dF = -\eta\frac{dv}{dx}dS$	$\eta = \frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}\rho.$
przewodnictwo cieplne	energia wew.	$dQ = -K\frac{d\tau}{dx}dSd\tau$	$K = \frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}\rho c_V.$

ZADANIA

Zadanie 1[5].Temperatura w pokoju wynosi 20°C. Podaj temperaturę w stopniach Farenheita i Kelvina.

Zadanie 2. 10^7 kg lodu w małym basenie podczas zimy ma średnią temperaturę –5°C. Jak dużo ciepła trzeba dostarczyć, aby zamienić lód w wodę o temperaturze 27°C? Ciepło właściwe wody wynosi 4180 J/kg·°C, ciepło właściwe lodu wynosi 2090 J/kg·°C, ciepło topnienia $3{,}35 \cdot 10^5$ J/kg.

Zadanie 3. Aluminiowa misa o masie 0,2kg zawiera 0,3 kg wody o temperaturze 25°C. Do wody wrzucono blok metalu o temperaturze 80°C. Końcowa temperatura wody i bloku ustaliła się na 30°C. Jakie jest ciepło właściwe metalowego bloku? Ciepło właściwe wody wynosi 4180 J/kg·°C, natomiast aluminium 900 J/kg·°C.

Zadanie 4 [13].Ważące 30 kg dziecko ma temperaturę 39°C. Jak dużo ciepła musi zostać usunięte z jego ciała (podczas kąpieli w chłodnej wodzie) aby obniżyć jego temperaturę do 37°C. Ciepło właściwe ludzkiego ciała wynosi 3470 J/kg·°C.

Zadanie 5. Do wanny hartowniczej zawierającej 556 kg wody o temperaturze $t_w = 12°C$ wrzucono kilka stalowych kół zębatych o łącznej masie stali $m_s = 60$ kg ogrzanych do temperatury hartowania $t_s = 750°C$. Obliczyć do jakiej temperatury ogrzeje się woda w wannie. Ciepło właściwe wody wynosi 4187 J/kg·K, natomiast stali 481 J/kg·K.

Zadanie 6. Ile kg śniegu o temperaturze $T_1 = 258{,}16$ K można stopić ilością $m = 2$ kg pary wodnej o temperaturze $T_2 = 373{,}16$ K? Ciepło parowania wody – $2{,}26 \cdot 10^6$ J/kg, ciepło topnienia lodu – $3{,}33 \cdot 10^5$ J/kg, ciepło właściwe lodu – 2092,8 J/kg·K, ciepło właściwe wody – 4189,9 J/kg·K.

Zadanie 7. Zmieszano $m_1 = 0{,}3$ kg lodu o temperaturze T_0 oraz $m_2 = 1{,}8$ kg H_2O o temperaturze $T_1 = 283{,}16$ K. Do tej mieszaniny wpuszczono $m_3 = 0{,}15$ kg pary wodnej o temperaturze $T_2 = 373{,}16$ K. Obliczyć końcową temperaturę powstałej wody. Ciepło parowania wody $c_{pw} = 2{,}26 \cdot 10^6$ J/kg; ciepło topnienia lodu $c_{tl} = 3{,}33 \cdot 10^5$ J/kg, c_w=4185J/Kkg

Zadanie 8. Obliczyć ilość ciepła potrzebnego do zmiany lodu $m_l = 10^{-2}$ kg o temperaturze $T_l = 243{,}16$ K w parę o temperaturze $T_p = 373{,}16$ K. Narysować wykres zależności temperatury od dostarczonego ciepła podczas tego procesu. Ciepło parowania wody – $2{,}26 \cdot 10^6$ J/kg, ciepło topnienia lodu – $3{,}33 \cdot 10^5$ J/kg, ciepło właściwe lodu – 2092,8 J/kg·K, ciepło właściwe wody – 4189,9 J/kg·K.

Zadanie 9. Aby wyznaczyć ciepło topnienia dokonano następującego pomiaru: do naczynia wodnego o równoważniku $m_0c_0 = 42$ J/K nalano wodę destylowaną o masie 370 g i temperaturze $t_2 = 20°C$. Następnie wrzucono kryształek topniejącego lodu. Po stopieniu lodu masa wody w kalorymetrze wzrosła do $m_w + m_c = 390$ g. Temperatura wody ustaliła się na $t_k = 15°C$. Obliczyć ciepło topnienia.

Zadanie 10. Znaleźć temperaturę końcową mieszaniny trzech cieczy o następujących masach i temperaturach:

$m_1 = 10$ g; $t_1 = 10°C$; $c_1 = 4000$ J/kg·K,
$m_2 = 20$ g; $t_2 = 20°C$; $c_2 = 1500$ J/kg·K,
$m_3 = 30$ g; $t_3 = 30°C$; $c_3 = 500$ J/kg·K.

Zadanie 11. Współczynnik przewodnictwa cieplnego gazu trójatomowego jest równy $1{,}45 \cdot 10^{-2}$ W/mK, a współczynnik dyfuzji w tych samych warunkach wynosi 10^{-5} m^2/s. Znaleźć liczbę cząsteczek gazu w 1 m^3 w tych warunkach ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K).

Zadanie 12. Ile razy zmieni się współczynnik dyfuzji gazu dwuatomowego, jeżeli w wyniku
a) izotermicznego;
b) adiabatycznego
rozprężania gazu jego ciśnienie zmniejszyło się dwukrotnie ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K).

Zadanie 13. Obliczyć energię kinetyczną ruchu obrotowego wszystkich cząsteczek zawartych w 1 kg tlenu przy 47°C.

Zadanie 14. Oblicz ciepło właściwe powietrza c_v i c_p przyjmując, że w jego skład wchodzi 20% tlenu i 80% azotu. Masa cząsteczkowa azotu 28 kg/kmol, tlenu 32 kg/mol.

Zadanie 15. Średnia długość drogi swobodnej cząsteczek azotu w temperaturze 280 K pod ciśnieniem normalnym, atmosferycznym wynosi $7{,}2\cdot10^{-8}$ m. Wyznaczyć średnią liczbę zderzeń w ciągu sekundy przy ciśnieniu 0,133 N/m^2 w tej samej temperaturze.

Zadanie 16. Do balonu wprowadza się powietrze za pomocą kompresora. Temperatura wewnątrz balonu wynosi 320 K. Do jakiej gęstości można doprowadzić powietrze w balonie, jeżeli klapa bezpieczeństwa zamykająca otwór o przekroju $1{,}2\cdot10^{-5}$ m^2 jest przytrzymywana siłą 60 N. Ciśnienie atmosferyczne wynosi $1{,}01\cdot10^{-5}$ N/m^2. Sprężone powietrze w balonie potraktować jak gaz doskonały o masie cząsteczkowej 29 kg/kmol (R = 8,31 J/mol).

Zadanie 17. Oblicz pracę jaką wykonują 2 mole metanu, gdy naprężają się izotermicznie w temperaturze 300 K od objętości 1 dm^3 do objętości 10 dm^3:
a) przesuwając tłok obciążony pod stałym ciśnieniem 10^5Pa;
b) w sposób quasistatyczny.

Zadanie 18. Obliczyć gęstość alkoholu etylowego w temperaturze 58°C, jeżeli jego gęstość w temperaturze 18°C wynosi 790 kg/m^3. Współczynnik rozszerzalności objętościowej etanolu wynosi $1{,}1\cdot10^{-3}$ 1/K.

Zadanie 19. W butli stalowej o pojemności 10 dm^3 znajduje się tlen pod ciśnieniem $p_1 = 2{,}5\cdot10^5$ N/m^2 w temperaturze 0°C. Obliczyć masę tlenu i jego objętość pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym (p_n =$1{,}01\cdot10^5$ N/m^2, ρ_n = 1,43 kg/m^3) w tej samej temperaturze.

Zadanie 20. Silnik benzynowy ma stopień sprężania 8/1 tzn. $V_2/V_1 = 8$. Jaki jest stosunek temperatury gazów wydechowych T_2 do temperatury spalania T_1. Zakładamy rozprężanie adiabatyczne gazu doskonałego.

Zadanie 21. Dwutlenek węgla CO_2 w ilości m = 2 kg znajduje się pod ciśnieniem $p_1 = 6{,}078\cdot10^5$ Pa w temperaturze $T_1 = 293{,}16$ K. Został izotermicznie rozprężony do $p_2 = 1{,}013\cdot10^5$ Pa. Ile było kilomoli CO_2? Jaka praca została wykonana przez gaz? (R = 8,31 J/mol)

Zadanie 22. Lina stalowa o przekroju 3 cm^2 jest zamocowana na końcu i zwisa pionowo w dół. Obliczyć ciężar Q, który należy zawiesić na dolnym końcu liny, aby nie dopuścić do zmniejszenia jej długości pomimo, że temperatura otoczenia spadła do 20°C. Przyjąć moduł Younga $E = 2{,}7\cdot10^{11}$ N/m^2.

Zadanie 23. W jakiej temperaturze ciśnienie gazu jest dwa razy większe aniżeli w T = 290,16 K. Zakładamy, że zjawisko zachodzi w stałej objętości.

Zadanie 24. Cienki worek foliowy zanurzony w wodzie o temperaturze t = 20°C zawiera powietrze o objętości V_1 = 20 dm^3 i ciśnieniu p_1 = 1000 hPa. Jaką objętość będzie miał worek po zanurzeniu go na h = 10 m. Oblicz ciepło oddane przez gaz oraz narysuj wykres tej przemiany przy założeniu, że temperatura gazu nie uległa zmianie. Gęstość wody ρ = 1 g/cm^3, g = 10 m/s^2.

Zadanie 25. W zamkniętej butelce o objętości V_0 = 500 cm^3 znajduje się powietrze o temperaturze t_0 = 27°C i ciśnieniu p_0 = 1000 hPa. Po pewnym czasie butelka zostaje

ogrzana do t_k = 57°C. Obliczyć liczbę cząsteczek gazu znajdującego się w butelce, końcowe ciśnienie powietrza oraz ciepło pobrane przez gaz (R = 8,31 J/mol, $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$). Narysuj wykres $p(V)$.

Zadanie 26. Obliczyć ilość ciepła przewodzonego przez ścianę mieszkania w zimie w czasie t, jeżeli przewodnictwo cieplne ściany wynosi χ, grubość ściany wynosi d, zaś jej powierzchnia S. Temperatura w mieszkaniu wynosi T_1 a na zewnątrz $T_2 < T_1$. Ile należy spalić węgla w celu wyrównania ubytku ciepła przez przewodnictwo zakładając, że tylko x-część ciepła dostarczonego przez spalanie węgla idzie na wyrównanie tego braku. Ze spalania 1 kg węgla uzyskujemy y [J] ciepła.

Zadanie 27 [5]. Dawniej wyrażano ciśnienie w atmosferach technicznych (at) lub fizycznych (atm). Jakie są współczynniki przeliczeniowe tych jednostek na Pa (paskale)?

Zadanie 28. Znaleźć współczynnik przewodnictwa cieplnego chloru, jeżeli wiadomo, że współczynnik lepkości dynamicznej tego gazu w danych warunkach jest równy $1{,}29 \cdot 10^{-5}$ N·s/m^2.

Zadanie 29. Znaleźć rodzaj gazu, który został sprężony izotermicznie oraz jego objętość początkową, jeżeli ciśnienie 2 kg gazu po jego sprężeniu zwiększyło się trzykrotnie, a praca wykonana przy sprężeniu $W = -1{,}37 \cdot 10^3$ kJ. Przed sprężeniem ciśnienie gazu równało się $p_1 = 5 \cdot 10^5$ Pa, a jego temperatura t = 27°C.

Zadanie 30. W wyniku szybkiego rozprężania n = 2 moli tlenu jego objętość wzrosła 4 razy. Oblicz przyrost energii wewnętrznej tego gazu, jeśli jego ciśnienie początkowe wynosiło $p_1 = 8{,}31 \cdot 10^6$ Pa a jego temperatura T_1 = 300 K.

Zadanie 31. W izotermicznym procesie rozprężania masy 1,2 kg azotu zużyto ilość ciepła $Q = 1{,}2 \cdot 10^5$ J. Ile razy zmieniło się ciśnienie azotu, jeżeli jego temperatura T = 280 K, masa cząsteczkowa M = 28 kg/kmol, $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ J/kmol·K.

Zadanie 32. Podczas izotermicznego rozprężania się masy 1 kg powietrza o temperaturze T = 500 K jego ciśnienie zwiększa się 4 razy. Następnie powietrze rozprężono adiabatycznie doprowadzając do stanu pierwotnego. Oblicz pracę wykonaną w tym cyklu $\cdot 10^{11}$ N/m^2 ($R = 8{,}31 \cdot 10^3$ J/kmol·K, κ = 1,4).

Zadanie 33. W warunkach normalnych (T_0 = 273,16 K, p_0 = 101325 N/m^2) gaz posiada objętość właściwą V = 0,348 m^3/kg. Obliczyć ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości, jeżeli wykładnik adiabaty dla tego gazu κ = 1,27 ($R = 8{,}31 \cdot 10^3$ J/kmol·K). Co to za gaz?

Zadanie 34. W procesie izobarycznym n = 2 mole wodoru o temperaturze T_1 = 300 K i ciśnieniu p_1 = 106 Pa zmniejszyło swoją objętość x = 2 razy. Oblicz temperaturę końcową, pracę i ciepło występujące w tym procesie.

Zadanie 35. Azot w naczyniu o temperaturze 280 K wywiera ciśnienie 1/100 torra. Obliczyć liczbę cząsteczek w 1 cm^3 gazu o także objętość przypadającą średnio na jedną cząsteczkę (R = 8,31 J/mol·K).

Rozdział II Repetytorium z termodynamiki – część II

9. Procesy odwracalne i nieodwracalne. II zasada termodynamiki. Entropia. Energia swobodna.

Proces termodynamiczny jest odwracalny, jeżeli możliwy jest powrót układu do stanu początkowego bez spowodowania jakichkolwiek zmian w otoczeniu.

II zasada termodynamiki

Przemiana nieodwracalna w układzie zamkniętym powoduje zawsze wzrost **entropii** *S* układu. W przemianach odwracalnych entropia nie zmienia się. Entropia nigdy nie maleje!

$$\Delta S \geq 0$$

Entropia jest parametrem stanu, czyli nie zależy od sposobu osiągnięcia tego stanu (jak zachodziła przemiana między stanami).

Zmiana entropii układu ΔS dla przemiany, która przeprowadza układ od stanu początkowego do końcowego definiowana jest jako:

$$\Delta S = S_{\text{końc}} - S_{\text{pocz}} = \int_{\text{pocz}}^{\text{końc}} \frac{\mathrm{d}Q}{T}.$$

Q oznacza energię pobieraną lub oddawaną w postaci ciepła przez układ, T – temperaturę układu w K. Zmiana entropii zależy od tylko od właściwości stanu początkowego (V_{pocz} i T_{pocz}) oraz właściwości stanu końcowego ($V_{\text{końc}}$ i $T_{\text{końc}}$):

$$\Delta S = S_{\text{końc}} - S_{\text{pocz}} = nR\ln\frac{V_{\text{końc}}}{V_{\text{pocz}}} + nC_V\ln\frac{T_{\text{końc}}}{T_{\text{pocz}}}.$$

Energia swobodna F układu jest miarą maksymalnej pracy, jaką mogłoby wykonać ciało w odwracalnym procesie termodynamicznym:

$$F = U - TS.$$

Entalpia

$$H = U + pV,$$

dla układu jednoskładnikowego jest ciepłem wydzielonym lub dostarczonym do układu pod stałym ciśnieniem.

Energia swobodna Helmholtza

$$F = U - TS,$$

jest całkowitą pracą wykonaną w układzie w tej samej temperaturze.

Energia swobodna Gibbsa (entalpia swobodna)

$$G = U - TS + pV = H - TS,$$

jest pracą nieobjętościową, uzyskaną w stałej temperaturze i pod stałym ciśnieniem.

Termodynamiczne tożsamości Maxwella

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = -\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

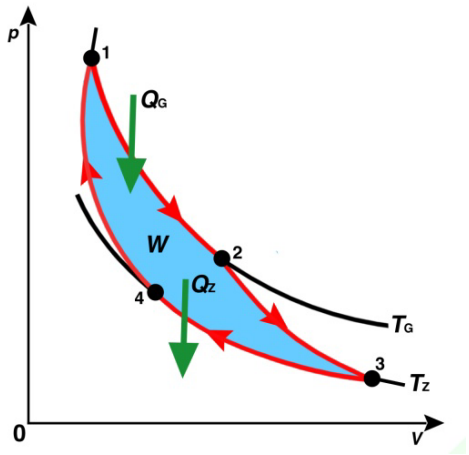
$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V$$

10. Cykl Carnota. II zasada termodynamiki.

Silnik Carnota – silnik idealny (wszystkie przebiegające w nim procesy są odwracalne i nie ma strat związanych z niepożądanymi przemianami energii spowodowanymi tarciem lub turbulencjami), który osiąga najwyższą sprawność w zamianie ciepła na użyteczną pracę.

Zasada działania: w trakcie każdego cyklu substancja robocza (na przykład gaz umieszczony w cylindrze o izolowanych ściankach bocznych, zamkniętym izolowanym, obciążonym i ruchomym tłokiem) pobiera ze zbiornika cieplnego o stałej temperaturze T_G (grzejnika) energię w postaci ciepła $|Q_G|$ ulegając rozprężaniu izotermicznemu i oddaje do zbiornika cieplnego o stałej, niższej temperaturze T_G (chłodnicy) energię w postaci ciepła $|Q_Z|$ i ulega izotermicznemu sprężaniu.



Praca wykonana przez silnik Carnota:

$$W = |Q_G| - |Q_Z|.$$

Zmiana entropii w cyklu Carnota:

$$\Delta S = \Delta S_G + \Delta S_Z = \frac{|Q_G|}{T_G} - \frac{|Q_Z|}{T_Z} = 0 \ (\Delta S = 0),$$

$$\frac{|Q_G|}{T_G} = \frac{|Q_Z|}{T_Z}.$$

Sprawność silnika Carnota:

$$\eta = \frac{\text{energia uzyskana}}{\text{energia dostarczona}} = \frac{|W|}{|Q_G|} = \frac{|Q_G| - |Q_Z|}{|Q_G|} = 1 - \frac{|Q_Z|}{|Q_G|} = 1 - \frac{T_Z}{T_G}.$$

II zasada termodynamiki:

Nie jest możliwy żaden ciąg przemian, którego jedynym skutkiem byłoby pobranie ciepła i całkowita zamiana go na pracę.

Chłodziarka Carnota to silnik Carnota pracujący w odwrotnym cyklu. W idealnej chłodziarce wszystkie procesy są odwracalne i nie ma rozpraszania energii. Wydajność chłodziarki Carnota:

$$K = \frac{\text{energia odebrana}}{\text{energia dostarczona}} = \frac{|Q_Z|}{|W|} = \frac{|Q_Z|}{|Q_G| - |Q_Z|} = \frac{T_Z}{T_G - T_Z}.$$

11. Zasady termodynamiki w procesach biologicznych

I zasada termodynamiki

Energia wewnętrzna może być przekazywana od jednego układu do drugiego w procesie wykonywania pracy lub przekazywania ciepła, zgodnie z zasadą zachowania energii. Przyrost energii wewnętrznej układu $\Delta U = U_2 - U_1$ jest równy sumie dostarczonego mu ciepła Q i pracy W ($\Delta U = Q + W$).

Organizm żywy do utrzymania procesów życiowych potrzebuje energii, która wyzwala się w **procesie utleniania produktów pokarmowych**. Procesy te zachodzą w stałej temperaturze T i przy stałym ciśnieniu p. Zatem miarą energii, którą organizm dysponuje do wykonania wielu czynności jest **zmiana entalpii swobodnej**. Entalpia jest równoważna ciepłu pochłoniętemu przez układ termodynamiczny w warunkach stałego ciśnienia.

Kosztem entalpii pochodzącej z substancji odżywczych organizm wykonuje:

- pracę wewnętrzną W_i (pokonywanie oporów) – procesy chemiczne, transport przeciw gradientom stężeniowym i elektrycznym, krążenie, oddychanie, trawienie…
- Praca ta zamienia się w ciepło zwane ciepłem metabolizmu Q_m.
- pracę zewnętrzną W_e równą pracy wykonanej kosztem wysiłku mięśniowego.

Bilans energii wyraża się zależnością: $\Delta H = W_e + Q_m$.

Jeżeli organizm nie wykonuje pracy zewnętrznej (jest w całkowitym spoczynku), to cała pobrana energia jest równa ciepłu produkowanemu w organizmie. Ciepło to jest oddawane do otoczenia, by uniknąć przegrzania. Organizm utrzymuje stałą temperaturę, gdy ilość ciepła produkowana w jednostce czasu, jest równa ilości ciepła oddawanego w jednostce czasu do otoczenia.

II zasada termodynamiki

Entropia może być przekazywana od jednego układu do drugiego w procesie wykonywania pracy lub przekazywania ciepła, zgodnie z zasadą zachowania energii.

Zmiana entropii, będąca wynikiem nieodwracalnego procesu fizycznego zachodzącego w układzie izolowanym, jest zawsze dodatnia: $\Delta S \geq 0$.

W szczególności w procesie quasi-statycznym (układ zmienia się wolno, pozostając cały czas w stanie bliskim równowagi), o którym zakładamy, że jest odwracalny zmiana entropii wynosi:

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Dodanie ciepła do układu jest równoznaczne z powstaniem nieporządku (wzrost entropii) na skutek nieuporządkowanego ruchu cieplnego.

Procesy nieodwracalne burzą porządek, przyrost entropii jest więc większy niż ten spowodowany odwracalnym dodaniem ciepła:

$$dS = \frac{dQ_e}{T} + \frac{dQ_i}{T}.$$

Pierwszy człon równania odpowiada dodaniu ciepła z otoczenia do układu, a drugi odpowiada za procesy nieodwracalne. Q_i jest ciepłem nieskompensowanym, wytworzonym w procesach dyssypacyjnych (rozpraszających energię w wyniku pokonywania oporów: tarcia, lepkości oporów elektrycznych, procesów chemicznych lub związanych ze zmiana struktury).

Organizm żywy:

- stanowi układ o bardzo złożonej i wysoko zorganizowanej strukturze;
- w okresie rozwoju **przyswaja** sobie materię i energię z otoczenia;
- potrafi nadać pobranej materii i energii formę organizacyjną o **mniejszej entropii** i **większej entalpii swobodnej**;
- w okresie dojrzałym potrafi utrzymać, a nawet odnawiać wysoką organizację materii i energii.

Entropia organizmu żywego, czyli układu otwartego wynosi:

$$\frac{dS_{org}}{dt} = \frac{dS_e}{dt} + \frac{dS_i}{dt}.$$

Organizm wymienia entropię $\boldsymbol{dS_e}$ na dwa sposoby:

- otrzymuje entropię $dS'_e > 0$ z produktami pokarmowymi;
- oddaje entropię $dS''_e < 0$ wraz z zdegradowanymi produktami przemiany materii i zdegradowaną energię w postaci ciepła.

Entropia $\boldsymbol{dS_i}$ związana jest z procesami nieodwracalnymi zachodzącymi w organizmie:

- szybkość tworzenia entropii w organizmie dojrzałym, który nie zmienia swojej biomasy jest równa szybkości jej oddawania:
  - $\frac{dS_i}{dt} = \left|\frac{dS_e}{dt}\right|$
- entropia dojrzałego organizmu nie zmienia się w czasie, organizm znajduje się zatem w stanie stacjonarnym:

$$\frac{dS_{org}}{dt} = 0$$

W stanie stacjonarnym obecne są procesy:

- **destrukcyjne** (nieodwracalne), które zaburzają porządek, czyli powodujące wzrost entropii układu;
- **konstruktywne**, związane z wymianą entropii z otoczeniem, czyli takie, które zmniejszają entropię układu.

Zasada Prigogine'a

W stanie stacjonarnym szybkość tworzenia się entropii jest stała i przyjmuje wartość najmniejszą. Dla układu zamkniętego $\frac{dS_e}{dt} = 0$, a jego entropia rośnie z prędkością $\frac{dS_{org}}{dt} = \frac{dS_i}{dt} > 0$ (tworzenie entropii w procesach nieodwracalnych) aż do 0, gdy entropia jest maksymalna co prowadzi do śmierci.

Młode organizmy w stanie rozwoju oddają więcej ciepła (odznaczają się większą dyssypacją energii) niż organizmy dojrzałe. Oznacza to, że szybkość tworzenia entropii (**miara żywotności organizmu**) jest większa od wymaganego zasadą Prigogine'a minimum:

- szybciej zachodzą procesy metabolizmu;
- większa aktywność organizmu.

Życie jest więc walką z tworząca się entropią (wrogiem życia), a **śmierć** jest stanem równowagi statycznej.

ZADANIA

Zadanie 36 [5]. Oblicz energię pobraną w postaci ciepła i zmianę entropii bloku miedzi o masie 2 kg, który ogrzano odwracalnie od 25°C do 100°C. Ciepło właściwe miedzi jest równe 386 J/kg·K.

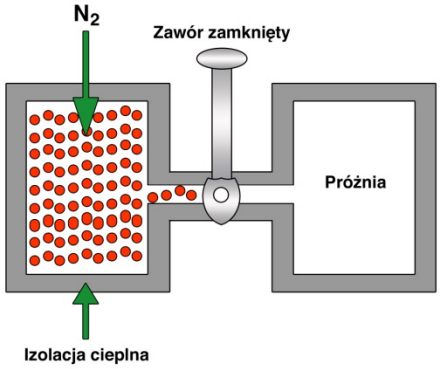
Zadanie 37 [5]. Próbka gazu doskonałego o wielkości 2,5 mola jest poddawana odwracalnemu rozprężaniu izotermicznemu w temperaturze 360 K, które powoduje dwukrotny wzrost jej objętości. O ile wzrasta entropia tego gazu?

Zadanie 38 [7]. Obliczyć entropię mola gazu doskonałego rozprężającego się izotermicznie od ciśnienia $p_1 = 150$ Pa do ciśnienia $p_2 = 1$ Pa.

Zadanie 39 [7]. Znaleźć zmianę entropii wody, jeżeli $m = 10^{-3}$ kg wody o temperaturze T_0 zostało zamienione na parę wodną o temperaturze $T_2 = 423{,}16$ K, znajdującą się pod ciśnieniem normalnym. ciepło parowania wody $q = 2{,}26 \cdot 10^6$ J/kg. Ciepło właściwe pary wodnej $c_w = 1997$ J/kg·K.

Zadanie 40 [7]. Obliczyć zmianę entropii dwu mas wody $m_1 = 10^{-2}$ kg o temperaturze $T_1 = 373{,}16$ K oraz $m_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ kg o temperaturze $T_2 = 288{,}16$ K, powstałą na skutek wymieszania.

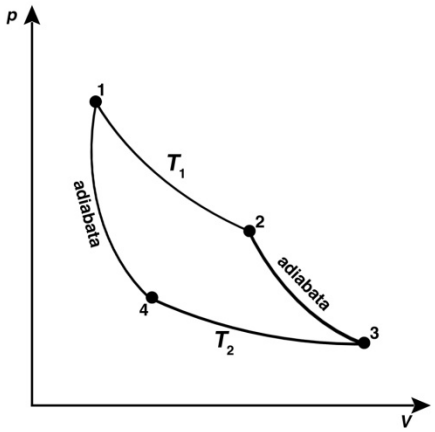
Zadanie 41 [5]. W lewej części zbiornika znajduje się 1 mol gazowego azotu. Po otwarciu zaworu objętość zajmowana przez gaz podwaja się. Ile wynosi zmiana entropii w opisanej przemianie nieodwracalnej. Założenie: azot jest gazem doskonałym.



Zadanie 42 [7]. Powietrze w ilości m = 1 kg wykonuje cykl Carnota pomiędzy temperaturami T_1 = 573 K oraz T_2 = 300 K. W czasie przebiegu tego cyklu objętość powietrza zmienia się od V_1 = 0,042 m^3 do objętości V_3 = 0,878 m^3. Obliczyć:

a) ciśnienie i objętość w zwrotnych punktach cyklu;
b) pracę na poszczególnych odcinkach cyklu;
c) ciepło na poszczególnych odcinkach cyklu;
d) całkowitą pracę i całkowite ciepło cyklu;
e) wydajność cyklu.

Stała gazowa dla powietrza R = 287,1 J/kg·K, ciepło właściwe powietrza c_w = 1046,6 J/kg·K.



Zadanie 43. Przedstaw cykl Carnota na diagramie temperatura-entropia i pokaż, że wykonana praca jest równa polu powierzchni ograniczonej liniami definiującymi cykl na tym diagramie.

Zadanie 44 [7]. Silnik Carnota, współpracujący ze zbiornikami cieplnymi o temperaturach 235°C i 115°C, w trakcie jednego cyklu pobiera z grzejnika 6,3·10^4 J energii w postaci ciepła.

a) Ile wynosi sprawność silnika?
b) Jaką pracę może w jednym cyklu wykonać ten silnik?

Zadanie 45 [5]. Silnik Carnota w każdym cyklu pobiera z grzejnika 52 kJ energii w postaci ciepła i oddaje do chłodnicy 36 kJ energii w postaci ciepła. Oblicz:

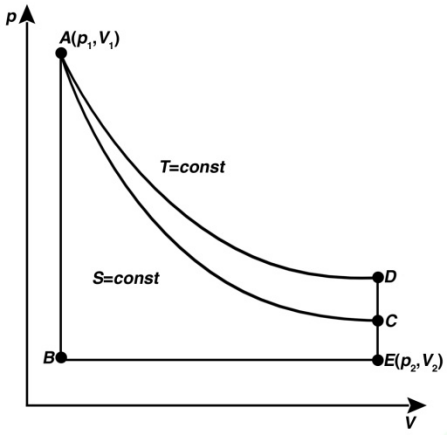
a) sprawność silnika;
b) pracę jaką wykonuje on podczas cyklu.

Zadanie 46 [5]. Silnik Carnota pracuje ze zbiornikami cieplnymi o temperaturach $T_G = 850$ K oraz $T_Z = 300$ K. W każdym cyklu, który trwa 0,25 s silnik wykonuje pracę równą 1200 J.

a) Ile wynosi sprawność tego silnika?
b) Ile wynosi średnia moc tego silnika?
c) Ile ciepła jest pobierane w każdym cyklu ze zbiornika o wyższej temperaturze?
d) Jaka energia jest odprowadzana w każdym cyklu do zbiornika o niższej temperaturze?
e) Ile wynosi zmiana entropii substancji roboczej związana z pobraniem przez nią energii w postaci ciepła ze zbiornika o wyższej temperaturze? Ile wynosi zmiana energii wynikająca z oddania w postaci ciepła energii do zbiornika o niższej temperaturze?

Zadanie 47 [7]. Mol wodoru znajduje się w temperaturze $T = 384{,}16$ K oraz pod ciśnieniem $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa, następnie przebiega odwracalny cykl Carnota, w którym gaz rozrzedza się izotermicznie do podwójnej objętości początkowej. Obliczyć pracę na poszczególnych odcinkach cyklu. Wyznaczyć wydajność cyklu ($R = 8{,}314$ J/mol·K).

Zadanie 48 [8]. Mol gazu doskonałego przechodzić może ze stanu A opisanego parametrami $p_1\, V_1$ do stanu E opisanego parametrami $p_2\, V_2$ między innymi trzema możliwymi drogami pokazanymi na rysunku. Obliczyć dla każdej z tych możliwości wartość przekazywanego ciepła, pracę wykonaną przez gaz oraz zmianę energii wewnętrznej gazu.



Zadanie 49 [5]. Chłodziarka Carnota o współczynniku wydajności $K = 4{,}7$ pobiera ze zbiornika o niskiej temperaturze energię w postaci ciepła z szybkością 250 J/cykl. Ile wynosi praca potrzebna do działania chłodziarki w czasie jednego cyklu przemian? Ile wynosi energia dostarczona w postaci ciepła do pomieszczenia w czasie jednego cyklu przemian?

Zadanie 50 [15]. Pewna ilość gazu doskonałego o objętości $V_1 = 10^{-2}$ m^3 i ciśnieniu $p_1 = 5 \cdot 10^5$ N/m^2 sprężono izotermicznie do ciśnienia $p_2 = 10^6$ N/m^2. Obliczyć zmianę energii swobodnej gazu w tym procesie.

Zadanie 59 [16]. W procesie izobarycznym pod ciśnieniem p zmiana energii wewnętrznej wynosi ΔU, a objętości ΔV. Znaleźć zmianę entalpii.

Zadanie 60 [16]. W procesie izotermicznym w temperaturze T mamy zmianę energii wewnętrznej ΔU i zmianę entropii ΔS. Znaleźć zmianę energii swobodnej Helmholtza.

Zadanie 61 [16]. Wyznacz zależność ciśnienia i temperatury od objętości i energii wewnętrznej oraz zależność energii swobodnej Gibbsa od liczny moli, temperatury i ciśnienia dla układu termodynamicznego opisanego równaniem $U = B\frac{S^3}{nV}$, gdzie B jest stałą.

Zadanie 62 [16]. Znaleźć entalpię, energię swobodną Helmholtza i Gibbsa dla gazu fotonów, których energia wewnętrzna wynosi $U = \gamma V T^4$.

12. Gazy rzeczywiste. Oddziaływania międzycząsteczkowe w fazie gazowej. Równanie Van der Waalsa.

Ze względu na obecność wzajemnych oddziaływań międzycząsteczkowych oraz skończone rozmiary cząsteczek, cząsteczki gazu rzeczywistego zachowują się inaczej niż cząsteczki gazu doskonałego.

Zachowanie się gazu rzeczywistego opisuje równanie stanu zwane **równaniem Van der Waalsa**:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT.$$

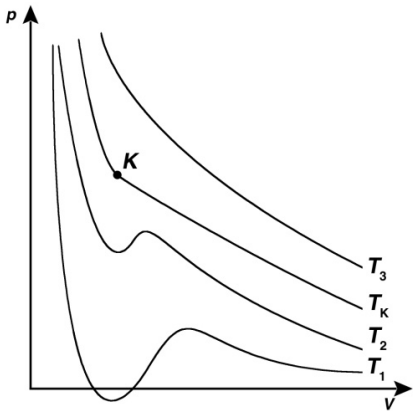
Równanie to uwzględnia:

- fakt, że cząsteczki gazu rzeczywistego nie są punktami materialnymi, a mają skończone rozmiary - w związku z tym objętość swobodna gazu (dostępna dla ich ruchu) jest mniejsza od objętości zbiornika V_0 o wartość $b = 4N_A\tilde{v}$, gdzie $\tilde{v}$ jest objętością własną cząsteczki gazu;
- obecność oddziaływań przyciągających **Van der Waalsa** między cząsteczkami gazu, wówczas w gazie pojawia się dodatkowe ciśnienie wewnętrzne $p_w = \frac{a}{V_0^2}$, gdzie a jest współczynnikiem proporcjonalności.

13. Izotermy gazów rzeczywistych.

Izotermy Van der Waalsa przedstawiają zależności ciśnienia od objętości w stałych temperaturach. Dla wysokich temperatur są one hiperbolami (podobnie jak dla gazu

doskonałego), w niskich temperaturach izotermy posiadają minima i maksima, między którymi występuje punkt przegięcia. Wraz ze wzrostem temperatury minima i maksima spłycają się, a pozostają tylko punkty przegięcia.



Temperatura krytyczna – temperatura, w której na izotermie pozostaje tylko punkt przegięcia (punkt krytyczny):

$$T_k = \frac{8}{27}\frac{a}{bR}, p_k = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2}, V_k = 3b.$$

Temperatura inwersji – temperatura, powyżej której gaz ogrzewa się podczas adiabatycznego rozprężania:

$$T_i = \frac{2a}{Rb}.$$

ZADANIA

Zadanie 63 [11]. W balonie o pojemności 0,0224 m^3 zamknięto 0,7 kg azotu. Wyznaczyć ciśnienie gazu na ścianki balonu, ciśnienie wewnętrzne gazu i objętość własną cząsteczek. Temperatura gazu 273 K. Stałe Van der Waalsa dla azotu: $a = 1{,}3 \cdot 10^5$ $m^5 \cdot kg/kmol \cdot s^2$,
$b = 0{,}04$ $m^3/kmol$.

Zadanie 64 [18]. Znając parametr $b = 23{,}4 \cdot 10^{-6}$ m^3/mol obliczyć objętość i promień wodoru ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} 1/mol$).

Zadanie 65 [7]. Obliczyć moduł ściśliwości dla gazu rzeczywistego przyjmując, że raz zachowuje się jak gaz doskonały, a drugi raz stosuje się do równania Van der Waalsa. Porównać wyniki. Moduł ściśliwości K wyraża się wzorem: $K = -V\frac{dp}{dV}$.

Zadanie 66 [7]. Znaleźć stałe a i b równania Van der Waalsa dla CO_2, jeżeli jego ciśnienie krytyczne $p_c = 73{,}85 \cdot 10^5$ Pa, temperatura krytyczna $T_c = 304{,}16$ K, a stała gazowa wynosi $R = 8{,}314$ J/mol·K.

Zadanie 67 [7]. W jakiej temperaturze chlor o stałych Van der Waalsa a = 0,6577 $N \cdot m^4/mol^2$, b = $5{,}622 \cdot 10^{-5}$ m^3/mol zacznie się oziębiać na skutek adiabatycznego rozprężania.

Zadanie 68 [7]. Obliczyć masę właściwą CO_2 w stanie krytycznym, jeżeli stała Van der Waalsa wynosi $b = 4{,}3 \cdot 10^{-5}$ m^3/mol.

Zadanie 69 [7]. Obliczyć zmianę entropii 1 mola Cl_2, znajdującego się w warunkach normalnych, dla którego stałe Van der Waalsa wynoszą a = 0,6577 $N \cdot m^4/mol^2$, $b = 5{,}622 \cdot 10^{-5}$ m^3/mol oraz ciepło właściwe $c_w = 481{,}06$ $J/kg \cdot K$.

Zadanie 70 [7]. Obliczyć temperaturę inwersji dla etanu o stałych Van der Waalsa $a = 0{,}4529$ $N \cdot m^4/mol^2$, $b = 5{,}714 \cdot 10^{-5}$ m^3/mol.

Rozdział III Ciecze

14. Ciecze: budowa i wybrane właściwości fizyczne.

Płyn - substancja zdolna do przepływu (gaz, ciecz).

Gęstość:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

gdzie: m – masa, V – objętość próbki.

Ciśnienie:

$$p = \frac{F}{S},$$

gdzie: F – wartość siły normalnej działającej na powierzchnię S (równomierny nacisk).

Jednostka ciśnienia:

$$[Pa] = \left[\frac{N}{m^2}\right].$$

1 atm = $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa = 760 Tr

1 Tr = 1 mm Hg

1 psi = 0,068 atm (Funt na cal kwadratowy – pound per square inch – psi)

15. Hydrostatyka

Ciśnienie hydrostatyczne słupa cieczy na głębokości *h*:

$$p = \rho \cdot g \cdot h = \gamma \cdot h$$

gdzie:

ρ – gęstość cieczy;
g – przyspieszenie ziemskie;
γ – ciężar właściwy cieczy.

Ciśnienie hydrostatyczne wywierane na dna naczynia przez ciecz się w nim znajdującą zależy od ciężaru właściwego cieczy i od wysokości słupa cieczy.

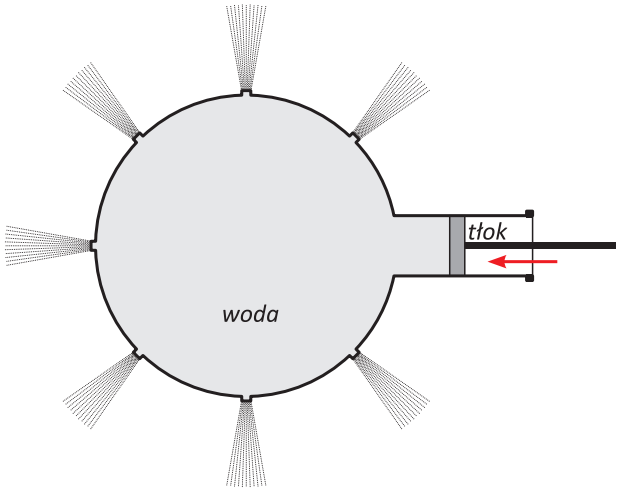
Parcie hydrostatyczne - siła jaką wywiera ciecz zawarta w naczyniu na dno naczynia.

$$P = p \cdot S = \gamma \cdot h \cdot S$$

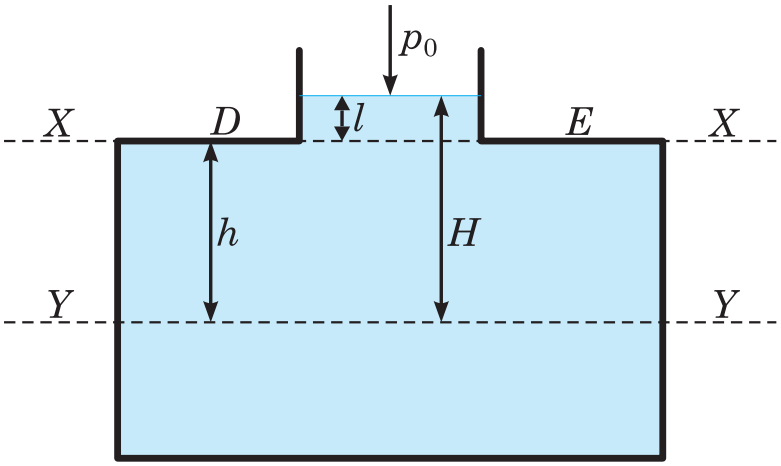
Parcie na dno naczynia nie zależy od kształtu naczynia ani od masy cieczy zawartej w naczyniu. Zależy od wysokości słupa cieczy i od powierzchni dna.

Prawo Pascala

Ciśnienie zewnętrzne wywarte na ciecz lub gaz przekazywane jest jednakowo we wszystkich kierunkach bez zmiany wartości.



Słup cieczy o danej wysokości wywiera takie samo ciśnienie w dół jak i w górę.



Ciśnienie na poziomie X:

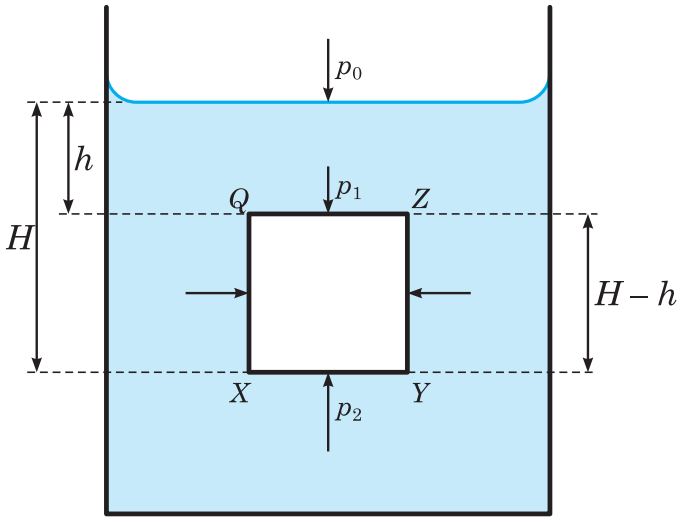
$$p_1 = p_0 + l \cdot \gamma$$

Ciśnienie na poziomie X jest takie samo, niezależnie od tego, że słup cieczy o wysokości *l* nie spoczywa na całym poziomie X.

Ciśnienie na poziomie Y:

$$p_2 = p_0 + H \cdot \gamma$$

Prawo Archimedesa:



Ciśnienie hydrostatyczne cieczy rośnie wraz z głębokością.

Na powierzchnię XY działa ciśnienie:

$$p_2 = p_0 + H \cdot \gamma.$$

Na powierzchnię QZ działa ciśnienie:

$$p_1 = p_0 + h \cdot \gamma.$$

Ciśnienia wywierane przez ciecz na powierzchnie boczne znoszą się (są na każdym poziomie jednakowe i skierowane przeciwnie).

Wypadkowa ciśnień działających na powierzchnię dolną i górną ciała jest zawsze skierowana do góry i w tym przypadku wynosi:

$$p = p_2 - p_1 = (H - h) \cdot \gamma.$$

Jeżeli powierzchnia pozioma zanurzonego ciała wynosi S to siła działająca na to ciało, powodowana ciśnieniem cieczy wynosi:

$$F_w = S \cdot (H - h) \cdot \gamma = V \cdot \gamma.$$

Siła F_w to siła wyporu.

Na ciało zanurzone w cieczy (gazie) działa siła wyporu skierowana pionowo ku górze i równa ciężarowi cieczy lub gazu wypartej przez to ciało.

$$F_w = \rho \cdot g \cdot V$$

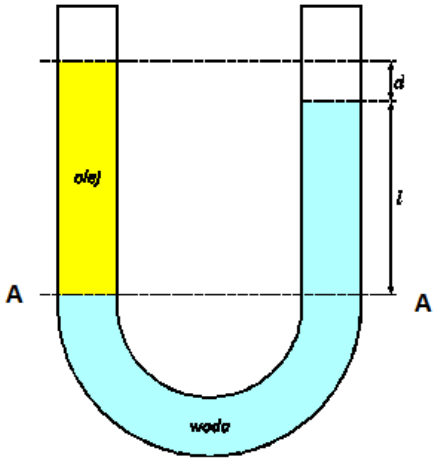
gdzie:

ρ – gęstość cieczy;
g – przyspieszenie ziemskie;

V – objętość wypartej cieczy lub gazu.

Równowaga cieczy w naczyniach połączonych:

Warunkiem równowagi cieczy jednorodnej w naczyniach połączonych jest równość ciśnień na dowolnie wybranym poziomie.
Jeżeli w naczyniach połączonych jest ciecz niejednorodna, to wysokości słupów cieczy (powyżej płaszczyzny poziomej, przechodzącej przez punkt zetknięcia cieczy) są odwrotnie proporcjonalne go gęstości cieczy.

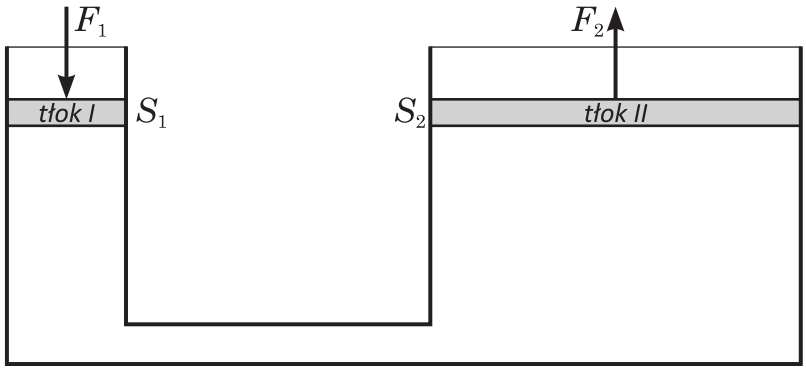


W przypadku jak na rysunku powyżej, na poziomie A obydwa słupy wywierają jednakowe ciśnienia.

Zastosowanie Prawa Pascala. Prasa hydrauliczna.

W cieczy nieważkiej i nieściśliwej ciśnienie zewnętrzne rozchodzi się we wszystkich kierunkach jednakowo.

$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1}$$



Zastosowanie np.: hamulec hydrauliczny.

Zarówno dla cieczy jak i gazów zachodzi zjawisko **dyfuzji**. **Dyfuzja** polega na mieszaniu się wzajemnym cząsteczek różnych substancji.

16. Napięcie powierzchniowe.

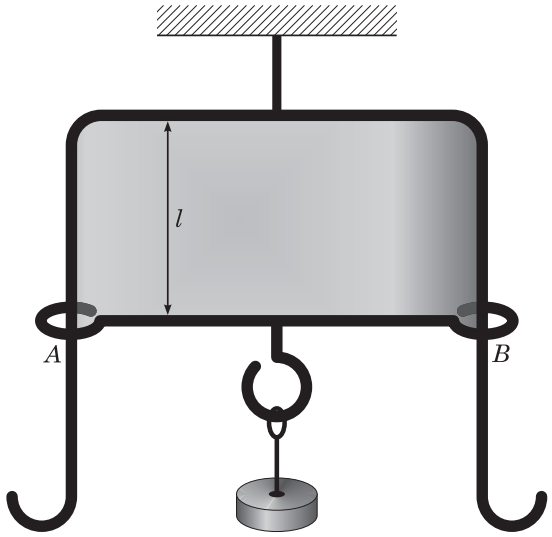
Siły napięcia powierzchniowego wpływają na kształt swobodnej powierzchni cieczy, przy czym na ogół współistnieją przy tym z innymi siłami:

$$\sigma = \frac{F}{l}$$

(jednostka w SI: N/m),

gdzie:

F – siła napięcia powierzchniowego działająca równolegle do powierzchni cieczy, dążąca do zmniejszenia powierzchni cieczy;
l – długość odcinka na którym działa siła.

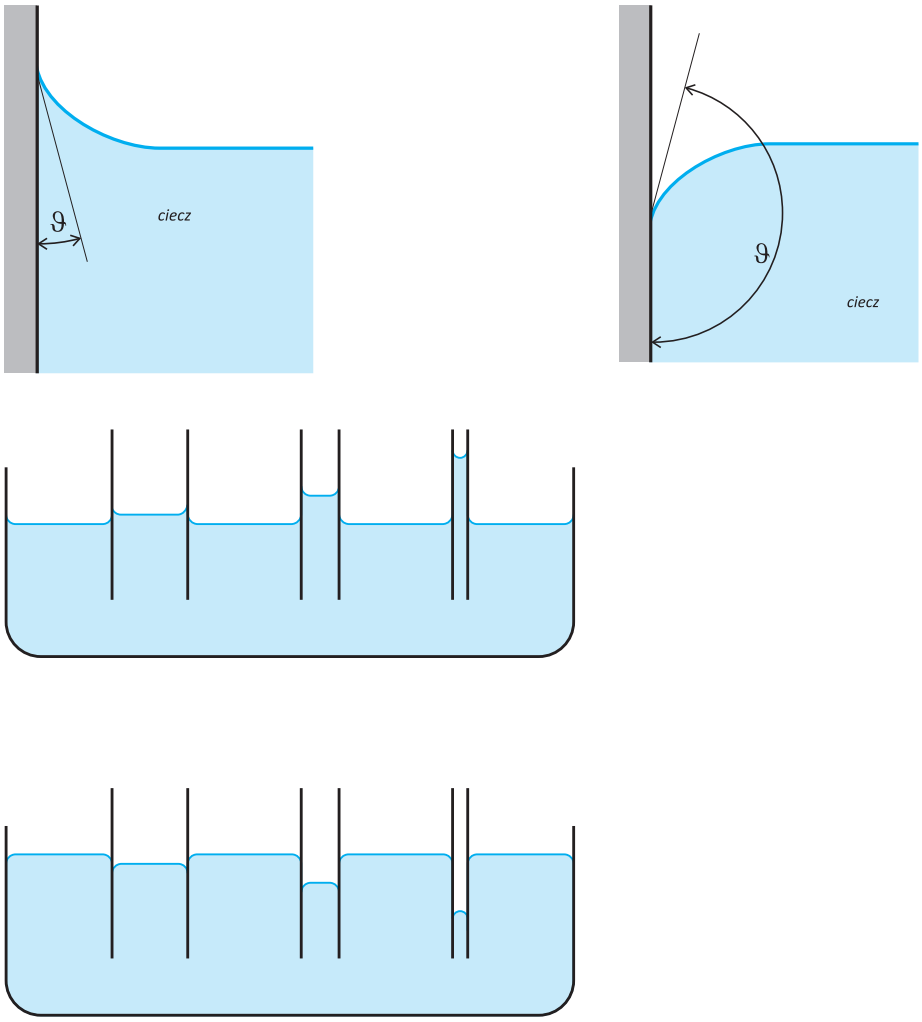


Życie codzienne: nieprzemakalne parasole, namioty, środki chemiczne w praniu (zmniejszenie napięcia powierzchniowego).

Siły spójności (siły kohezji) - siły międzycząsteczkowe działające między cząsteczkami w cieczy. Wypadkowa sił spójności przyłożonych do cząsteczki cieczy znajdującej się na jej powierzchni jest stała, różna od zera i ma dużą wartość. Na warstwę powierzchniową działają dwa rodzaje sił wzajemnie się równoważących: siły odpychania od niższych warstw cieczy

i przyciągania międzycząsteczkowego. Skutkiem niezrównoważonych sił działających na cząsteczki powierzchniowe jest kulisty kształt cieczy nieważkiej.

Zjawiska kapilarne to cały szereg zjawisk związanych z zachowaniem cieczy, a pojawiających się dla obiektów o małym wymiarze (np. rurki kapilarne) i silnie zależne od tego wymiaru, przy kącie zwilżania powyżej 90 stopni. W zależności od kąta zwilżania zjawisko może się pojawiać lub zanikać.



Siła ciężaru słupa wody w kapilarze o przekroju kołowym:

$$Q = m \cdot g = \pi r^2 \cdot h \cdot \rho \cdot g.$$

Siła napięcia powierzchniowego wody tuż przy ściance:

$$F = 2\pi \cdot r \cdot \sigma.$$

Powierzchnia wody tuż przy ściance tworzy ze ścianką kąt θ. Pionowa składowa tej siły równoważy siłę ciężaru cieczy, z czego wynika wysokość podciągania kapilarnego:

$$h = \frac{2\sigma \cdot cos\vartheta}{\rho \cdot g \cdot r},$$

gdzie:

h – wysokość słupa wody;
r – promień kapilary;
ρ – gęstość wody;
σ – napięcie powierzchniowe;
ϑ – kąt zwilżania.

Przyciąganie cząsteczek wody przez cząsteczki szkła-siły adhezji, przeważa nad siłami spójności międzycząsteczkowej – siłami kohezji. W wyniku tego cząsteczki wody przylegające do szkła odrywają się od siebie, rozpościerając się na powierzchni szkła (menisk wklęsły). Dla rtęci jest przeciwnie (menisk wypukły).

Rozszerzalność termiczna cieczy:

$$\alpha = \frac{V_2 - V_1}{V_1}\frac{1}{\Delta t}.$$

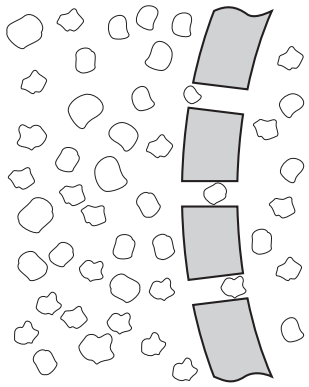
Wymiar współczynnika rozszerzalności termicznej cieczy to [1/°C]

Rozszerzalność wody. Woda rozszerza się tak jak inne ciecze tylko w przedziale od 4°C do temperatury wrzenia. W przedziale od 0 do 4°C woda zamiast zwiększać, zmniejsza swoją objętość.

Prawo Daltona:
Całkowite ciśnienie mieszaniny gazów jest równe sumie ciśnień częściowych pochodzących od poszczególnych gazów.

17. Zastosowania wiedzy o płynach w medycynie i biologii – przykłady do dyskusji na zajęciach.

1. Dyfuzja substancji przez membrany biologiczne.
   $J = P(C_1 - C_2)$,
   gdzie: P – przepuszczalność membrany.

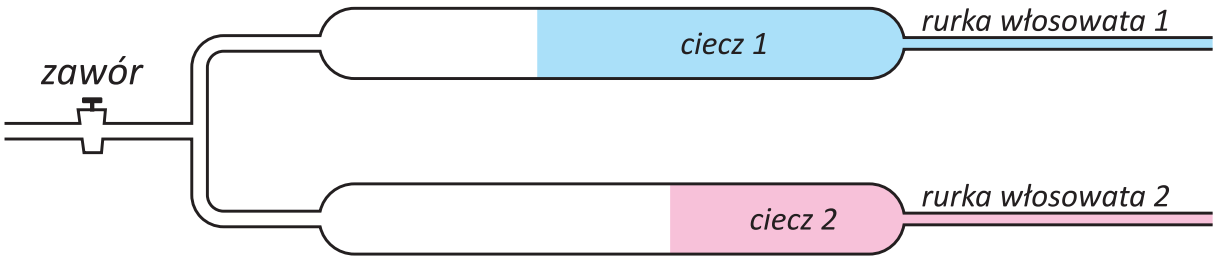


2. Badanie szybkości opadania czerwonych krwinek (OB.)

   Po wlaniu próbki krwi z roztworem cytrynianiu sodu do rurki szklanej z podziałką obserwuje się szybkość opadania czerwonych krwinek i z tej wartości po 2 pierwszych godzinach wnioskuje się o stanie organizmu. Szybkość opadania jest związana z lepkością osocza. Przykłady metod pomiaru lepkości:

   a) Metoda z wykorzystaniem przepływu cieczy przez kapilary. Do najbardziej znanych lepkościomierzy (wiskozymetrów) kapilarnych należą wiskozymetr Ostwalda czy wiskozymetr Hessa. Posługiwanie się lepkościomierzem polega na zmierzeniu czasu przepływu jednakowych objętości cieczy badanej i wzorcowej przez kapilarę. Z porównania objętości tych cieczy obliczamy współczynnik lepkości badanej cieczy:

$$W = \frac{\pi p R^4}{8\eta}.$$



   b) Metoda rotacyjna. Wiskozymetr rotacyjny zbudowany to cylinder z cieczą, umieszczony wewnątrz termostatu (stabilizacja warunków termicznych). W jego wnętrzu znajduje się drugi cylinder - pomiarowy, podłączony do miernika elektryczno-mechanicznego, którego wskazanie jest wprost proporcjonalne do η.

c) Metoda Stokes'a. Opiera się analizie ruchu kulki w cieczy, ruchem jednostajnym, prostoliniowym (uwaga: ćwiczenie M4 na I Pracowni Fizycznej):

$$\eta = \frac{(m - \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_c) \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot \frac{h}{t}}$$

gdzie: h – droga przebyta w cieczy przez kulkę w czasie t.

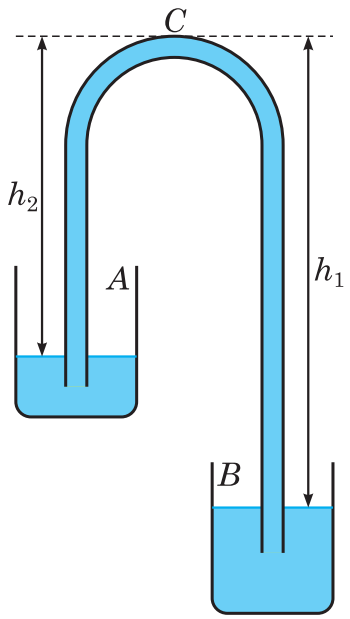
Lepkość krwi zależy od:

- hematokrytu (stosunku objętości krwinek do objętości krwi);
- temperatury – lepkość w 0ºC jest około 2,5 razy większa niż w 37ºC;
- przekroju naczyń, w których krew płynie – dla naczyń o średnicy mniejszej niż 0,3mm; lepkość zmniejsza się w miarę zmniejszania pola przekroju naczynia
- szybkości przepływu.

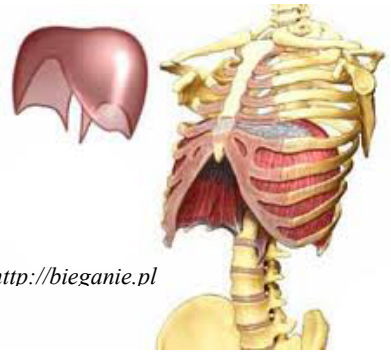
3. Naczynia krwionośne to rurki sprężyste. Pomiar ciśnienia krwi.



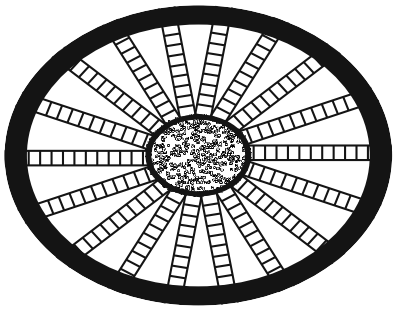
4. Lewar – rurociąg do przelewania cieczy z poziomu wyższego na niższy ponad przeszkodą. Dawniej zastosowanie w medycynie przy kompresach, przepłukiwaniu żołądka.



5. Zmiany ciśnienia (zarówno zwiększanie jak i zmniejszanie) powodują objawy chorobowe, a nawet śmierć człowieka. Choroba górska u lotników i choroba kesonowa u nurków.
6. Działanie przepony. Przepona – mięsień, który dzieli jamę ciała na jamę piersiową i brzuszną. Przepona ma powierzchnię wypukłą, a jej włókna schodzą się promieniście w środku. Gdy włókna się kurczą przepona staje się bardziej płaska i obniża się. Jama piersiowa się powiększa, powietrze w niej zawarte rozrzedza się, a powietrze zewnętrzne napływa przez nos i gardło. Następuje wdech. Gdy mięśnie opon brzusznych się kurczą, powodują ciśnienie na jamę brzuszną i przepona staje się bardziej wypukła. Pojemność jamy piersiowej się zmniejsza, powietrze zostaje usunięte na zewnątrz – wydech.

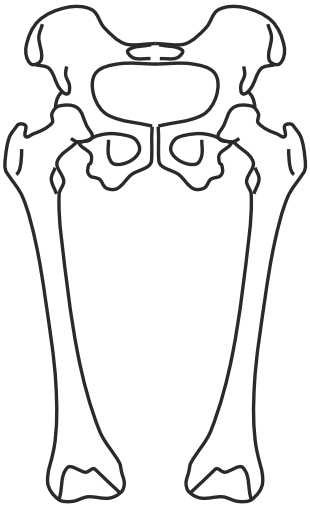


Źródło: http://bieganie.pl

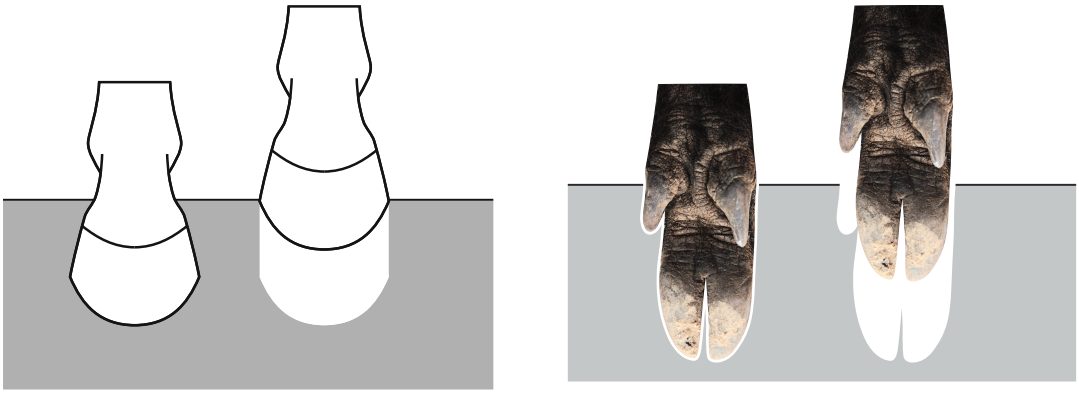


7. Biodro i kość miednicowa są połączone za pomocą torebki stawowej i więzadeł. Jednak usunięcie więzadeł nie powoduje odpadnięcia nogi. Przestrzeń miedzy miednicą a główką kości biodrowej po usunięciu więzadeł ma zmniejszone ciśnienie

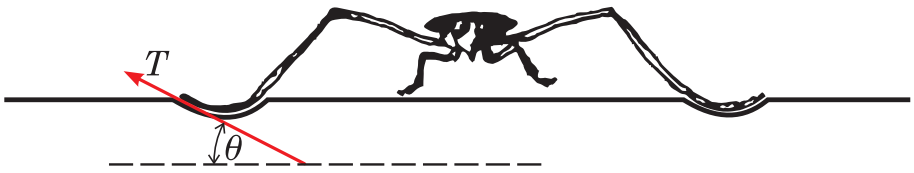
w przypadku odsuwania się kości biodrowej. Parcie atmosferyczne na staw biodrowo-miednicowy dochodzi do 220 N i przekracza ciężar kończyny dolnej.



8. Przystosowanie kończyn zwierząt do poruszania się po grząskim terenie.



9. Ryby głębinowe. Działanie pęcherza pławnego.
10. Działanie przyssawek ośmiornicy.
11. Poruszanie się owadów po wodzie (zadanie nr 99). Maksymalna waga owada zależy od napięcia powierzchniowego cieczy.



ZADANIA

Zadanie 71 [5]. Oblicz zmianę ciśnienia płynu w strzykawce gdy pielęgniarka działa siłą o wartości 42N na kołowy tłok strzykawki o promieniu 1,1 cm.

Zadanie 72 [5]. Do cylindrycznego zbiornika wlano trzy nie mieszające się ze sobą ciecze. Ich objętości i gęstości wynoszą: 0,5 l i 2,6 g/cm^3, 0,25 l i 1 g/cm^3 oraz 0,4 l i 0,8 g/cm^3.

Wyznacz siłę działającą ze strony tych cieczy na dno zbiornika. Pamiętaj, że 1 l = 1000 cm^3; pomiń wpływ atmosfery.

Zadanie 73 [5]. Okno w biurze ma wymiary 3,4 m × 2,1 m. Po przejściu burzy ciśnienie powietrza za oknem spada do wartości 0,96 atm, lecz wewnątrz budynku nadal panuje ciśnienie 1 atm. Ile wynosi całkowita siła działająca wówczas na okno?

Zadania 74 [5]. Napompowałeś przednie koła samochodu do ciśnienia 28 psi. Następnie zmierzyłeś sobie ciśnienie krwi, otrzymując wynik 120/80, przy czym wskazania są wyrażone w mm Hg. W krajach, w których obowiązuje układ jednostek SI, czyli niemal na całym świeci ciśnienie podaje się zwykle w kilopaskalach (kPa). Wyraź w kilopaskalach:

a) ciśnienie w oponach twojego samochodu,
b) zmierzone przez ciebie ciśnienie krwi.

Zadanie 75 [5]. Oblicz różnicę ciśnienia hydrostatycznego krwi w krwioobiegu człowieka w jego mózgu i w jego stopie. Przyjmij, że wzrost człowieka wynosi 1,83 m, a gęstość krwi jest równa $1{,}06 \cdot 10^3$ kg/m^3.

Zadanie 76 [5]. Odpływ ścieków z domu zbudowanego na zboczu znajduję się o 8,2 m niżej niż poziom ulicy. Kanał ściekowy znajduje się natomiast o 2,1 m niżej niż poziom ulicy. Oblicz minimalna różnicę ciśnień, jaką musi wytworzyć pompa do ścieków, aby umożliwić odprowadzenie z odpływu do kanału ściekowego ścieków o średniej gęstości wynoszącej 900 kg/m^3.

Zadanie 77[5]. Ile wynosi minimalne podciśnienie (wyrażone w atmosferach) jakie musisz wytworzyć w płucach, aby napić się przez słomkę lemoniady o gęstości równej 1000 kg/m^3, jeśli musisz przy tym podnieść poziom lemoniady w słomce na wysokość równą maksymalnie 4 cm?

Zadanie 78 [5]. Prasa hydrauliczna zawiera tłok o małym polu powierzchni, równym s, za pomocą którego działamy na ciecz niewielką siłą $\vec{f}$. Ciecz łączy ten tłok z drugim tłokiem o polu powierzchni równym *S*.

a) Ile musi wynosić wartość *F* siły działającej na większy tłok, aby pozostał on w spoczynku?
b) Ile wynosi wartość siły działającej na mniejszy tłok, która równoważy siłę 20 kN, działającą na większy tłok? Średnica małego tłoka wynosi 3,8 cm, a średnica dużego – 53 cm.

Zadanie 79 [5]. Rozważ prasę hydrauliczną z zadania 78. O jaki odcinek trzeba przesunąć duży tłok, aby mały tłok podniósł się o 0,85m?

Zadanie 80 [5]. Gdy drewniany klocek pływa w słodkiej wodzie, nad wodą znajduje się jedna trzecia jego objętości. Klocek ten może również pływać w oleju, lecz wtedy nad cieczą znajduje się 0,1 objętości. Wyznacz gęstość a) drewna b) oleju.

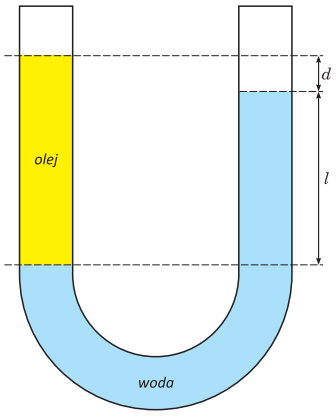
Zadanie 81 [5]. Drewniany klocek ma masę 3,67 kg i gęstość równą 600 kg/m^3. Chcemy, aby 0,9 objętości klocka znajdowało się pod wodą, gdy będzie on w niej pływał, wobec czego zamierzamy obciążyć go ołowiem. Ile musi wynosić masa potrzebnego do tego celu obciążnika ołowianego, jeśli umocujemy go a) do górnej ścianki klocka, b) do dolnej ścianki klocka? Gęstość ołowiu wynosi $1{,}13 \cdot 10^4$ kg/m^3.

Zadanie 82 [5]. Ile co najmniej musi wynosić pole powierzchni tafli lodu o grubości 0,3 m i gęstości 920 kg/m^3 pływającej w słodkiej wodzie aby nie zatonęła po postawieniu na niej 1100 kg? Czy ma znaczenie, w którym miejscu postawimy na tafli samochód?

Zadanie 83 [5]. Mniej więcej jedna trzecia ciała osoby pływającej w Morzu Martwym znajduje się nad wodą. Przyjmij, że gęstość ciała ludzkiego jest równa 0,98 g/cm^3, i oblicz gęstość wody w Morzu Martwym. Jak myślisz, dlaczego jest ona tak znacznie większa od wartości 1,0 g/cm^3.

Zadanie 84 [5]. Dwa jednakowe naczynia cylindryczne, o podstawach znajdujących się na tym samym poziomie, zawierają tę samą ciecz o gęstości ρ. Podstawy obu naczyń mają pole równe S, lecz wysokość słupa cieczy w jednym z nich jest równa h_1, a w drugim h_2. Oblicz pracę jaką wykona siła grawitacyjna, gdy po połączeniu ze sobą tych naczyń doprowadzi do zrównania poziomu cieczy w obu naczyniach.

Zadanie 85 [5]. Rurka w kształcie litery U (rys.) przedstawia dwie ciecze w równowadze statycznej. W prawym ramieniu rurki znajduje się woda o gęstości ρ_w = 998 kg/m^3, a w lewym olej o nieznanej gęstości. Pomiar pokazał, że l = 135 mm a d = 12.3 mm. Ile wynosi gęstość oleju?



Zadanie 86 [5]. Jaki ułamek objętości góry lodowej pływającej na morzu stanowi część widoczna nad wodą (gęstość lodu – 917 kg/m^3, gęstość wody – 1024 kg/m^3)?

Zadanie 87 [7]. Kawałek metalu ma ciężar Q = 916 N, a w wodzie Q_1 = 835N. Jaki jest jego ciężar właściwy.

Zadanie 88 [13]. Tratwa ratunkowa o polu przekroju 2 m × 3 m, kiedy jest pusta ma górną krawędź na wysokości 0,36 m powyżej linii wody. Ilu 75 kilogramowych pasażerów może zabrać tratwa zanim woda zacznie przeciekać za górną krawędź?

Zadanie 89 [11]. Na dnie naczynia cylindrycznego, napełnionego do wysokości 39 cm gliceryną o gęstości 1,26 g/cm^3, jest przytrzymywana drewniana kulka o promieniu 2,5mm. Jak długo będzie ta kulka wypływała na powierzchnię po uwolnieniu, jeżeli przyjmiemy, że w ciągu całej drogi porusza się jednostajnie. Gęstość drewna 0,4 g/cm^3, a współczynnik lepkości gliceryny η = 0,3 kg/m·s.

Zadanie 90. Dwa ciała o takiej samej masie i objętościach V i $2V$ odpowiednio, zawieszone są na ramionach wagi znajdującej się w równowadze. Ciało o mniejszej objętości zanurzono do cieczy o gęstości ρ = 0,8 g/cm^3, a ciało o większej objętości do innej cieczy, tak że równowaga nie została zachwiana. Ile wynosi gęstość drugiej cieczy?

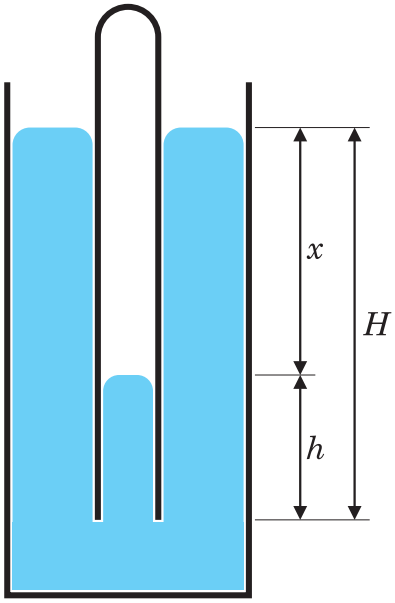
Zadanie 91. Zbiornikowi zawierającemu rtęć w temperaturze $t = 0°C$ dostarczono pewną ilość ciepła przy czym objętość rtęci wzrosła o $\Delta V = 0{,}015 cm^3$. Ile ciepła dostarczono? Pojemność cieplną ścian zbiornika zaniedbać. Współczynnik rozszerzalności objętościowej Hg $\gamma = 1.8 \cdot 10^{-4}$ 1/K, ciepło właściwe Hg $c_w = 330$ J/kg·K, gęstość rtęci w temperaturze 0°C $\rho = 13.6$ g/cm^3.

Zadanie 92. Jak zmienia się gęstość w procesie rozszerzalności objętościowej?

Zadanie 93. Sprawdź jaka jest zależność pomiędzy współczynnikiem rozszerzalności liniowej i współczynnikiem rozszerzalności objętościowej.

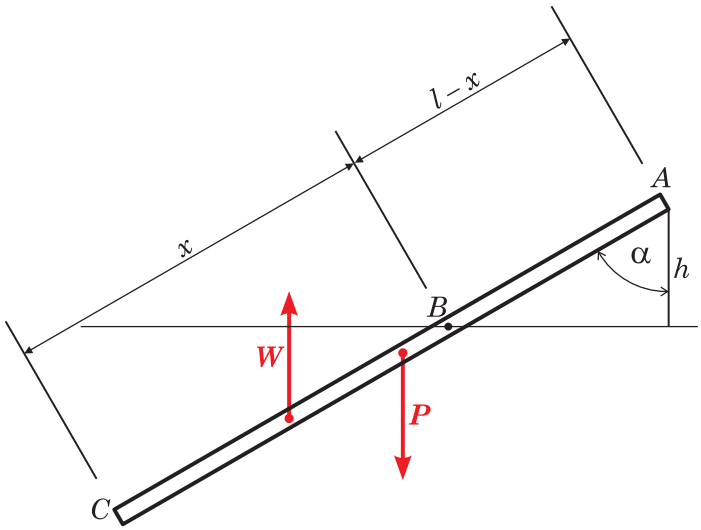
Zadanie 94. Woda o temperaturze ok 1°C po ogrzaniu zwiększyła swoją objętość o $p = 0{,}05\%$. Jak i o ile % zmieniła się objętość wody?

Zadanie 95 [7]. Rurka szklana o długości $l = 45$ cm z zatopionym górnym końcem zostaje zanurzona dolnym końcem do naczynia z rtęcią na głębokość $H = 40$ cm. Na jaką wysokość h podniesie się rtęć w rurce licząc od końca zanurzonego? Ciśnienie barometryczne $p = 760$ mm Hg.

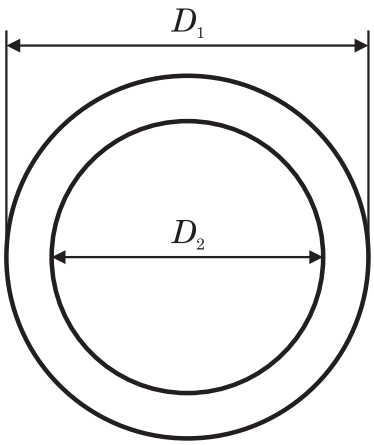


Zadanie 96 [7]. W prasie hydraulicznej średnica tłoka wynosi $b = 1{,}6$ cm, średnica prasy $B = 32$ cm, ramię siły $k = 60$ cm, ramię tłoka $l = 10$ cm. Jaka jest siła Q wywierana przez prasę, jeżeli obsługuje ją robotnik, działający siłą $P = 12$ kG? Czy wywarte ciśnienie wystarczy do rozgniecenia kostki cementowej o krawędzi $a = 6$ cm i wytrzymałości na zgniecenie $F = 600$ kG/cm^2?

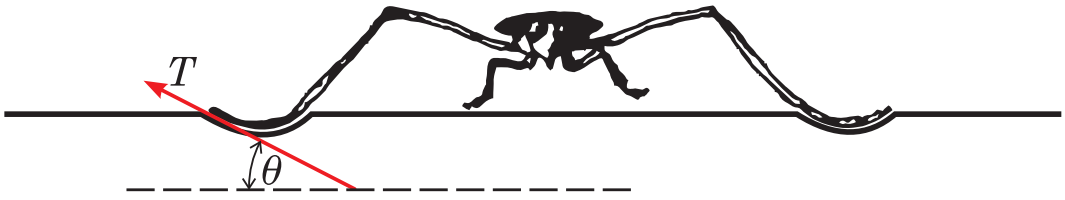
Zadanie 97 [7]. Cienki pręt o długości $l = 100$ cm, wykonany z drzewa o gęstości $D = 0{,}8$ g/cm^3, zawieszono za jeden z końców na wysokości $h = 30$ cm nad powierzchnią wody, w której zanurzony jest drugi koniec. Znaleźć kąt, jaki utworzy się między kierunkiem pręta a pionem.



Zadanie 98 [7]. Na powierzchni wody pływa metalowa boja w kształcie kuli, pustej w środku, o średnicy zewnętrznej D_1 i wewnętrznej D_2. Gęstość materiału ścianek wynosi ρ_1, a gęstość wody – ρ_2. Jaki ciężar P należy umieścić wewnątrz boi, aby pływała ona do połowy zanurzona w wodzie? Gęstość powietrza wynosi ρ_3. (Zaniedbujemy objętość ciężarka P).



Zadanie 99 [2]. Rysunek przedstawia owada, który wylądował na powierzchni wody. Oszacuj maksymalną wagę owada, który może stać na wodzie dzięki siłom napięcia powierzchniowego cieczy.



Rozdział IV Ciała stałe. Przepływ cieczy.

18. Budowa i wybrane właściwości ciał stałych.

Ciała stałe:

- charakteryzują się stałością kształtu i objętości;
- posiadają strukturę krystaliczną lub amorficzną (bezpostaciową);
- kształt geometryczny kryształów jest rezultatem uporządkowanego rozmieszczenia cząsteczek tworzących kryształ.

Rozszerzalność cieplna ciał stałych – proces, podczas którego wraz ze wzrostem temperatury ciała stałe rozszerzają się liniowo lub objętościowo.

Współczynnik rozszerzalności liniowej α_l opisuje względne wydłużenie $\Delta l/l_0$ ciała występujące przy nagrzewaniu ciała o 1°C:

$$\Delta l = \alpha_l l_0 t,$$

czyli długość ciała w temperaturze *t*:

$$l = l_0 + \Delta l = l_0(1 + \alpha_l t).$$

Współczynnik rozszerzalności objętościowej α_v opisuje względny wzrost objętości $\Delta V/V_0$ ciała występujący przy nagrzewaniu ciała o 1°C:

$$\Delta V = \alpha_V V_0 t,$$

czyli objętość ciała w temperaturze *t*:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \alpha_V t).$$

Współczynniki rozszerzalności cieplnej spełniają zależność:

$$\alpha_V = 3\alpha_l$$

Rozszerzalność cieplna ciał stałych zależy od sposobu oddziaływania (przyciągania i odpychania) cząsteczek oddalonych od siebie o odległość $r = r_0 + x$, gdzie x określa wzajemne przesunięcie cząsteczek z położenia równowagi, uwarunkowane drganiami cieplnymi (r_0 jest odległością cząsteczek w stanie równowagi).

Współczynnik rozszerzalności liniowej jest równy względnej zmianie średniej odległości między dwiema cząsteczkami ciała stałego przy nagrzaniu go o jeden stopień:

$$\alpha_l = \frac{1}{r_0}\frac{d\bar{x}}{dT} = \frac{bk}{r_0\chi},$$

gdzie *b* jest współczynnikiem anharmoniczności, a χ jest współczynnikiem sprężystości.

Zjawisko przewodnictwa cieplnego opisuje równanie przenoszenia postaci:

$$J = -K\frac{dT}{dx},$$

Z którego wynika, że gęstość strumienia energii cieplnej *J* jest proporcjonalna do gradientu temperatury, *K* jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego.

Przewodnictwo cieplne ciał stałych:

- elektronowe: występuje kosztem przenoszenia energii przez elektrony swobodne, jest tym większe im większe jest przewodnictwo elektryczne, współczynnik przewodnictwa cieplnego *K* metali można wyznaczyć ze wzoru:

$$K = \frac{1}{3}C\varrho\bar{\lambda}\bar{u},$$

  gdzie *C* jest ciepłem właściwym, $\bar{\lambda}$ to średnia długość drogi swobodnej elektronów, $\bar{\varrho}$ - gęstość metalu, $\bar{u}$ - średnia prędkość ruchu cieplnego elektronów;
- sieciowe: występuje poprzez sieć krystaliczną, w której rozchodzą się fale sprężyste (fonony) przenoszące energię drgań między węzłami sieci.

Ciepło właściwe ciał stałych

$$C = \frac{dU}{dT} = 3R\ (U = 3RT).$$

Prawo Dulonga-Petita – ciepło właściwe (atomowe) pierwiastków występujących w stałej objętości jest w przybliżeniu równe *6* kcal/kg·mol·K (ciepło nie zależy od temperatury i właściwości kryształów).

Prawo Debye'a – przy dostatecznie niskich temperaturach ciepło atomowe wszystkich ciał stałych szybko maleje z obniżaniem temperatury:

$$C = const \cdot \mathrm{T}^3.$$

Temperatura, zwana temperaturą Debye'a, w której zaczyna się szybki spadek ciepła atomowego ciała stałego, jest określona warunkiem:

$$kT_C = h\nu_{max},$$

gdzie ν_{max} jest maksymalną częstością drgań atomów w sieci krystalicznej ciała stałego.

Przemiany fazowe ciał stałych

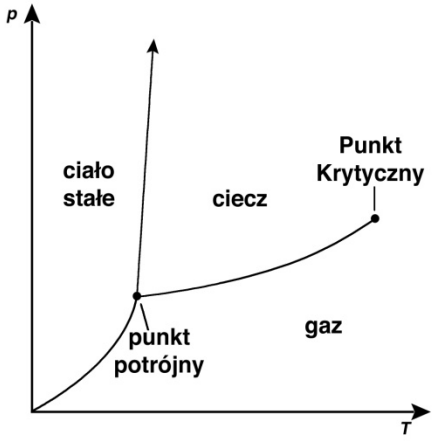
Faza – makroskopowo jednorodny fizycznie stan układu (nie zmieniają się właściwości fizyczne układu), odpowiadający danym parametrom termodynamicznym.

Przemiana fazowa – proces przekształcania się jednej fazy w drugą.

Przemiana fazowa I-go rodzaju (np. topnienie) – podczas tej przemiany występuje skokowa zmiana gęstości oraz funkcji termodynamicznych (np. energia, entropia, entalpia…), charakteryzuje się ona zmianą objętości molowej oraz istnieniem ciepła przemiany, ciepło przemiany jest różne od zera, co oznacza, że następuje pochłonięcie lub wydzielenie ciepła, istnieje zjawisko współistnienia faz.

Przemiana fazowa II-go rodzaju (ferromagnetyk→paramagnetyk) – podczas tej przemiany występuje skokowa zmiana ciepła właściwego, ściśliwości, współczynnika rozszerzalności cieplnej…, nie występuje wymiana ciepła i nie występuje ciepło przemiany.

Wykres fazowy



ZADANIA

Zadanie 100 [7]. Na aluminiowym liniale wykonano dokładną podziałkę w temperaturze T_0 i zmierzono długość pręta żelaznego w temperaturze T_1 = 293,16 K. Otrzymano wynik l = 1,5 m. Obliczyć długość tego pręta w temperaturze T_0, jeżeli współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej aluminium wynosi $\alpha = 25{,}5 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, a żelaza $\alpha_1 = 25{,}5 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}.

Zadanie 101 [7]. O ile mm rozszerzy się stalowa sztaba o długości l_1 = 1m w temperaturze T_1 = 283,16 K, jeżeli jej temperatura wzrośnie do T_2 = 323,16 K? Jakie ciśnienie należałoby wywrzeć na końce tej sztabki, aby przeciwstawić się jej wydłużeniu? Dla stali $\alpha = 11{,}9 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, a moduł Younga na wydłużenie $E = 21{,}3 \cdot 10^{10}$ N/m^2.

Zadanie 102 [7]. W temperaturze $T = 303{,}16$ K probówka ma objętość $V = 56 \cdot 10^{-6}$ m^3. Jaką będzie miała objętość w temperaturze $T_1 = 473{,}16$ K? Dla szkła średni cieplny współczynnik rozszerzalności objętościowej wynosi $\gamma = 0{,}23 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}.

Zadanie 103 [7]. Barometr wskazuje ciśnienie $p_1 = 1{,}003 \cdot 10^5$ Pa w temperaturze $T_1 = 284{,}16$ K. Jaka byłaby wysokość słupa rtęci w barometrze w tych samych warunkach atmosferycznych, lecz w temperaturze T_0? Rozszerzalność szkła można pominąć, a współczynnik cieplnej rozszerzalności objętościowej dla rtęci wynosi $\gamma = 18{,}8 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

Zadanie 104 [16]. W suchy zimowy poranek temperatura wynosi – 5°C, a ciśnienie pary wodnej jest równe 2 Tr. Ciśnienie w punkcie potrójnym wody wynosi 0,006 bara, a entalpia sublimacji 51 kJ/mol. Czy w takich warunkach zniknie szron z szyb samochodowych? Przy jakim ciśnieniu pary wodnej szron utrzyma się?

Zadanie 105 [16]. Pewna ciecz wrze w temperaturze $T_1 = 368$ K na górze o wysokości H (nad poziomem morza) i $T_0 = 378$ K u podnóża góry na wysokości H_0. Entalpia parowania wynosi $\Delta h = 45$ kJ/mol. Oszacować wysokość góry, przyjmując, że temperatura powietrza wynosi 20°C.

19. Hydrodynamika.

Właściwości przepływów:

1. Przepływ może być **ustalony** (laminarny) lub **nieustalony** – dla przepływu ustalonego prędkość poruszającego się płynu w każdym wybranym punkcie nie zmienia się w czasie (co do wartości i kierunku);
2. Przepływ może być **ściśliwy** lub **nieściśliwy** – dla przepływu nieściśliwego gęstość płynu jest stała;
3. Przepływ może być **lepki** lub **nielepki** – ciało poruszające się w płynie nielepkim nie doznaje działania siły oporu pochodzącej od lepkości płynu i porusza się ze stałą prędkością (lepkość jest odpowiednikiem tarcia w ruchu ciał stałych).
4. Przepływ może być **wirowy** lub **bezwirowy** - w przypadku przepływu bezwirowego w żadnym punkcie element płynu nie ma względem tego punktu wypadkowej prędkości kątowej (ciało umieszczone w płynie nie obraca się wokół osi przechodzącej przez swój środek masy).

Przepływ płynu doskonałego jest ustalony, nieściśliwy, nielepki i bezwirowy.

Równanie ciągłości opisuje płyn o gęstości ρ, który przepływa ze średnią prędkością v przez rurę o poprzecznym przekroju *S*. Dla płynu doskonałego iloczyn prędkości cieczy v i powierzchni przekroju *S* jest wielkością stałą:

$$vS = const.$$

Prędkość przepływu wzrasta, gdy maleje pole przekroju poprzecznego, przez który płyn przepływa.

Strumienie przepływu:

- strumień objętościowy (szybkość przepływu objętości): $R_V = vS = const\ \left[\frac{m^3}{s}\right]$;
- strumień masy (szybkość przepływu masy): $R_m = \rho R_V = \rho vS = const\ \left[\frac{kg}{s}\right]$.

Prawo Bernoulliego – opisuje ruch ustalony płynu doskonałego następującym równaniem:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = const,$$

gdzie:

ρ – gęstość cieczy;
v – prędkość ruchu cieczy w danym przekroju np. rury;
h – wysokość danego przekroju np. rury ponad pewnym poziomem odniesienia;

p – ciśnienie panujące w danym przekroju rury;
g – przyspieszenie ziemskie.

Jeżeli przy przepływie wzdłuż poziomej linii prądu prędkość elementu płynu wzrasta, to ciśnienie płynu maleje i na odwrót:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2.$$

Prawo Torricellego dla przypadku, gdy płyn wypływa przez mały otwór:

$$v = \sqrt{2gh},$$

v – prędkość wypływu płynu;
h – wysokość powierzchni cieczy nad otworem.

Prędkość wypływu gazu z małych otworów w zbiorniku:

$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}},$$

p_1 – ciśnienie gazu w zbiorniku;
p_2 – ciśnienie gazu na zewnątrz zbiornika;
ρ - gęstość gazu wewnątrz zbiornika.

Objętość cieczy V (wydajność) przepływającej w ciągu jednostki czasu przez dowolny przekrój S strugi cieczy określona jest wzorem:

$$V = vS,$$

gdzie v jest prędkością cieczy.

Przy przepływie objętości V cieczy z obszaru o ciśnieniu p_1 do obszaru o ciśnieniu p_2 wykonywana jest praca

$$L = (p_2 - p_1)V.$$

Przepływ laminarny (warstwowy) płynów lepkich (np. krew płynąca w naczyniach włosowatych).

1. **Lepkość** jest efektem tarcia wewnętrznego w płynie, opisuje się ją za pomocą współczynnika lepkości, który jest miarą lepkości cieczy. Jest to siła potrzebna do utrzymania w ruchu, z prędkością 1 m/s, górnej warstwy cieczy o powierzchni 1 m^2 względem równoległej dolnej warstwy cieczy, odległej od warstwy górnej o 1 m. Jednostką lepkości jest 1Pa·s.

   Siła tarcia wewnętrznego (lepkości) pomiędzy warstwami przepływającej cieczy wynosi:

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta h} S,$$

η − współczynnik lepkości dynamicznej cieczy;
$\frac{\Delta v}{\Delta h}$ − gradient prędkości;
S − pole powierzchni stykających się warstw cieczy.

2. **Wzór Stokesa** – siła oporu lepkiego dla kuli opadającej w cieczy lub gazie:

$$F = 6\pi\eta r v,$$

η − współczynnik lepkości dynamicznej ośrodka;
r – promień kuli;
v – prędkość kuli względem otaczającego płynu.

3. **Wzór Poiseuille'a** – objętość cieczy przepływającej przez rurkę o długości l i promieniu r w ciągu czasu t, dla przepływu laminarnego:

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta p}{8\eta l},$$

η − współczynnik lepkości dynamicznej ośrodka;
Δp – różnica ciśnień na końcach rurki.

4. **Liczba Reynoldsa** – określa granicę między przepływem laminarnym i turbulentnym cieczy lepkich:

$$Re = \frac{r\rho V}{\eta},$$

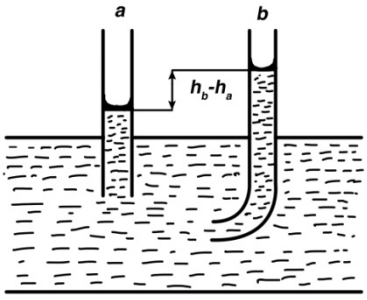
r – wymiar ciała opływanego;
ρ - gęstość cieczy;
V – średnia prędkość przepływu;
η - współczynnik lepkości dynamicznej.

ZADANIA

Zadanie 106 [15]. Powierzchnia tłoka strzykawki lekarskiej wynosi $S_1 = 1{,}4 \cdot 10^{-4}$ m^2, a powierzchnia przekroju jej otworu $S_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ m^2. Strzykawka znajduje się w położeniu poziomym. Obliczyć siłę z jaką działa na tłok pielęgniarka wstrzykując pacjentowi 0,05 m lekarstwa o gęstości $\rho = 1{,}1 \cdot 10^3$ kg/m^3 w czasie $t = 1$ s.

Zadanie 107 [7]. Przekrój tłoka strzykawki wynosi $S_1 = 1{,}8$ cm^2, a przekrój otworu $S_2 = 2$ mm^2. W jakim czasie wypłynie woda ze strzykawki, jeżeli na tłok działamy siłą $F = 7{,}36$ N, a tłok ma się przesunąć o $l = 4$ cm?

Zadanie 108 [15]. W rurze przedstawionej na rysunku przepływa ciecz. Różnica poziomów tej cieczy w rurkach a i b, o takich samych średnicach, wynosi ($h_b - h_a$) = 0,1 m. Znaleźć prędkość przepływu cieczy w rurze.



Zadanie 109 [15]. Jaka jest moc serca człowieka, jeżeli podczas każdego cyklu jego pracy lewy przedsionek, kurcząc się, wtłacza do aorty krew o masie $m = 7 \cdot 10^{-2}$ kg pod ciśnieniem
$p = 2{,}6 \cdot 10^4$ N/m^2, a w ciągu czasu $t = 60$ s następuje $n = 75$ skurczów przedsionka serca. Gęstość krwi wynosi $\rho = 1{,}05 \cdot 10^3$ kg/m^3.

Zadanie 110 [5]. Pole przekroju poprzecznego S_0 aorty u człowieka w spoczynku wynosi 3 cm^2. Krew przepływa przez aortę z prędkością równą 30 cm/s. Typowe naczynie włosowate, o średnicy około 6 μm, ma pole przekroju poprzecznego $S = 3 \cdot 10^{-7}$ cm^2, a krew przepływa przez nie z prędkością $v = 0{,}05$ cm/s. Ile takich naczyń włosowatych ma człowiek?

Zadanie 111 [15]. Rura cylindryczna o promieniu $r = 0{,}1$ m jest napełniona cieczą do wysokości $h = 0{,}3$ m. W dnie rury znajduje się otwór o przekroju $S = 4 \cdot 10^{-4}$ m^2. W ciągu jakiego czasu, po otwarciu otworu, poziom cieczy w rurze obniży się o wartość $h_1 = 0{,}15$ m.

Zadanie 112 [11]. Pionowe naczynie cylindryczne o średnicy 1 m i wysokości 2 m zostało całkowicie napełnione cieczą, po czym w dnie naczynia otworzono otwór o polu powierzchni 2 cm^2. W jakim czasie cała ciecz wypłynie z naczynia? Pomijamy wpływ tarcia i różnicę między polem otworu i polem przekroju wypływającej strugi cieczy.

Zadanie 113 [15]. Kuleczka szklana o gęstości ρ i promieniu r spada swobodnie w cieczy o gęstości ρ_1 i lepkości η. Obliczyć prędkość kuleczki po upływie czasu t od chwili rozpoczęcia ruchu.

Zadanie 114. Z jaką prędkością spada kula o średnicy $2r = 1$ mm w wodzie o współczynniku lepkości $\eta = 0{,}001$ Pa·s, jeżeli gęstość materiału kulki wynosi $\rho = 1{,}2$ g/cm^3?

Zadanie 115 [15]. W bocznej ściance naczynia walcowatego o promieniu $R = 2 \cdot 10^{-2}$ m wstawiona została pozioma rurka włosowata o wewnętrznym promieniu $r = 1 \cdot 10^{-3}$ m i długości $l = 2 \cdot 10^{-2}$ m. Do naczynia nalano oleju rycynowego o współczynniku lepkości $\eta = 1{,}2$ Ns/m^2. Znaleźć prędkość v obniżania się poziomu oleju rycynowego o gęstości $\rho = 900$ kg/m^3 w naczyniu walcowatym w zależności od wysokości h tego poziomu ponad rurkę włosowatą. Numeryczną wartość v znaleźć dla $h = 0{,}26$ m.

Zadanie 116 [15]. Naczynie napełniono wodą do wysokości $H = 0{,}6$ m. Na jakiej wysokości od dna należy zrobić otwór, aby wypływająca woda padała jak najdalej na poziomą płaszczyznę, na której stoi naczynie z wodą.

Zadanie 117 [7]. Pod jakim ciśnieniem należy tłoczyć wodę do rury wodociągowej o przekroju S = 30 cm^2 i długości l = 3 km, aby przepływ wody wynosił v = 10 l/s? Współczynnik lepkości wynosi η = 0,012 Pa·s.

Rozdział V Procesy falowe

20. Fale w ośrodkach sprężystych.

Fala – zaburzenie rozprzestrzeniające się w ośrodku lub przestrzeni.

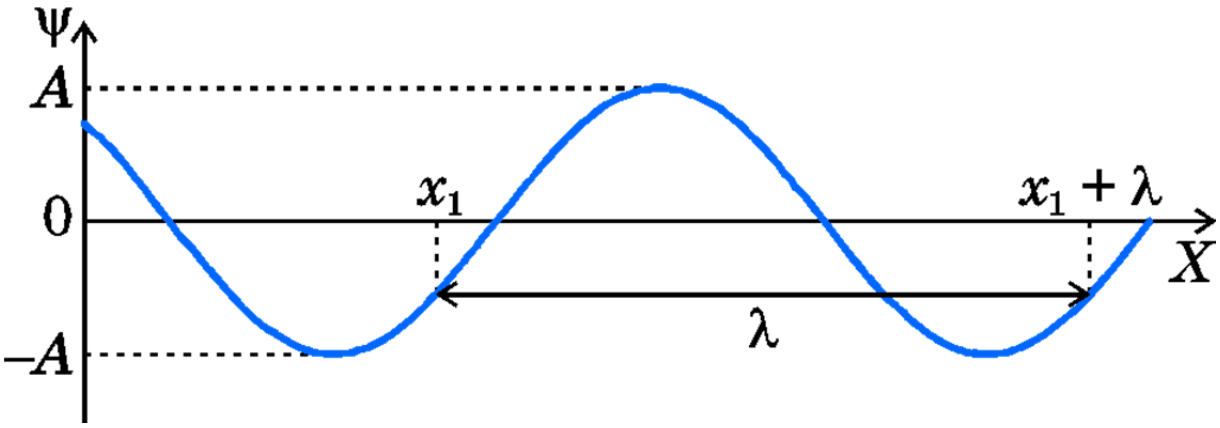
Równanie falowe:

$$\Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{dx^2} + \frac{\partial^2\Psi}{dy^2} + \frac{\partial^2\Psi}{dz^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{dt^2},$$

gdzie:

Ψ – funkcja $\Psi(x, y, z, t)$ spełniająca równanie falowe;
v – prędkość fazowa fali;
Δ – operator Laplace'a: $\Delta = \frac{\partial^2}{dx^2} + \frac{\partial^2}{dy^2} + \frac{\partial^2}{dz^2}$.

Równanie fali płaskiej rozchodzącej się w kierunku osi OX:



$$\Psi = Acos(\omega t - kx + \varphi),$$

gdzie:

Ψ – wychylenie z położenia równowagi drgającego punktu ośrodka;
A – amplituda fali;
ω – częstość kołowa drgań źródła;
k – liczba falowa;
φ – faza początkowa drgań źródła.

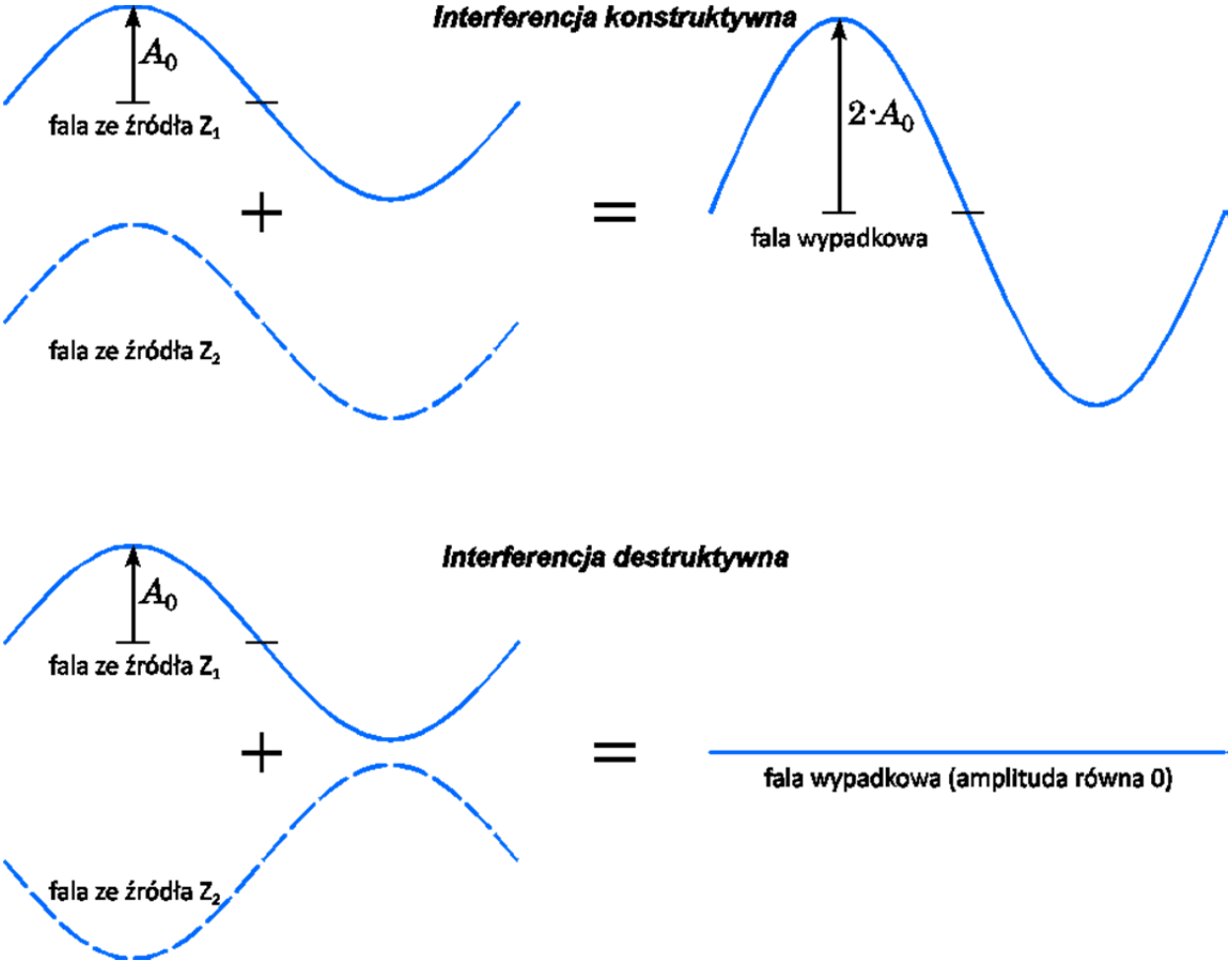
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Częstość fali: $f = \frac{1}{T}$

Prędkość fali: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

Interferencja – zjawisko nakładania się dwóch lub więcej ciągów falowych.



W szczególnych przypadkach wynikiem może być interferencja konstruktywna:

$$|r_2 - r_1| = n\lambda$$

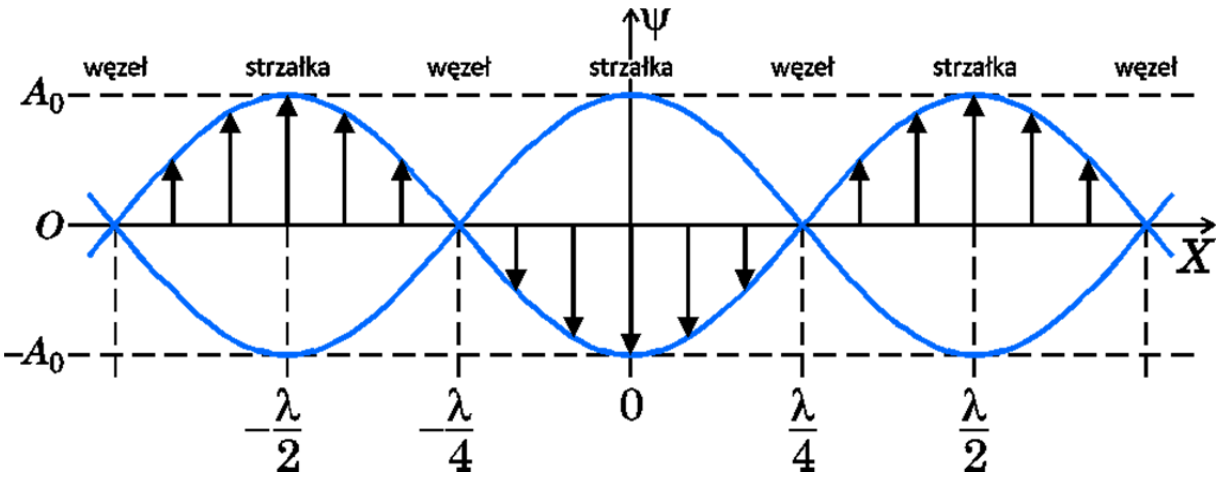
lub destruktywna:

$$|r_2 - r_1| = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

gdzie:

$|r_2 - r_1|$ – różnica odległości od źródeł.

Szczególnym przypadkiem zjawiska interferencji jest powstanie fal stojących. **Fale stojące** powstają w wyniku nakładania się dwóch fal o jednakowych amplitudach i częstościach, ale rozchodzących się w dwu przeciwnych kierunkach.



Równanie fali stojącej:

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx) = 2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos\omega t.$$

Drgania struny zamocowanej z dwóch końców:

$$\lambda = \frac{2l}{n}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}n = nf_p,$$

gdzie:

λ – długość fal stojących;
n = 1,2,3...;
l – długość struny;
v – prędkość rozchodzenia się fali w strunie;
f_p – częstotliwość podstawowa.

Prędkość fal sprężystych w ciele stałym:

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

gdzie:

$v_{\parallel}, v_{\perp}$ – prędkość fal podłużnych, poprzecznych;
E – moduł Younga;
G – moduł sztywności;
ρ – gęstość materiału.

Prędkość fal w strunie:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}},$$

gdzie:

T – siła naprężenia struny;
$\rho_l = \frac{m}{l}$ – gęstość liniowa materiału struny.

Prędkość fal w ośrodkach ciekłych i gazowych:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}.$$

Prędkość fali dźwiękowej w gazie:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}},$$

gdzie:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

p – ciśnienie;
R – stała gazowa;
T – temperatura w skali bezwzględnej;
M – masa cząsteczkowa gazu;
K – moduł sprężystości objętościowej.

Fale stojące w rurach:

Rura o dwóch otwartych końcach rezonuje przy częstościach

$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L},$$

gdzie v – prędkość dźwięku.

Dla rury o jednym końcu zamkniętym, a drugim otwartym:

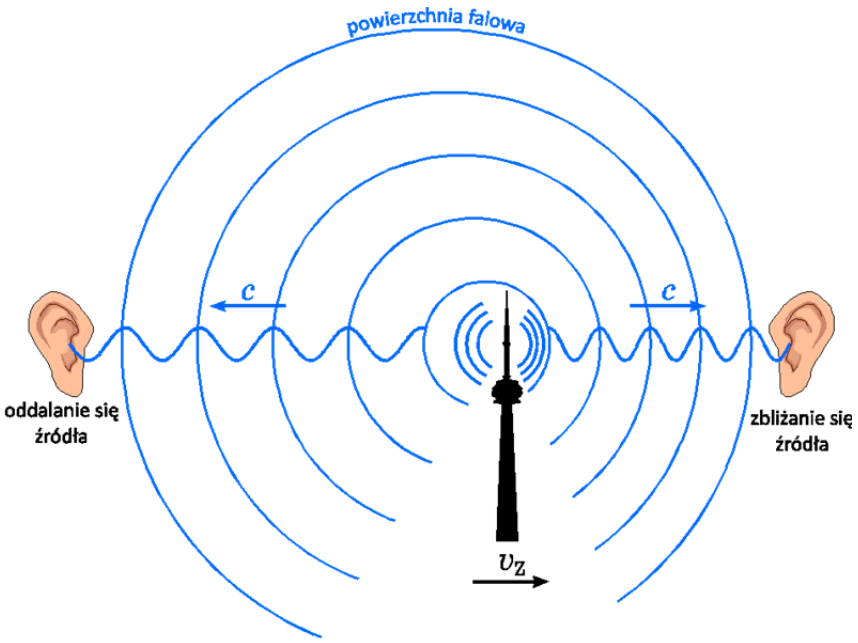
$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L}.$$

Dudnienia powstają wtedy, gdy dwie fale o nieco różnych częstościach rejestrowane razem. Częstość dudnień wynosi:

$$f = f_1 - f_2.$$

Efekt Dopplera polega na zmianie częstotliwości fal dźwiękowych odbieranych przez obserwatora, w wyniku przemieszczania się obserwatora lub źródła względem ośrodka, w którym rozchodzą się fale.

Ruch źródła dźwięku:



A. Źródło się zbliża: $f' = f\frac{c}{c-v_z}$

B. Źródło się oddala: $f' = f\frac{c}{c+v_z}$

gdzie:

f' – częstotliwość odbierana przez odbiornik;
f – częstotliwość drgań źródła;
c – prędkość fali;
v_z – prędkość źródła.

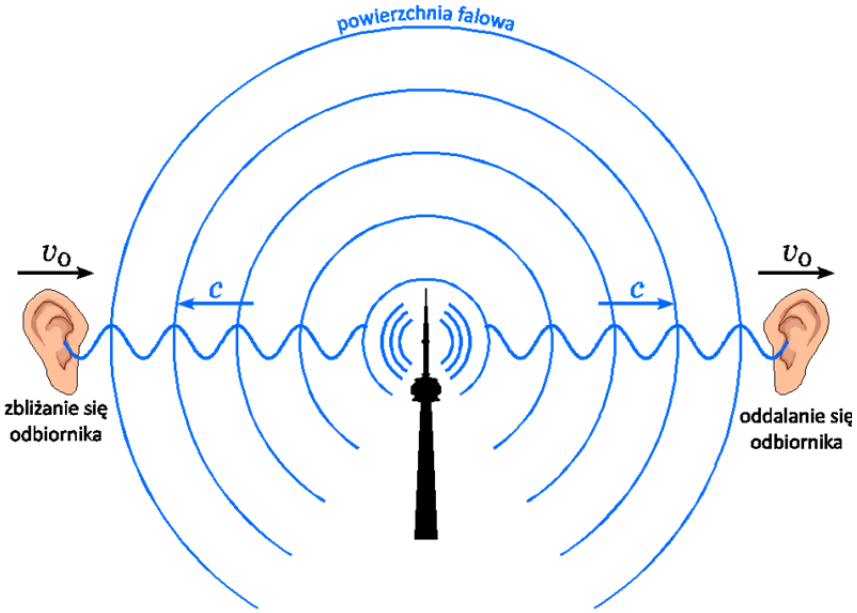
Ruch odbiornika dźwięku:

A. Odbiornik zbliża się: $f' = f\frac{c+v_o}{c}$

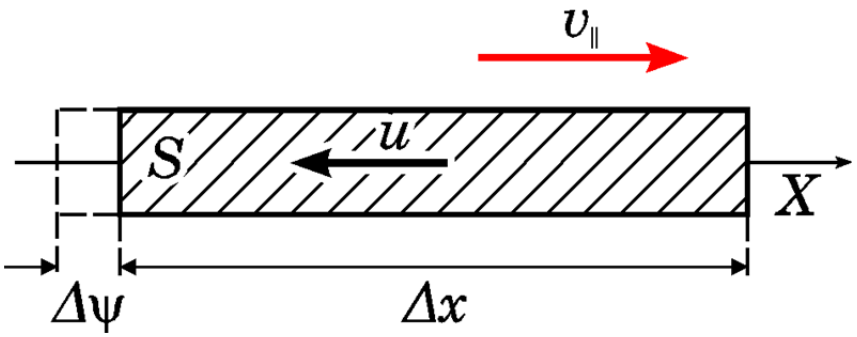
B. Odbiornik oddala się: $f' = f\frac{c-v_o}{c}$

gdzie:

v_o – prędkość odbiornika.



Energia fal w ciele stałym

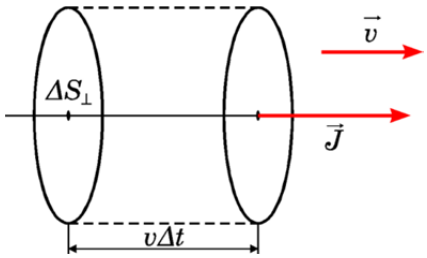


$$\Delta E = \frac{1}{2}\rho \Delta V u^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{ES}{\Delta x}\right)(\Delta\Psi)^2,$$

gdzie:

ΔE – energia fali w elemencie ciała o objętości ΔV;
ρ – gęstość ośrodka;
S – powierzchnia;
$v_\parallel$ – prędkość rozchodzenia się fali podłużnej.

Gęstość strumienia energii:



$$\vec{j} = w\vec{v},$$

gdzie:

$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$- gęstość energii;
$\vec{v}$ – wektor prędkości fali;
A – amplituda drgań;
ω – częstość drgań cząsteczek ośrodka.

Natężenie fali: $I = \bar{j} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 v$

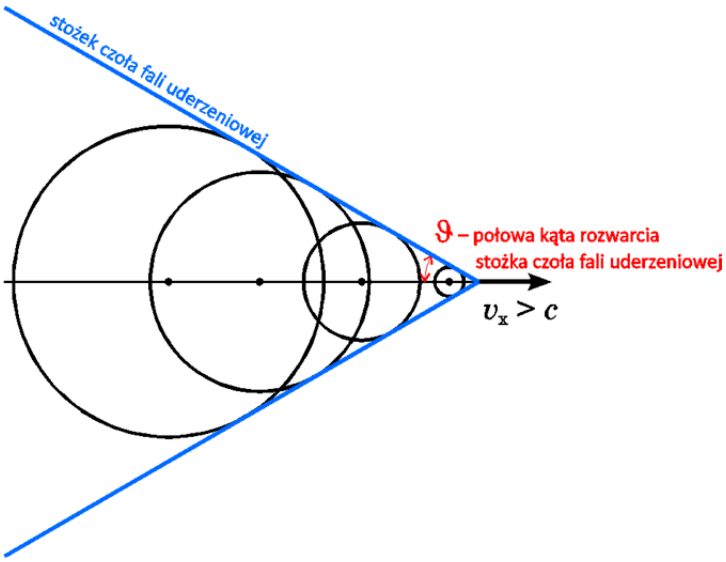
Fale dźwiękowe – skala głośności

Głośność dźwięku wyrażona w decybelach zdefiniowana jest jako:

$$\beta = (10dB)log\frac{I}{I_0},$$

gdzie $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 to natężenie odniesienia z którym porównujemy wszystkie inne wartości natężenia.

Fala uderzeniowa: $sin\vartheta = \frac{v_x}{c} = \frac{1}{M}$, gdzie M jest liczbą Macha.



Prędkość fazowa fali jest to prędkość, z jaką rozchodzą się miejsca fali o tej samej fazie.

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

Podczas rozprzestrzenia się fali w ośrodkach prędkość fazowa fali może być różna dla różnych częstotliwości, mówi się wówczas, że dla tych fal zachodzi **dyspersja**.

Prędkość grupowa – prędkość paczki fal.

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = v_f - \lambda \frac{dv}{d\lambda},$$

gdzie:

v_g – prędkość grupowa;
ω – częstość kątowa drgań fali;
k – wektor falowy.

Prędkość rozchodzenia się modulacji, czyli prędkość grupowa, odpowiada prędkości przenoszenia informacji i energii przez falę.

Pojęcie prędkość grupowa wprowadzono w celu odróżnienia od prędkości przemieszczania się grzbietów fali nazywanej prędkością fazową.

W ośrodkach dyspersyjnych prędkość grupowa jest różna od prędkości fazowej.

Dyspersja – zjawisko zależności prędkości fazowej od długości fal:

$\frac{dv}{d\lambda} > 0$ – normalna;

$\frac{dv}{d\lambda} < 0$ – anomalna.

Zasada Huyghensa:

Każdy punkt ośrodka sprężystego, do którego dociera czoło fali (zaburzenia), staje się samodzielnym źródłem kulistych fal cząstkowych.

Dyfrakcja: uginanie się fali na krawędziach.

Odbicie i załamanie fal

Fala rozchodząca się w ośrodku sprężystym po dojściu do granicy ośrodka o innych właściwościach fizycznych, zostaje częściowo odbita, a częściowo przepuszczona, podlegając załamaniu.

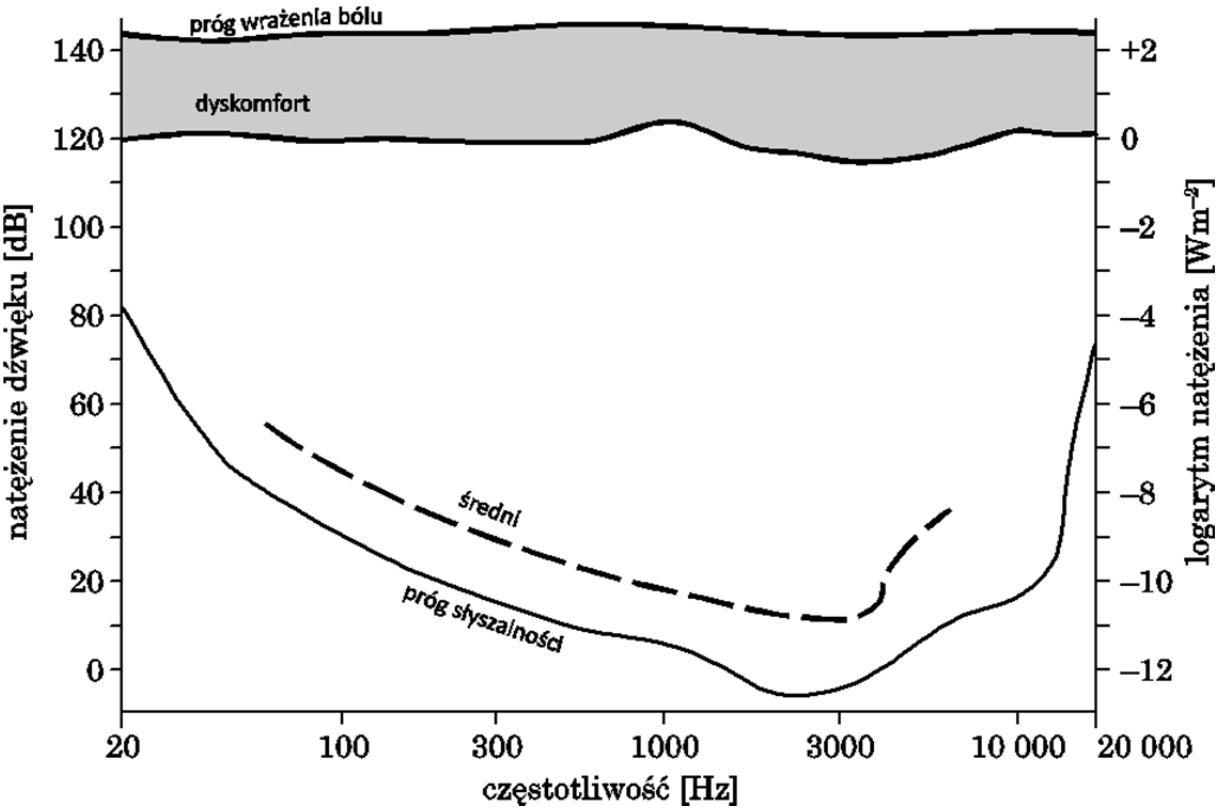
Te dwa zjawiska podlegają następującym prawom:

1. Fala padająca, odbita i załamana oraz normalna wystawiona w punkcie padania leżą w tej samej płaszczyźnie.
2. Kąt padania fali jest równy kątowi odbicia od danej powierzchni.
3. Stosunek sinusa kąta padania do sinusa kąta załamania jest równy stosunkowi prędkości rozchodzenia się fali w ośrodku pierwszym do prędkości fali w drugim ośrodku i nosi nazwę współczynnika załamania ośrodka drugiego względem pierwszego.

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

Zagadnienia do omówienia na zajęciach:

1. **Słuch**. Budowa **ucha** i jego wrażliwość.



2. **Struny głosowe**.
3. **Instrumenty muzyczne**.
4. **Ultradźwięki** – zastosowanie w medycynie i kosmetyce.

   A. Metody diagnostyczne i terapeutyczne wykorzystujące ultradźwięki mają szerokie zastosowanie w medycynie:

   - *Ultrasonografia* (USG) to badanie narządów wewnętrznych za pomocą fal ultradźwiękowych. Metoda ta oparta jest na zjawisku echa ultradźwiękowego. Ultrasonografię stosujemy w badaniach serca (echokardiografia), badaniach naczyń krwionośnych metodą ultrasonografii wewnątrznaczyniowej oraz w badaniach prenatalnych.
   - *Litotrypsja* – polega na zogniskowaniu wiązki ultradźwięków na kamieniach nerkowych w celu ich skruszenia (zastosowanie w urologii).
   - *Fakoemulsyfikacja* – metoda operacji zaćmy. Fale ultradźwiękowe rozbijają zmętniałe jądro soczewki, którego kawałki zostają zasysane i usuwane z oka (okulistyka).
   - *Fizykoterapia* – mięśniobóle, stłuczenia, zapalenia stawów, odmrożenia.

   B. Inne przykłady zastosowania ultradźwięków:

- *W laboratoriach*: do mycia szkła, narzędzi medycznych, tworzenia emulsji, przyspieszania reakcji chemicznych.
- *W naturze* – echolokacja.
- *Defektoskopia ultradźwiękowa.*
- Budowa i zastosowanie *sonaru*.
- Pomiary odległości – *dalmierz ultradźwiękowy.*
- *Różne zastosowania w metalurgii, przemyśle spożywczym, chemicznym, biologii i farmacji.*

5. **Stetoskop** – przyrząd diagnostyczny stosowany w medycynie, służący do osłuchiwania pacjenta, (klatki piersiowej, serca i jamy brzusznej).
6. **Geologia** – fale sejsmiczne.
7. Użycie **fal uderzeniowych** do leczenia schorzeń w kardiologii, urologii, rehabilitacji i medycynie estetycznej.
8. **Fale elekromagnetyczne** – omówione w dalszej części skryptu.

ZADANIA

Zadanie 118 [5]. Fala biegnąca wzdłuż liny opisana jest wzorem

$$y(x,t) = 0{,}00327 \cdot \sin(72{,}1x - 2{,}72t).$$

Znajdź amplitudę, długość fali, jej okres i częstotliwość.

Zadanie 119 [14] Równanie źródła drgań ma postać $u = 10\sin(0.5\pi t)\ [m]$.

a) Znaleźć równanie fali płaskiej, jeżeli prędkość rozchodzenia fal v_1 = 300 m/s. Oblicz długość powstałej fali.
b) Znaleźć równanie drgań punktu odległego o l = 900 m od źródła drgań. Wyznacz dla tego punktu prędkość i przyspieszenie w ruchu drgającym.

Zadanie 120 [14]. Znaleźć wychylenie z położenia równowagi punktu, znajdującego się w odległości $l = \pi/18$ od źródła drgań, w chwili $t = T/9$. Amplituda drgań A = 0,05 m, faza początkowa równa się zero.

Zadanie 121[14]. Znajdź częstotliwości drgań dla poprzecznej fali stojącej powstałej w strunie o długości l zamocowanej w obu końcach i odpowiednio naciągniętej. Oblicz wartość naprężenia struny, jeśli l = 0,5 m. Masa struny Przypadająca na jednostkę długości równa się ρ = 0,01 kg/m a podstawowa częstotliwość drgań f = 248 Hz.

Zadanie 122. Głębokość morza można zmierzyć za pomocą echosondy. Jaką głębokość ma morze, jeśli odstęp czasu między wysłaniem dźwięku a jego odbiorem wynosi 2,5 s. Moduł ściśliwości wody wynosi $2{,}2\cdot10^9$ N/m^2, a gęstość wody morskiej 1030 kg/m^3.

Zadanie 123. Wyprowadź związek pomiędzy prędkością grupową i fazową.

Zadanie 124. Zamknięta w jednym końcu rura wysyła ton o częstotliwości f_1 = 130,5 Hz. Rurę otwarto, jakiej częstotliwości ton wysyła ona obecnie? (v_p = 340 m/s)?

Zadanie 125. Płaska fala akustyczna ma równanie: $x = 0{,}1 \cdot \sin(1320t - 5x)$. Oblicz długość fali, częstotliwość drgań oraz prędkość propagacji fali.

Zadanie 126 [14]. Prędkość fazowa fal rozchodzących się na powierzchni wody wyraża się wzorem: $v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\lambda\rho}}$ gdzie: ρ – gęstość wody, σ – napięcie powierzchniowe wody. Znajdź prędkość grupową tych fal, podaj zależności dla prędkości fazowej i grupowej w przypadkach: fale kapilarne ($\lambda \to 0$) oraz fale morskie ($\lambda \to \infty$).

Zadanie 127[14]. Dwie fale rozchodzące się wzdłuż osi 0X opisane są równaniami: $u_1 = 10\cos(5x + 25t)$ oraz $u_2 = 20\cos(5x + 25t + \frac{\pi}{3})$ interferują ze sobą. Wyznacz fazę i amplitudę fali wypadkowej.

Zadanie 128 [14]. Dwa spójne źródła fal dźwiękowych jednakowej mocy znajdują się w następujących odległościach od mikrofonu $d_1 = 2{,}5$ m i $d_2 = 2{,}4$ m. Wyznacz związek amplitudy drgań wypadkowych z amplitudą drgań składowych, jeżeli długość fali jest równa $\lambda = 0{,}3$ m. Zakładamy, że fale są płaskie.

Zadanie 129. Dźwięk na ulicy o poziomie natężenia dźwięku 70 dB słychać w mieszkaniu z poziomem natężenia 40 dB. Znaleźć stosunek natężeń dźwięku na ulicy i mieszkaniu. W jakim stosunku pozostają amplitudy?

Zadanie 130. Przy pomiarze prędkości głosu metodą Kundta (metoda fal stojących) uzyskano odległość między węzłami $l = 6$ cm w powietrzu. Ile wynosi prędkość głosu w pręcie, jeśli jego długość $L = 60$ cm. ($v_p = 343$ m/s; $v_{Fe} = 5200$ m/s).

Zadanie 131 [5]. Fala ma częstość kołową 110 rad/s i długość fali 1,8 m. Oblicz a) liczbę falową i b) prędkość fali.

Zadanie 132 [5]. Sinusoidalna fala biegnie wzdłuż liny. Czas, w którym poszczególne punkty przechodzą od swojego maksymalnego wychylenia do zera, wynosi 0,17 s. Wyznacz a) okres i b) częstość. Długość fali jest równa 1,4 m; c) wyznacz prędkość fali.

Zadanie 133 [5]. Napisz wzór przestawiający falę sinusoidalną biegnącą w ujemnym kierunku wzdłuż osi x, mającą amplitudę 0,01 m, częstość 550 Hz i prędkość 330 m/s.

Zadanie 134 [5]. Udowodnij, że wyrażenia

$$y = y_m \sin k(x - vt) \quad y = y_m \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)$$
$$y = y_m \sin \omega\left(\frac{x}{v} - vt\right) \quad y = y_m \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

są równoważne wyrażeniu

$$y = y_m \sin(kx - \omega t).$$

Zadanie 135 [5]. a) Zapisz równanie opisujące sinusoidalną falę poprzeczną o długości fali 10 cm, częstości 400 Hz i amplitudzie 2 cm biegnącą wzdłuż sznura w kierunku $+x$.
b) Podaj maksymalną prędkość punktów sznura.
c) Wyznacz prędkość fali.

Zadanie 136 [5]. Fala sinusoidalna o częstości 500 Hz ma prędkość 350 m/s.
a) Podaj odległość między punktami, dla których różnica faz wynosi π/3 rad.

b) Podaj różnicę faz dla dwóch przemieszczeń pewnego punktu w chwilach różniących się o 1 ms.

Zadanie 137 [5]. Podaj prędkość fal poprzecznych w sznurze o długości 2 m i masie 60 g poddanym naprężeniu 500 N.

Zadanie 138 [5]. Liniowa gęstość liny wynosi $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ kg/m. Fala poprzeczna w linie opisana jest wzorem

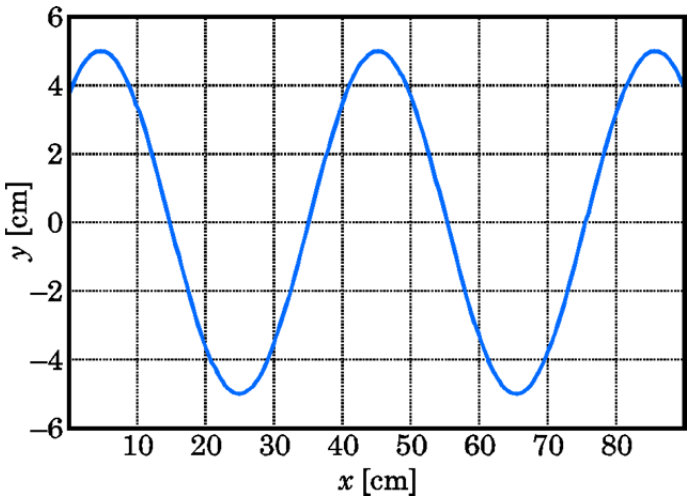
$$y = (0{,}021\ m)\sin[(2\ m^{-1})x + (600\ s^{-1})t]$$

Podaj: a) prędkość fali i b) naprężenie liny.

Zadanie 139 [5]. Masa przypadająca na jednostkę długości napiętej liny wynosi 5 g/cm, a jej naprężenie 10 N. W linie wzbudzono falę sinusoidalną o amplitudzie 0,12 mm i częstości 100 Hz, biegnącą w kierunku ujemnych wartości x. Zapisz równanie tej fali.

Zadanie 140 [5]. Sinusoidalna fala poprzeczna o amplitudzie y_m i długości fali λ biegnie wzdłuż napiętej liny. a) Znajdź stosunek maksymalnej prędkości cząstek liny (prędkości, z jaką pojedyncza cząstka liny porusza się poprzecznie względem fali) do prędkości fali. b) Czy powyższy stosunek prędkości zależy od materiału, z jakiego wykonana jest lina, na przykład z drutu lub nylonu.

Zadanie 141 [5]. Sinusoidalna fala poprzeczna biegnie wzdłuż liny w ujemnym kierunku osi x. Na rysunku przedstawiono wykres zależności przemieszczenia od położenia w chwili $t = 0$; w punkcie $x = 0$ przemieszczenie jest równe 4 cm. Naprężenie liny wynosi 3,6 N, a jej gęstość liniowa 25 g/m. Wyznacz:

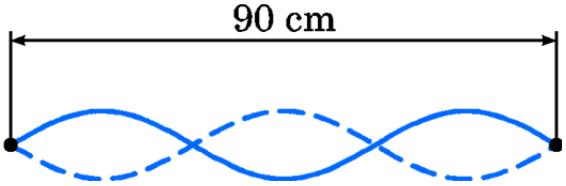


a) amplitudę,
b) długość fali,
c) jej prędkość,
d) okres.
e) Znajdź maksymalną poprzeczną prędkość cząstek liny.
f) Zapisz równanie opisujące falę biegnącą.

Zadanie 142 [5]. Drut o długości 10 m i masie 100 g naciągnięto siłą 250 N. Na każdym końcu drutu wygenerowano jeden impuls, w odstępie 30 ms jeden po drugim; znajdź miejsce pierwszego spotkania impulsów.

Zadanie 143 [5]. Określ amplitudę fali wypadkowej, powstałej w wyniku złożenia dwóch fal sinusoidalnych o takich samych częstościach, biegnących w tym samym kierunku wzdłuż tej samej liny, jeżeli ich amplitudy są równe 3 cm i 4 cm, a ich fazy początkowe wynoszą odpowiednio 0 i $\pi/2$ rad.

Zadanie 144 [5]. Nylonowa struna w gitarze ma gęstość liniową 7,2 g/m i jest naciągnięta siłą 150 N. Stałe punkty podparcia oddalone są od siebie o 90 cm. W strunie wzbudzono falę stojącą przestawioną na rysunku. Oblicz: a) prędkość, b) długość



fali oraz c) częstość fal biegnących, tworzących w wyniku złożenia daną falę stojącą.

Zadanie 145 [5]. Zamocowana na obu końcach lina ma długość 8,4 m i masę 0,12 kg. Lina została naciągnięta siłą 96 N i wprawiona w drgania. a) Określ prędkość fal w linie. b) Wyznacz największą możliwą długość fali stojącej. c) Podaj częstość tej fali.

Zadanie 146 [5]. Lina rozpięta między dwoma sztywnymi wspornikami, znajdującymi się w odległości 75 cm od siebie, ma częstości rezonansowe 420 Hz i 315 Hz, przy czym żadna pośrednia częstość nie jest rezonansowa. Określ: a) najmniejszą częstość rezonansową oraz b) prędkość fali.

Zadanie 147 [5]. Lina drga zgodnie z wyrażeniem

$$y' = (0{,}5\ cm)\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}\ cm^{-1}\right)x\right]\cos[(40\pi\ s^{-1})t].$$

Podaj a) amplitudę i b) prędkość dwóch fal (identycznych z wyjątkiem kierunku rozchodzenia się), których superpozycja daje takie drgania. c) Określ odległość między węzłami. d) Wyznacz prędkość cząstek liny w punkcie x = 1,5 cm w chwili t = 9/8 s.

Zadanie 148 [5]. Generator znajdujący się na końcu bardzo długiej liny wytwarza falę opisaną wzorem

$$y = (6\text{ cm})\cos\frac{\pi}{2}[(2\ m^{-1})x + (8\ s^{-1})t]$$

a generator na drugim końcu – falę

$$y = (6\text{ cm})\cos\frac{\pi}{2}[(2\ m^{-1})x - (8\ s^{-1})t]$$

Oblicz: a) częstość, b) długość oraz c) prędkość obu fal. Wyznacz położenia d) węzłów i e) strzałek.

Zadanie 149 [5]. Podaj regułę na wyznaczenie odległości (w kilometrach) od błyskawicy metodą liczenia sekund upływających od zobaczenia błysku do usłyszenia grzmotu. Zakładamy, że dźwięk biegnie do nas po linii prostej.$v_d = 340m/s, v_s = 3 \cdot 10^8 m/s$.

Zadanie 150 [5]. Dwóch kibiców piłki nożnej na stadionie Montjuic widzi, a chwilę później słyszy, kopnięcie piłki na płycie boiska. Dla jednego kibica opóźnienie wynosi 0,23 s, a dla drugiego 0,12 s. Linie poprowadzone od kibiców do piłkarza przecinają się pod kątem 90°. a) Podaj odległość od każdego kibica do piłkarza. b) Podaj odległość między kibicami.

Zadanie 151 [5]. Diagnostyka ultradźwiękowa (USG) przy częstotliwości 4,5 MHz wykorzystywana jest do badania nowotworów w miękkich tkankach. a) Jaka jest długość takiej fali dźwiękowej w powietrzu? b) Jaka jest długość fali w tkance, jeżeli jej prędkość w tkance wynosi 1500 m/s?

Zadanie 152 [5]. Dwa głośniki umieszczono na estradzie w odległości 3,35 m od siebie. Widz znajduje się w odległości 18,3 m od jednego głośnika i 19,5 m od drugiego. Podczas kontroli ustawień generator sygnałowy zasila oba głośniki sygnałem o takiej samej amplitudzie i częstości oraz o jednakowej fazie. Częstość generatora przemiata zakres słyszalności (od 20 Hz do 20 kHz). a) Jakie są trzy najniższe częstości, przy których słuchacz prawie nie słyszy dźwięku ze względu na interferencję destruktywną? b) Jakie są trzy najniższe częstości, przy których słuchacz słyszy dźwięk o maksymalnym natężeniu?

Zadanie 153 [5]. a) Jeżeli dwie fale dźwiękowe jedna w powietrzu, a druga w wodzie, mają takie same natężenia, to jaki jest stosunek amplitudy zmian ciśnienia fali w wodzie do

amplitudy ciśnienia fali w powietrzu? Załóż, że temperatura wody i powietrza wynosi 20°C. b) Jaki jest stosunek natężeń obu fal, jeżeli ich amplitudy zmian ciśnienia są jednakowe? Dane:v_w, v_p, ρ_w, ρ_p.

Zadanie 154 [5]. Studnia o pionowych ścianach z woda na dnie rezonuje przy częstości 7 Hz i nie rezonuje przy niższych częstościach. (Wypełniona powietrzem część studni działa jak rura o jednym końcu zamkniętym, a drugim otwartym). Powietrze w studni ma gęstość 1,1 kg/m^3 i moduł ściśliwości $1{,}33 \cdot 10^5$ Pa. Na jakiej głębokości znajduje się lustro wody?

Zadanie 155 [5]. Strunę skrzypcową o długości 30 cm i gęstości liniowej 0,65 g/m umieszczono w pobliżu głośnika podłączonego do generatora akustycznego o zmiennej częstości. Stwierdzono, że gdy częstość generatora zmieniamy w zakresie od 500 Hz do 1500 Hz, drgania struny wzbudzają się jedynie przy częstościach 800 Hz i 1320 Hz. Wyznacz siłę napinającą strunę.

Zadanie 156 [5]. Turbiny w silnikach samolotu odrzutowego lecącego z prędkością 200 m/s wyją z częstością 16 000 Hz. Jaką częstość słyszy pilot drugiego samolotu, który próbuje wyprzedzić pierwszy z prędkością 250 m/s?

Zadanie 157 [5]. Gwizdek wysyłający dźwięk o częstości 540 Hz porusza się po okręgu o promieniu 60 cm z prędkością kątową 15 rad/s. Jaką: a) najmniejszą i b) największą częstość słyszy obserwator znajdujący się w dużej odległości i pozostający w spoczynku względem środka okręgu?

Zadanie 158 [5]. Akustyczny alarm przeciwwłamaniowy zawiera źródło emitujące fale o częstości 28 kHz. Jaka jest częstość dudnień powstających przy oddziaływaniu fali ze źródła i fali odbitej od intruza oddalającego się od źródła ze średnią prędkością 0,95 m/s?

Zadanie 159 [5]. Nad nami na wysokości 5000 m przelatuje samolot odrzutowy z prędkością 1,5 Ma. a) Oblicz kąt Macha. b) Po jakim czasie od momentu przelotu samolotu bezpośrednio nad nami dotrze do nas fala uderzeniowa? Przyjmij prędkość dźwięku równą 331 m/s.

Rozdział VI Fale elektromagnetyczne i optyka

21. Fale elektromagnetyczne.

Równanie falowe dla fali elektromagnetycznej wynika z równań Maxwella.

Równanie falowe dla fali elektromagnetycznej rozchodzącej się wzdłuż osi OX:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2},$$

gdzie:

E_y – natężenie pola elektrycznego fali elektromagnetycznej;
B_z – natężenie pola magnetycznego fali elektromagnetycznej;
v – prędkość fazowa fali elektromagnetycznej w ośrodku:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n};$$

N – współczynnik załamania ośrodka.

Monochromatyczna fala płaska jest szczególnym przypadkiem fali elektromagnetycznej, w której wektory $\vec{E}$ i $\vec{B}$ drgają w sposób harmoniczny z określoną częstością. W każdym punkcie przestrzeni trójka wektorów $\vec{E}$ i $\vec{B}$ i $\vec{k}$ tworzy prawoskrętny układ kartezjański. Równania pola elektrycznego i magnetycznego monochromatycznej fali elektromagnetycznej:

$$E_y = E_0\cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$B_y = B_0\cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Związek pomiędzy amplitudami natężenia pola elektrycznego i magnetycznego:

$$\frac{B_0}{\sqrt{\mu\mu_0}} = E_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Gęstość energii pola elektromagnetycznego:

$$\varpi = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2.$$

Natężenie fali elektromagnetycznej:

$$I = n\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0^2.$$

gdzie:

n – bezwzględny współczynnik załamania ośrodka $n=c/v$;
E_0 – amplituda natężenia pola elektrycznego.

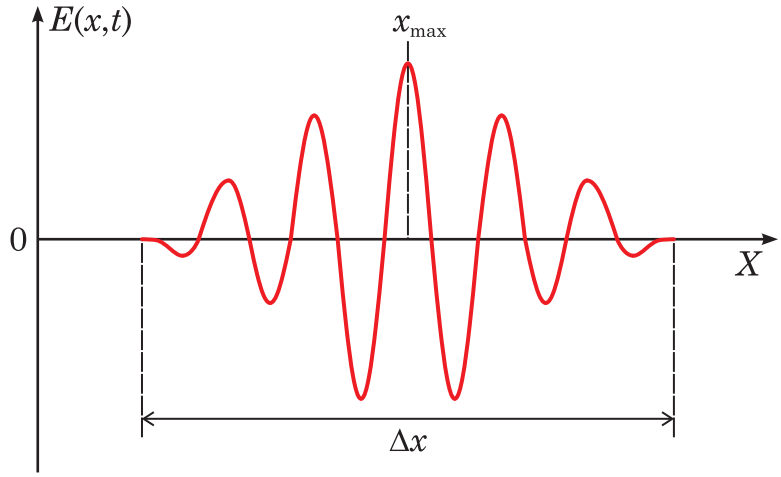
Pęd przenoszony przez falę elektromagnetyczną:

$$p = \frac{1}{v}\varpi.$$

Prędkość fazowa fali jest to prędkość, z jaką rozchodzą się miejsca fali o tej samej fazie:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

Prędkość grupowa – prędkość paczki fal:



$$v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} = v_f - \lambda\frac{dv}{d\lambda},$$

gdzie:

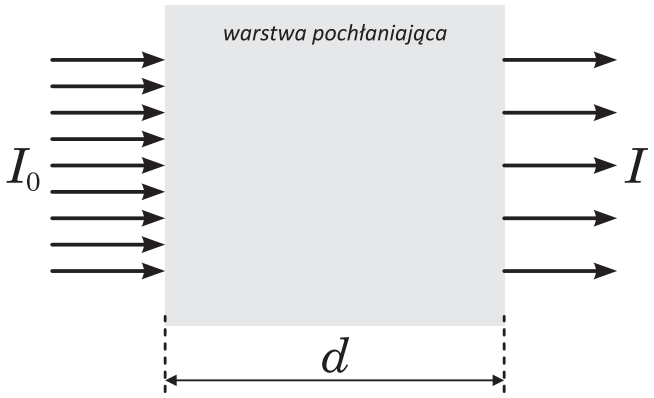
v_g – prędkość grupowa;
ω – częstość kątowa drgań fali;
k – wektor falowy.

Dyspersja - zjawisko zależności prędkości fazowej od długości fal:

$\frac{dv}{d\lambda} > 0$- normalna;

$\frac{dv}{d\lambda} < 0$- anomalna.

Absorpcja fali przez ośrodek. Prawo Bouguera-Lamberta opisuje pochłanianie promieniowania elektromagnetycznego przy przechodzeniu przez częściowo absorbujący i rozpraszający ośrodek.



$$I = I_0 e^{-\alpha dc}$$

$$A = \varepsilon cd$$

$$A = log_{10} \frac{I_0}{I}$$

gdzie:

A – absorbancja;
I_0 – natężenie światła padającego;
I – natężenie światła po przejściu przez ośrodek;
ε – molowy współczynnik ekstynkcji;
d – droga jaką pokonuje światło;
c – stężenie molowe substancji absorbującej w roztworze;
α – molowy współczynnik absorpcji zwany absorbancją molową.

Fala elektromagnetyczna padając na płaszczyznę graniczną między dwoma dielektrykami różniącymi się wartością bezwzględnego współczynnika załamania ulega **częściowo odbiciu a częściowo załamaniu.**

Zjawiska te podlegają następującym prawom:

1. Fala padająca, odbita i załamana oraz normalna wystawiona w punkcie padania leżą w tej samej płaszczyźnie.
2. Kąt padania fali jest równy kątowi odbicia od danej powierzchni.

3. Stosunek sinusa kąta padania do sinusa kąta załamania jest równy stosunkowi prędkości rozchodzenia się fali w ośrodku pierwszym do prędkości fali w drugim ośrodku i nosi nazwę współczynnika załamania ośrodka drugiego względem pierwszego.

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

Rys.

Całkowite odbicie wewnętrzne: Jeżeli $n_1 > n_2$ to kąt załamania jest większy od kąta padania. Istnieje zatem taki kąt padania α_g przy którym kąt załamania β=90°.

$$\alpha_g = \frac{n_2}{n_1}$$

Współczynnik odbicia R fali na granicy dwóch ośrodków- to stosunek natężenia fali odbitej do natężenia fali podającej:

$$R = \frac{I_1}{I} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2.$$

Współczynnik przepuszczania (transmisji) T -to stosunek natężenia fali odbitej do natężenia fali padającej:

$$T = \frac{I_2}{I} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2},$$

$$R + T = 1.$$

Interferencja

Warunkiem obserwacji obrazu interferencyjnego jest, aby różnica faz drgań wywołanych przez fale w punkcie *P* ekranu była stała w czasie. Fale o takiej własności nazywamy spójnymi a ich źródłem są np. lasery.

Rys

Rys

$$I = 2I_0(1 + \cos\Phi)$$

$$\Phi = kdsin\Theta$$

gdzie:

I – wypadkowe natężenie dwóch fal spójnych;
I_0 – natężenie fal składowych;
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – liczba falowa;
d – odległość między źródłami.

Warunkiem wystąpienia maksimum jest: $sin\Theta = \frac{n\lambda}{d}$; n=0,±1, ±2…

Jeżeli interferuje n fal spójnych to wypadkowe natężenie wynosi:

$$I = I_0 \frac{sin^2 n\left(\frac{\Phi}{2}\right)}{sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}.$$

Interferencja w cienkich warstwach dielektrycznych (np.: plamy oleju, mydlane bańki)

Rys

Warunek maksimum: $2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda.$

Warunek minimum: $2nd = m\lambda,$

gdzie:

$m = 0,1,2,\ldots;$
n – współczynnik załamania materiału warstwy;
d – grubość warstwy.

Interferometr Michelsona – urządzenie optyczne przeznaczone do pomiaru bardzo małych (porównywalnych z długością fal świetlnych) odległości.

Zasada Huygensa - każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali można uważać za źródło nowej fali kulistej.
Zjawisko uginania się fali na przeszkodach, wynikające wprost z zasady Huygensa, nazywa się **dyfrakcją.**

Dyfrakcja na szczelinie:

Rys

Rys

$$I = I_0 \left[\frac{sin\frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}}\right]^2$$

$$\Phi = kasin\Theta,$$

gdzie a to szerokość szczeliny.

Warunek wystąpienia minimum dyfrakcyjnego: $sin\Theta = \frac{n\lambda}{a}$; n = 0,±1, ±2…

Siatka dyfrakcyjna – zbiór równoległych szczelin przepuszczających światło. Zdolność rozdzielcza siatki rośnie ze wzrostem liczby szczelin siatki dyfrakcyjnej.

Rys

$$dsin\Theta = n\lambda,$$
$$d = a + b,$$

gdzie:

d – stała siatki;
a – szerokość szczelin;
b – odstęp między szczelinami;
n = 0,1,2,…(rząd widma);
Θ – kąt ugięcia.

Zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN,$$

gdzie:

$\Delta\lambda$ – różnica długości dwóch fal rozróżnialnych przez siatkę dyfrakcyjną;

n – rząd widma;

N – liczba szczelin.

Zdolność rozdzielcza przyrządów optycznych

Kryterium Rayleigh'a - dwa źródła są rozróżnialne, gdy centralne maksimum jednego z obrazu przypada na pierwsze minimum drugiego obrazu.

Dla szczeliny: $\Theta_{min} = \frac{\lambda}{a}$.

Dla otworu kołowego: $\Theta_{min} = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$,

gdzie:

Θ_{min} – kąt rozdzielczości odpowiednio dla szczeliny i otworu kołowego;
a – szerokość szczeliny;
D – średnica otworu kołowego.

Dyfrakcja promieni rentgenowskich (fale elektromagnetyczne o długościach mniejszych od 1 nm) – powszechnie stosowana metoda badania struktury ciał stałych.

Rys.

Warunek Bragga: $2dsin\Theta = n\lambda$,

gdzie:

d – odległość między płaszczyznami atomowymi;
Θ – kąt między wiązka padającą a płaszczyzną atomową;
$n = 0,1,2\ldots$

Światło jest falą poprzeczną. Kierunki drgań wektorów $\vec{E}$ i $\vec{B}$ są prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali (polaryzacja liniowa). Światło spolaryzowane możemy uzyskać ze światła niespolaryzowanego przy użyciu polaryzatorów. Polaryzator przepuszcza tylko te fale świetlne dla których kierunki drgań wektora $\vec{E}$ są równoległe do kierunku polaryzacji.

Rys.

Prawo Malusa:

Rys.

$$I_{\parallel} = Icos^2\alpha,$$

gdzie:

$I_{\parallel}$ – natężenie światła przechodzącego przez polaryzator,
I – natężenie światła padającego
α – kąt między kierunkiem polaryzacji a kierunkiem drgań wektora $\vec{E}$.

Światło naturalne przy odbiciu od powierzchni dielektryka polaryzuje się o stopień polaryzacji zależy od kąta padania α.

Rys

Kąt Brewstera – kąt padania światła na powierzchnię dielektryka, przy którym promień odbity jest całkowicie spolaryzowany liniowo.

Rys

$$tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1},$$

gdzie:

n_1, n_2 – bezwzględne współczynniki załamania ośrodków;
α_B – kąt Brewstera.

Dwójłomność – zdolność ośrodka optycznego do rozdwojenia promienia świetlnego np.: kryształ kalcytu, kwarcu. W ośrodkach optycznie anizotropowych prędkość rozchodzenia się światła a z nim współczynnik załamania zależy od kierunku rozchodzenia się światła i jego polaryzacji.

Światłość:

Rys

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega},$$

Φ – strumień świetlny wysyłany w kąt bryłowy dΩ.

Natężenie oświetlenia:

$$E = \frac{d\Phi}{dS},$$

Φ – strumień świetlny emitowany przez źródło z powierzchni dS.

Luminancja:

$$L = \frac{dI}{dS\ cos\alpha},$$

α – kąt pod którym obserwowana jest świecąca powierzchnia.

Prawo Lamberta:

$$E = \frac{Icos\alpha}{r^2},$$

gdzie:

E – natężenie oświetlenia,
r – odległość od źródła,
α – kąt między normalną do powierzchni a promieniem światła padającego na element powierzchni.
Rys

Promieniowanie widzialne: 380-780nm. Oczy nasze wykazują największą wrażliwość na promieniowanie o długości fali λ=555nm.

22. Optyka geometryczna.

Odbicie światła: kąt padania jest równy kątowi odbicia. Promień padający, odbity oraz prosta prostopadła poprowadzona przez punkt padania promienia leżą w jednej płaszczyźnie (zjawisko odwracalności promieni).

Wrażenie światła przeżywamy, gdy energia świetlna podrażni nerw siatkówki naszego oka. Za pomocą jednego oka nie możemy dokładnie określić położenia źródła światła. Źródło światła będziemy widzieć tam, gdzie przecinają się styczne do promieni światła w punktach w których wbiegają one do oczu.

Gdy promienie wychodzące z punktu A przecinają się znowu w jednym punkcie A_1 to mówimy, że punkt A_1 jest *rzeczywistym obrazem* punktu A.
Gdy promienie te są rozbieżne, natomiast ich przedłużenia przecinają się w punkcie A_1, punkt ten nazywamy *obrazem pozornym* punktu A.

Rys.

Zwierciadło płaskie

Rys

W zwierciadle powstaje obraz pozorny.
Za pomocą dwóch zwierciadeł płaskich stykających się krawędziami pod kątem β, można otrzymać wielokrotny obraz przedmiotu. Ilość otrzymanych obrazów wyraża się wzorem:

$$n = \frac{360^o}{\beta} - 1.$$

Zwierciadła sferyczne

Zwierciadłami takim nazywamy zwierciadła których posrebrzana lub polerowana powierzchnia stanowi niewielką część powierzchni kuli. Dzielimy je na wklęsłe i wypukłe.

Rys

Prostą łączącą geometryczny środek kuli ze środkiem zwierciadła nazywamy główną osią optyczną zwierciadła.
Punkt w którym po odbiciu od zwierciadła przecinają się promienie, które przed odbiciem były wiązką promieni równoległych do osi zwierciadła nazywamy ogniskiem *F* zwierciadła.
Odcinek łączący środek zwierciadła z ogniskiem nazywamy ogniskową f zwierciadła.
Ognisko zwierciadła przypada w połowie promienia krzywizny zwierciadła:
$f = \frac{R}{2}$.
W przypadku zwierciadła wypukłego ognisko jest pozorne a ogniskowa ujemna.

Rys?

Obrazy przedmiotu w zwierciadle wklęsłym:

- Przedmiot ustawiony poza środkiem krzywizny zwierciadła: obraz odwrócony, pomniejszony i rzeczywisty.
- Przedmiot znajduje się między ogniskiem a środkiem zwierciadła: obraz odwrócony, rzeczywisty, powiększony.

- Przedmiot między zwierciadłem wklęsłym a jego ogniskiem: obraz pozorny, prosty i powiększony.

Konstrukcja geometryczna obrazów:

- promień równoległy do głównej osi optycznej po odbiciu od zwierciadła przechodzi przez ognisko;
- promień przechodzący przez ognisko, po odbiciu od zwierciadła biegnie równolegle do głównej osi optycznej;
- promień przechodzący przez środek krzywizny.

Rys.

Równanie zwierciadła wklęsłego: $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$,

gdzie:

f – ogniskowa;
x – odległość przedmiotu od zwierciadła;
y – odległość obrazu od zwierciadła.

Powiększeniem obrazu nazywamy: $p = \left|\frac{y}{x}\right|$.

Równanie zwierciadła wypukłego: $-\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

Zwierciadło wypukłe daje tylko obrazy urojone, proste i pomniejszone.

Zastosowanie zwierciadeł w medycynie np.: lusterko do badania gardła, lusterko dentystyczne - powiększające, wziernik(oftalmoskop) służący do badania dna oka.

Załamanie światła oraz całkowite wewnętrzne odbicie zostało omówione w poprzednich częściach skryptu.

Soczewki

Soczewkami nazywamy ciała przezroczyste ograniczone powierzchniami zakrzywionymi lub jedną zakrzywioną a drugą płaską. Soczewki dzielimy na skupiające i rozpraszające.

Rys.

Ogniskiem F soczewki nazywamy punkt, w którym po przejściu przez soczewkę skupiają się promienie równoległe do głównej osi optycznej, padające na soczewkę skupiającą. Ogniskową $f>0$ nazywamy odległość od ogniska do soczewki.

Ognisko soczewki rozpraszającej jest pozorne. Ogniskowa soczewki rozpraszającej f<0.

Konstrukcja obrazu wygląda następująco:

Rys

- Promień równoległy do głównej osi optycznej po załamaniu w soczewce przechodzi przez ognisko.
- Promień przechodzi przez środek soczewki bez zmiany kierunku.

Równanie soczewki skupiającej: $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Równanie soczewki rozpraszającej: $-\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Wzór soczewkowy (dla każdej soczewki):

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

gdzie:

n – bezwzględny współczynnik załamania materiału, z którego zbudowana jest soczewka;
n' – bezwzględny współczynnik załamania środowiska, w którym umieszczona jest soczewka;
r_1, r_2 – promienie krzywizn soczewki.

- Przedmiot świecący znajduje się w odległości $0<x<f$ przed soczewką skupiającą: obraz pozorny, prosty, powiększony.
- Przedmiot świecący znajduje się w odległości $f<x<2f$: obraz rzeczywisty, odwrócony i powiększony.
- Przedmiot świecący znajduje się w dowolnej odległości przed soczewką rozpraszającą: obraz pomniejszony, pozorny, prosty.

Wady soczewek:

- aberracja sferyczna;
- aberracja chromatyczna.

Zdolność skupiająca soczewki – odwrotność jej ogniskowej.

1 **Dioptria** jest to zdolność skupiająca soczewki o ogniskowej równej 1 metrowi D=1/m.

Zdolność skupiająca soczewek skupiających jest dodatnia, rozpraszających ujemna.

Układ cienkich soczewek położonych blisko siebie ma własności pojedynczej soczewki o zdolności skupiającej równej sumie zdolności skupiających poszczególnych soczewek:

$$\frac{1}{f_{ukł}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \cdots + \frac{1}{f_n}.$$

Załamanie i rozszczepienie światła w pryzmacie

Każdej barwie odpowiada inna częstotliwość, każdej barwie odpowiada inny współczynnik załamania fali ($n_f > n_{cz}, czyli\ v_f < v_{cz}$). W danym środowisku światło czerwone ma największą prędkość spośród wszystkich barw.

Rozszczepienie nazywamy dyspersja. Dla danego pryzmatu $n_f - n_{cz}$ jest miarą dyspersji pryzmatu.

Płytka płasko-równoległa

Jeżeli w środowisku o współczynniku załamania n_1 umieścimy przezroczystą, płaską płytkę o równoległych ścianach, wykonaną z materiału o współczynniku załamania n_2, gdzie $n_2 > n_1$, to promienie przechodzące przez płytkę ulegają dwukrotnemu załamaniu na obu powierzchniach płytki. Kąt padania α promienia na powierzchnie płytki i kąt załamania β na tej powierzchni powiązane są wzorem:

$$\frac{\sin\alpha}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Promień załamany na pierwszej powierzchni pada na drugą powierzchnię pod kątem γ i załamuje się powtórnie pod kątem δ:

$$\frac{\sin\delta}{sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Kąty β, γ są sobie równe, dlatego ostatecznie otrzymujemy:

$$\frac{\sin\delta}{sin\alpha} = 1.$$

Promień opuszcza płytkę pod kątem równym kątowi padania. Promień jest przesunięty a przesunięcie to można wyliczyć znając grubość płytki *d*:

$$a = dsin\alpha\left(1 - \frac{cos\alpha}{\sqrt{\frac{n_2}{n_1} - sin^2\alpha}}\right).$$

Przyrządy optyczne

1. **Lupa** – lupa daje obraz powiększony, pozorny i prosty.

   Powiększeniem kątowym lupy nazywamy stosunek kąta Ψ, pod którym widzimy przedmiot przy użyciu lupy, do kąta φ pod którym oglądamy ten przedmiot bez użycia lupy.

   $$p = \frac{\Psi}{\varphi}$$

   Powiększenie liniowe lupy wyraża się wzorem:

$$p = 1 + \frac{d}{f},$$

gdzie:

f – ogniskowa lupy;
d – odległość najlepszego widzenia.

2. **Mikroskop** – składa się z dwóch układów soczewek: obiektywu i okularu ustawionych w odległości l równej długości tubusa. Obiektyw daje obrazy rzeczywiste, występujące po przeciwnej stronie niż przedmioty. Okular daje obraz który w stosunku do preparatu jest pozorny, powiększony i odwrócony.

   Powiększenie mikroskopu:

$$p = p_{ob} \cdot p_{ok} = \frac{l \cdot d}{f_{ob} \cdot f_{ok}},$$

gdzie:

$l -$ odległość między okularem a obiektywem,
$d -$ odległość dobrego widzenia.

Zdolność rozdzielcza mikroskopu świetlnego: $z = \frac{1}{d_{min}} = \frac{nsin\Psi}{\lambda}$,

gdzie:

d_{min} – odległość między jeszcze rozróżnialnymi szczegółami;
n – współczynnik załamania cieczy inersyjnej (ciecz o dużym współczynniku załamania)
Ψ – kąt apertury (jest połową kata rozwartości obiektywu).

Rodzaje mikroskopów: akustyczny, elektronowy, fluorescencyjny, holograficzny, konfokalny, metalograficzny, operacyjny, optyczny, polaryzacyjny, sił atomowych, stereoskopowy, skaningowy mikroskop tunelowy.

3. **Luneta astronomiczna** – służy do oglądania przedmiotów położonych w bardzo dużej odległości. Składa się z dwóch soczewek skupiających. Obiektyw wytwarza obraz rzeczywisty, odwrócony i zmniejszony. Okular działa jak lupa. Powiększenie lunety:

$$p = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}.$$

4. **Spektrofotometria** – technika pomiarowa polegająca na ilościowym pomiarze transmisji lub odbicia światła przez próbkę. To główne narzędzie spektroskopii absorpcyjnej i odbiciowej w bliskim nadfiolecie i świetle widzialnym, znajduje

szerokie zastosowanie w chemii analitycznej, biologii, medycynie i badaniach materiałowych.

23. Zagadnienia do omówienia na zajęciach.

1. Miraż (górny, dolny) – prawo całkowitego odbicia światła od środowiska optycznie rzadszego.
2. Niebieskie niebo.
3. Czerwone Słońce.
4. Ludzkie oko.

   Powstawanie obrazu przedmiotu znajdującego się przed okiem odbywa się podobnie jak w aparacie fotograficznym. Na siatkówce powstaje obraz rzeczywisty, odwrócony i zmniejszony.

   Niemowlę widzi przedmioty do góry nogami, doświadczenie uczy nas od wczesnego dzieciństwa odpowiedniego ustosunkowania się do rzeczy widzianych.

   Oko stanowi dość skomplikowany układ powierzchni łamiących. W uproszczonej postaci przedstawia się je jako oko zredukowane dla którego przyjmujemy:

   - Załamanie zachodzi tylko na powierzchni rogówki. Promień krzywizny rogówki wynosi 5mm.
   - Współczynnik załamania oka wynosi 1,33.
   - Cała gałka oczna ma średnicę ok 20 mm.
   - Kątem widzenia nazywamy kąt zawarty miedzy skrajnymi promieniami tworzącymi obraz i przedmiot i przechodzącymi przez punkt węzłowy K. Wielkość obrazu na siatkówce jest proporcjonalna do wielkości kąta widzenia.
   - Oko ludzkie widzi najlepiej z odległości ok 25 cm.
   - Zdolność rozdzielcza normalnego oka ludzkiego wynosi 0,06.
   - Akomodacja normalnowzrocznych oczu ludzkich polega na zmianach kształtu soczewki w zależności od odległości oglądanych przedmiotów. Im bliżej stoi przedmiot tym grubsza staje się soczewka, tym większa jest jej zdolność skupiająca. **Bliż wzrokowa** – odległość od oka do najbliższego punktu na jakim oko zdoła skupić spojrzenie. Bliż wzrokowa wynosi w wieku 10 lat ok 7cm i rośnie do 200cm w wieku ok 60 lat. **Dal wzrokowa** – odległość od oka do najdalszego punktu, który oko widzi jeszcze wyraźnie. Dal wzrokowa dla

normalnego wzroku przeciętnie do 60 roku życia równa jest nieskończoności. Zanik zdolności akomodacyjnej nazywamy presbiopia. Choroby oka ludzkiego – zaćma (katarakta, krótkowzroczność, dalekowzroczność, astygmatyzm, daltonizm).

- Wrażenia barwne. Pierwsze prawo teorii barw mówi, że: Jeżeli dwie barwy są nierozróżnialne i dodamy do każdej z nich inna barwę to powstałe barwy wypadkowe są tez nierozróżnialne. Drugie prawo teorii barw: Każdą barwę można utworzyć z dowolnych trzech barw podstawowych: niebieskiej, zielonej, czerwonej, jedynie przez dobór natężeń poszczególnych barw. Ciało nieprzezroczyste ma taką barwę w świetle odbitym jaka powstaje ze zmieszania wszystkich barw odbijanych przez to ciało.

5. **Endoskopia** – ogólna nazwa zabiegów diagnostyczno-leczniczych w medycynie i weterynarii, polegających na badaniu wnętrza ciała przy wykorzystaniu endoskopów. Endoskopy to aparaty umożliwiających doprowadzenie światła oraz optyki do wnętrza przewodów oraz jam ciała.
6. **Światłowód** – przezroczyste włókno (szklane lub wykonane z tworzyw sztucznych), w którym odbywa się propagacja światła. Utrzymanie promieni światła w obrębie światłowodu zachodzi na skutek całkowitego wewnętrznego odbicia.

5. Lasery w medycynie

Laser (*Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) to generator promieniowania, wykorzystujący zjawisko emisji wymuszonej. Promieniowanie lasera jest spójne w czasie i przestrzeni, zazwyczaj spolaryzowane i ma postać wiązki o bardzo małej rozbieżności.

Lasery są wykorzystywane w medycynie do takich celów jak:

- diagnostyka;
- terapia schorzeń;
- oświetlanie pola operacji.

Lasera używa się w medycynie do:

- cięcia;
- koagulacji;
- odparowania;
- obróbki mechanicznej.

Lasery w okulistyce wykorzystywane są m.in. do przyklejenia siatkówki do dna oka, do przecinania cyst powiek i spojówek, zrostów tęczówkowo-rogówkowych. Stosuje się je przy korekcji wad refrakcji (krótkowzroczność, dalekowzroczność, astygmatyzm) oraz w zabiegach przeciwjaskrowych i przeciwzaćmowych.

W dermatologii laserów używa się do usuwania niektórych nowotworów i naczyniaków. W leczeniu nowotworów wykorzystuje się lasery o dużej gęstości mocy i małych rozmiarach wiązki laserowej. Taką wiązką można zniszczyć chore komórki nie naruszając zdrowych. Skalpel laserowy pomocny jest przy leczeniu oparzeń. Przy jego pomocy można zdejmować naskórek i odsłonić zdrowe warstwy w celu szybszego gojenia. Laser używany jest przy usuwaniu tatuaży i włosów, rozjaśnianiu skóry, przywracaniu jej gładkości i sprężystości.

Lasery są stosowane w medycynie estetycznej:

- do usuwania blizn, niewielkich brodawek, znamion, plam starczych, przebarwień, tatuaży, naczyń krwionośnych;
- do niwelowania powierzchownych zmarszczek na skórze.

W diagnostyce wykorzystuje się metodę laserowo indukowanej fluorescencji. Promienie lasera naświetlają tkanki powodując ich fluorescencję. Tkanki emitują światło, które przy pomocy światłowodu trafia do komputera, gdzie jest analizowane (chora tkanka ma zmienione widmo emisyjne).

Terapia fotodynamiczna (**PDT − photodynamic therapy**) stanowi formę fototerapii, wykorzystując współdziałanie światła laserowego oraz fotouczulacza, gromadzonego wybiórczo w tkance nowotworowej.
Aktywacja procesów foto-biochemicznych wywołuje bezpośrednie niszczenie komórek nowotworowych. Fotouczulacz w stanie wzbudzenia elektronowego, tzw. Stanie trypletowym, bierze udział w procesie fotodynamicznego utleniania. Wyróżnia się dwa typy reakcji:

- wolne rodniki niszczą tkanki nowotworowe;
- generacja wzbudzonego tlenu singletowego wywołuje utlenianie cholesterolu i nienasyconych kwasów tłuszczowych, co prowadzi do uszkodzenia białek i lipidowych struktur błon komórkowych tkanek nowotworowych .

Inne zastosowanie promieniowania elektromagnetycznego w medycynie:

- promienie X – wykryte przez Roentgena – rewolucja w diagnostyce;
- promieniowanie gamma –niszczenie nowotworów;
- promieniowanie nadfioletowe, podczerwone, radiowe, światło widzialne – zastosowania w terapii i diagnostyce (promieniowanie nadfioletowe niszczy wiele bakterii).

ZADANIA

OPTYKA GEOMETRYCZNA

Zadanie 160 [7]. Wiązka promieni zbieżnych pada na wypukłe zwierciadło sferyczne o ogniskowej $f = 40$ cm, tak, że przedłużenia promieni skupiają się na osi zwierciadła w odległości $d = 20$ cm od powierzchni zwierciadła (za zwierciadłem). W jakiej odległości od wierzchołka zwierciadła skupiają się promienie po odbiciu?

Zadanie 161 [7]. W jakiej odległości x od sferycznego zwierciadła wklęsłego o ogniskowej $f = -40$ cm należy umieścić przedmiot, aby uzyskać a) obraz rzeczywisty o powiększeniu $m = 2$, b) obraz urojony o powiększeniu $m = 2$?

Zadanie 162 [7]. Zwierciadło wklęsłe o ogniskowej $f = -40$ cm znajduje się w odległości D od ściany. Między zwierciadłem a ścianą wstawiamy świecę w odległości $d = -70$ cm od zwierciadła, tak że powstaje obraz rzeczywisty na ścianie. Obliczyć D.

Zadanie 163 [7]. Przedmiot o wysokości $h = 4$ cm znajduje się w odległości $d = -10$ cm od wierzchołka sferycznego zwierciadła wklęsłego o ogniskowej $f = 8$ cm. Jak wielki powstanie obraz i gdzie?

Zadanie 164 [7]. Jaki jest kąt załamania β, jeżeli kąt padania wynosi 40°, w przypadku gdy promień świetlny przechodzi z powietrza do: a) szkła o współczynniku załamania $n_1 = 1{,}52$; b) diamentu o współczynniku załamania $n_2 = 2{,}42$?

Zadanie 165 [7]. Promień świetlny przechodzi: a) z diamentu $n = 2{,}42$ do powietrza, b) ze szkła $n = 1{,}52$ do powietrza, a) z diamentu do szkła. Obliczyć kąt załamania β, jeżeli kąt padania $\alpha = 40°$.

Zadanie 166 [7]. Na płytkę kwarcową o współczynniku załamania $n = 1{,}545$ pada promień świetlny. Jaki jest kąt padania α, jeżeli promień odbity jest prostopadły do promienia załamanego?

Zadanie 167 [7]. Punktowe źródło światła jest zanurzone w wodzie na głębokość $h = 20$ cm. Znaleźć D – największą średnicę okręgu na powierzchni wody, przez którą może przejść światło. Współczynnik załamania światła dla wody wynosi $n = 1{,}33$.

Zadanie 168 [7]. Bezwzględny współczynnik załamania wody $n_1 = 1{,}336$, szkła $n_2 = 1{,}560$. Jaki jest współczynnik załamania $n_{1,2}$ szkła względem wody?

Zadanie 169 [7]. Obliczyć prędkość światła w ośrodku, którego współczynnik załamania n = 1,75. Prędkość fali dźwiękowej wynosi υ_1 = 340 m/s w powietrzu, a w wodzie υ_1 = 1360 m/s. a) Które środowisko ma większy współczynnik załamania dla dźwięku? b) Obliczyć jaki jest kąt graniczny fali w powietrzu na granicy między powietrzem a wodą.

Zadanie 170 [7]. Patrząc prostopadle do powierzchni wody widzimy dno stawu na głębokości h' = 1 m pod powierzchnią wody. Jaka jest rzeczywista głębokość stawu (dla wody n = 1,33)?

Zadanie 163 [7]. Jaki jest kąt minimalnego odchylenia dla równobocznego pryzmatu o współczynniku załamania n = 2.

Zadanie 171 [7]. Obliczyć współczynnik załamania n materiału pryzmatu, jeżeli kąt łamiący pryzmatu φ = 40°, a kąt najmniejszego odchylenia δ = 20°. Jaki jest kąt padania α, przy którym osiąga się najmniejszy kąt odchylenia.

Zadanie 172 [7]. Promień świetlny pada na przednią ścianę pryzmatu pod kątem α, a po załamaniu trafia na jego tylną ścianę dokładnie pod kątem granicznym. Obliczyć współczynnik załamania szkła, z którego zrobiony jest pryzmat, jeżeli jego kąt łamiący wynosi φ.

Zadanie 173 [7]. Współczynnik załamania pryzmatu n = 1,75, kąt łamiący φ = 60°. Pod jakim kątem powinien padać promień na pryzmat, aby nie wyszedł z niego z powodu całkowitego odbicia na drugiej powierzchni?

Zadanie 174 [7]. Promień pada prostopadle na boczną ścianę pryzmatu kwarcowego o współczynniku załamania n = 1,5446 i po wyjściu z pryzmatu zostaje odchylony o kąt 22°40′. Jaki jest kąt łamiący pryzmatu?

Zadanie 175 [7]. Promienie krzywizny soczewki ze szkła o współczynniku załamania n = 1,5 wynoszą 20 cm i 30 cm. Jakie są ogniskowe oraz zdolności skupiające (w dioptriach) tych soczewek?

Zadanie 176 [7]. Obliczyć ogniskową f dwustronnie wypukłej soczewki szklanej ograniczonej powierzchniami kulistymi o promieniach 25 cm i 40 cm. Współczynnik załamania szkła n = 1,5.

Zadanie 177 [7]. Zdolność skupiająca cienkiej soczewki szklanej (n_1 = 1,52) wynosi w powietrzu 4 dioptrie. Jaka jest zdolność skupiająca tej soczewki zanurzonej w wodzie (n_2 = 1,33)?

Zadanie 178 [7]. Soczewka skupiająca ma ogniskową 10 cm. Dla przedmiotu odległego od soczewki: o 30 cm, 20 cm, 15 cm 5 cm wyznaczyć położenie obrazu, jego powiększenie, rodzaj obrazu. Jaki jest obraz, prosty czy odwrócony?

Zadanie 179 [7]. Soczewka płasko-wypukła o promieniu krzywizny r = 64 cm i współczynniku załamania n = 1,5 tworzy obraz m = 1,6 razy większy od przedmiotu. W jakiej odległości od soczewki znajduje się przedmiot?

Zadanie 180 [7]. Rzeczywisty i dwukrotnie powiększony obraz znajduje się w odległości d = 10 cm od soczewki. Obliczyć ogniskową soczewki.

Zadanie 181 [7]. Na soczewkę rozpraszającą o ogniskowej $f = 20$ cm pada wiązka rozbieżna, wychodząca z punktu w odległości $l = 30$ cm przed soczewką. Jak daleko od soczewki będzie leżał pozorny punkt skupienia wiązki?

Zadanie 182 [7]. Okular składa się z dwóch jednakowych soczewek skupiających o ogniskowej $f_1 = 5$ cm, umieszczonych w odległości $d = 2{,}5$ cm od siebie. Obliczyć ogniskową okularu.

Zadanie 183 [7]. Dwie soczewki skupiające o zdolnościach skupiających $s_1 = +5$ dioptrii i $s_2 = +4$ dioptrie są umocowane na wspólnej osi w odległości $l = 10$ cm. W jakiej odległości od drugiej soczewki utworzy się obraz, jeżeli przedmiot umieszczony jest w odległości 100 cm od pierwszej soczewki?

Zadanie 184 [7]. Jak wielki był przedmiot fotografowany, jeżeli ogniskowa soczewki aparatu fotograficznego wynosiła 12 cm, a błona fotograficzna znajdowała się w odległości 12,5 cm od soczewki? Wielkość obrazu 3,5 cm.

Zadanie 185 [7]. Pewien krótkowidz może widzieć wyraźnie przedmioty co najwyżej w odległości 2 m od oka. Jakich soczewek musi używać jako okularów, aby mógł widzieć wyraźnie przedmioty z odległości $l = 10$ m?

Zadanie 186 [7]. Pewien dalekowidz widzi wyraźnie przedmioty, jeżeli znajdują się w odległości większej niż 120 cm. Jakich szkieł musi używać do czytania książki w odległości 30 cm od oczu?

Zadanie 187 [7]. Jakich okularów powinien używać krótkowidz, dla którego odległość dobrego widzenia $s = 10$ cm (dla normalnego oka $s = 25$ cm)?

Zadanie 188 [7]. Dalekowidz widzi normalnie używając okularów o zdolności skupiającej 2/3 dioptrii. Jaka jest jego odległość najlepszego widzenia bez użycia okularów?

Zadanie 189 [7]. Wyrazić w dioptriach zmianę zdolności skupiającej oka, które przechodzi od oglądania gwiazdy do oglądania przedmiotu znajdującego się w odległości dobrego widzenia.

Zadanie 190 [7]. Zdolność skupiająca obiektywu mikroskopu wynosi 500 dioptrii. Jaka jest ogniskowa tej soczewki?

Zadanie 191 [7]. Ogniskowe obiektywu i okularu mikroskopu wynoszą odpowiednio $f_1 = 1{,}2$ cm i $f_2 = 2{,}5$ cm. Odległość między soczewkami $d = 50$ cm. W jakiej odległości od obiektywu należy umieścić przedmiot, by ostateczny obraz powstał w odległości 25 cm od okularu? Obliczyć liniowe powiększenie mikroskopu w tym przypadku.

Zadanie 192 [7]. Współczynniki załamania światła czerwonego i fioletowego w wodzie wynoszą odpowiednio $n_1 = 1{,}3297$ i $n_2 = 1{,}3442$. Określić kąt między tymi promieniami w wodzie, jeżeli na powierzchnię wody pada światło białe pod kątem 60°.

OPTYKA FALOWA

Zadanie 193 [7]. Dwa monochromatyczne koherentne źródła światła znajdują się we wzajemnej odległości d = 0,12 cm, a w odległości L = 3 cm od ekranu. Obliczyć szerokość ciemnych prążków interferencyjnych na ekranie, jeżeli długość fali światła padającego wynosi λ = 600 nm.

Zadanie 194 [7]. W obrazie interferencyjnym, uzyskanym na ekranie znajdującym się w odległości l = 1 m od dwóch wąskich szczelin równoległych, których odległość wynosi d = 0,2 mm, trzeci jasny prążek znajduje się w odległości b = 5,5 mm od prążka środkowego (zerowego). Obliczyć długość fali użytego światła monochromatycznego.

Zadanie 195 [7]. Dwie szczeliny równoległe znajdujące się we wzajemnej odległości d = 0,3 mm i w odległości l = 50 cm od ściany, oświetlane są wiązką światła o długości fali λ = 0,6 μm. Jaka jest odległość między drugim a trzecim ciemnym prążkiem?

Zadanie 196 [7]. Soczewka płasko-wypukła leży swą wypukłą stroną na płaskiej płytce szklanej. Średnice dwóch sąsiednich ciemnych prążków Newtona, obserwowanych w odbitym świetle sodu (λ = 589 nm), wynoszą odpowiednio: d_1 = 0,72 mm i d_2 = 0,84 mm. Obliczyć promień krzywizny soczewki R.

Zadanie 197 [7]. Pierścienie Newtona otrzymuje się za pomocą soczewki płasko-wypukłej o promieniu krzywizny R_1, która leży na wklęsłej powierzchni kuli o promieniu krzywizny $R_2 > R_1$. Pierścienie obserwuje się w świetle odbitym. Obliczyć promień r_k k-tego pierścienia ciemnego, jeżeli długość fali świetlnej wynosi λ.

Zadanie 198 [7]. Jaka jest grubość błonki mydlanej, jeżeli oglądana w świetle odbitym pod kątem α = 35° wzmacnia kolor zielony o długości fali λ = 500 nm? Współczynnik załamania wody mydlanej wynosi n = 1,33. Jaki kolor będzie wzmacniać błonka mydlana oglądana pod kątem α = 0°?

Zadanie 199 [7]. Na siatkę dyfrakcyjną pada światło monochromatyczne o długości fali λ = 590 nm. Obraz siatki uzyskany za pomocą soczewki o ogniskowej f = 6,6 cm w odległości b = 105 cm od soczewki ma odległość rys równą ω = 1,5 mm. Jaki kąt tworzą promienie należące do maksimów widm pierwszego rzędu?

Zadanie 200 [7]. Siatka dyfrakcyjna mająca 100 rys na jednym milimetrze jest oświetlona światłem białym. Jaki jest rząd widma oglądanego pod kątem α = 8°?

Zadanie 201 [7]. Na ekranie uzyskuje się widmo za pomocą siatki dyfrakcyjnej mającej 500 rys na jednym milimetrze i ustawionej równolegle do ekranu w odległości r = 2 m. Zakładając, że długość fal promieni skrajnych wynoszą λ_1 = 400 nm i λ_2 = 780 nm znaleźć szerokość l widma pierwszego rzędu.

Zadanie 202 [7]. Promienie padają prostopadle na siatkę dyfrakcyjną i po przejściu przez nią dają widmo pierwszego rzędu pod kątem φ =17°8′. Znaleźć stałą siatki, jeżeli długość fali promieni padających wynosi λ = 589 nm.

Zadanie 203 [7]. Obliczyć zdolność rozdzielczą siatki o stałej d = 3μm i szerokości D = 3 cm dla widma drugiego i trzeciego rzędu.

Zadanie 204 [7]. Znaleźć kąt maksymalnej polaryzacji dla promieni odbitych od powierzchni szkła o współczynniku załamania $n = 1{,}5$.

Zadanie 205 [7]. Pod jakim kątem należy odbić promienie od kryształu soli kuchennej o współczynniku załamania $n = 1{,}54$, aby uzyskać promienie maksymalnie spolaryzowane?

Zadanie 206 [7]. Jak wysoko nad horyzontem znajduje się słońce, jeżeli promienie odbite od spokojnej powierzchni wody ($n = 1{,}33$) są całkowicie spolaryzowane?

Zadanie 207 [7]. Wiązka światła pada na powierzchnię cieczy, dla której współczynnik załamania $n = 1{,}4$. Promień odbity jest całkowicie spolaryzowany. Jaki jest kąt załamania promieni?

Zadanie 208 [7]. Określić stopień polaryzacji promienia załamanego przy jego wyjściu z płytki szklanej o współczynniku załamania $n = 1{,}5$ dla kątów padania $\alpha = 30°$ i $60°$.