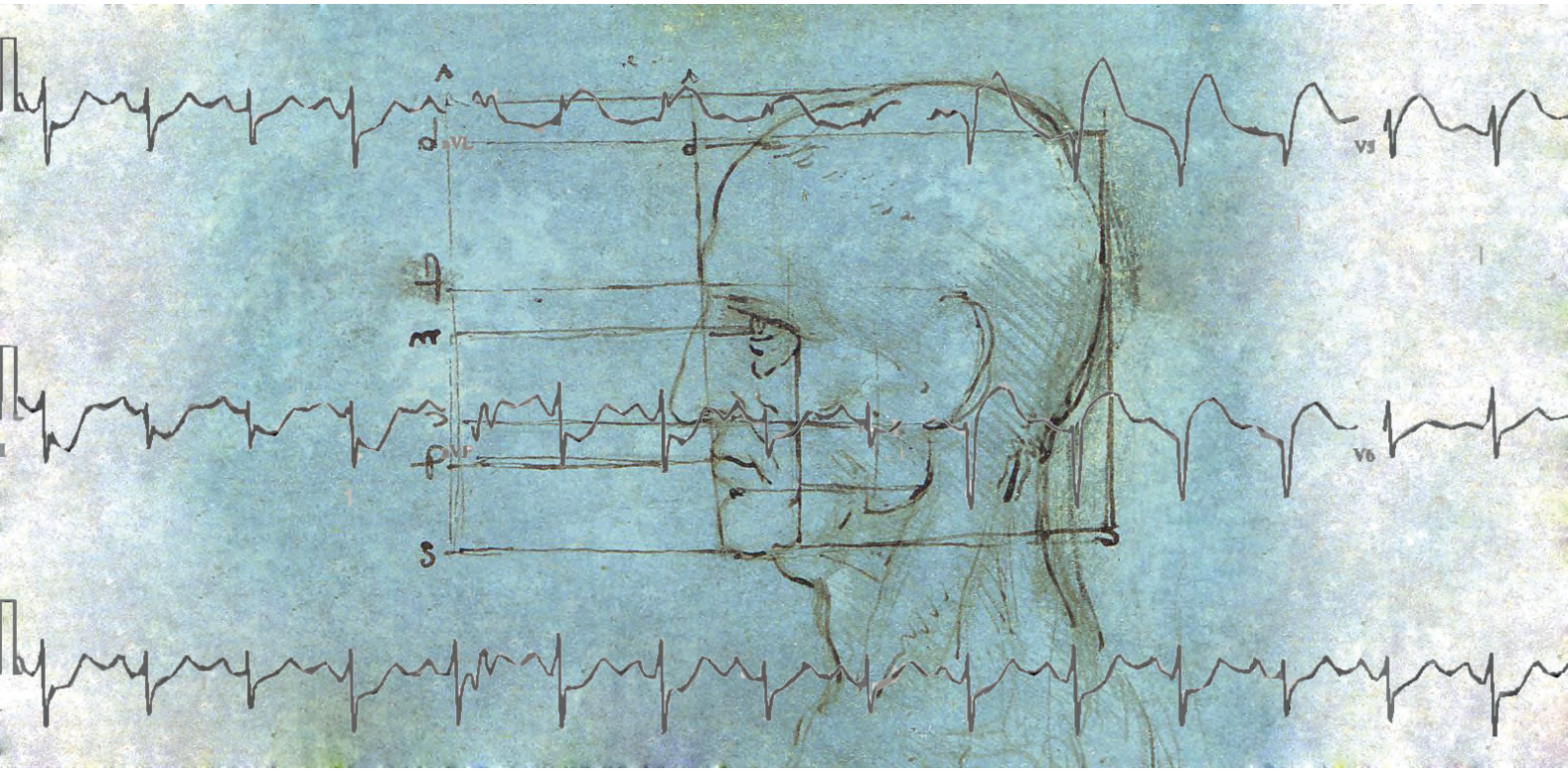


Podstawy fizyki dla fizyki medycznej III

pracownia

Janina Heldt, Marek Józefowicz

Gdańsk, 2013

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytetu Gdańskiego

Skrypt powstał w ramach projektu „Kształcimy profesjonalistów – kompleksowy program kształcenia skierowany do studentów, absolwentów oraz studentów niepełnosprawnych Uniwersytetu Gdańskiego” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIWERSYTET GDAŃSKI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

OPRACOWANIE DANYCH POMIAROWYCH

(przypomnienie)

POJĘCIA PODSTAWOWE

Pomiarem nazywamy zespół czynności mający na celu ustalenie wartości liczbowej określonej wielkości fizycznej. Pomiary wielkości fizycznych dzielimy na dwie zasadnicze grupy:

- **pomiary bezpośrednie** – wykonywane za pomocą przyrządu pomiarowego (linijka, termometr, stoper, woltomierz …), gdzie miarę wielkości fizycznej otrzymujemy jako wynik bezpośredniego porównania mierzonej wielkości z wzorcem;
- **pomiary pośrednie** (**pomiary wielkości złożonej**) tj. takie, gdy wartość badanej wielkości fizycznej (z) wyznaczona jest na podstawie pomiarów bezpośrednich innych wielkości fizycznych ($x_1, x_2, ...x_N$), które są z nią związane znanym prawem fizycznym ($z = f(x_1, x_2, ...x_N)$).

Przykład:

Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego (g) za pomocą wahadła matematycznego.

Jak wiadomo, okres drgań wahadła dla małych wychyleń opisuje zależność:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{1}$$

a więc:

$$g(l,T) = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \ . \tag{2}$$

W celu wyznaczenia wartości przyspieszenia ziemskiego bezpośrednio mierzymy długość wahadła (l) oraz jego okres (T).

Jak wynika z codziennego doświadczenia, dokonując pomiaru wielkości fizycznej (niezależnie od tego jak starannie go wykonamy) nigdy nie otrzymujemy dokładnej wartości mierzonej wielkości fizycznej. Ze swej natury wynik pomiaru ma wartość przybliżoną (x_0) a wartość rzeczywista mieści się w przedziale $x_0 \pm \Delta x$. Innymi słowy, każdy pomiar jest obarczony **niepewnością pomiarową**[1] będącą ilościową miarą wątpliwości dotyczącej wartości liczbowej wyniku pomiarowego. Niepewność pomiarową można zmniejszyć stosując dokładniejsze przyrządy pomiarowe oraz lepsze metody, lecz nie można jej całkowicie wyeliminować.

[1] W literaturze spotykany jest również termin „błąd pomiarowy". Zgodnie z normami zawartymi w „*Guide to the expression of uncertainty in measurement*" pojęcie błędu należy zarezerwować tylko do pomyłek eksperymentatora (patrz błędy grube) lub niewłaściwej metody pomiarowej.

KLASYCZNY PODZIAŁ NIEPEWNOŚCI POMIAROWYCH[2]

Niepewności pomiarowe ze względu na sposób, w jaki wpływają na wyniki pomiarów możemy podzielić na:

- **przypadkowe (statystyczne)** – niepewności doświadczalne, które mogą być ujawnione poprzez wielokrotne powtarzanie pomiaru. W przypadku, gdy niepewności systematyczne (omówione poniżej) można pominąć, otrzymujemy pewien statystyczny rozrzut wyników wokół wartości rzeczywistej. Istnieją różne przyczyny-źródła rozrzutu statystycznego: natura zjawiska, wpływ czynników zewnętrznych, które mogą ulegać zmianom podczas pomiarów.
- **systematyczne** – związane głównie ze skończoną dokładnością aparatury, wyborem metody pomiaru, a niekiedy z przybliżeniem modeli teoretycznych używanych w analizie. Dominują wtedy, gdy w kolejnych pomiarach uzyskuje się identyczne wyniki (brak statystycznego rozrzutu wyników). Niektórych niepewności systematycznych, w przeciwieństwie do niepewności przypadkowych, możemy uniknąć zaś wpływ innych zminimalizować.
- **błędy grube (omyłki)** – powstają one zazwyczaj w wyniku: omyłek w odczytaniu wskazań przyrządów pomiarowych, użycia wadliwie wykonanych przyrządów, niedbałego wykonywania pomiarów, uszkodzeń aparatury pomiarowej. Błędów grubych możemy uniknąć eliminując przyczyny ich występowania.

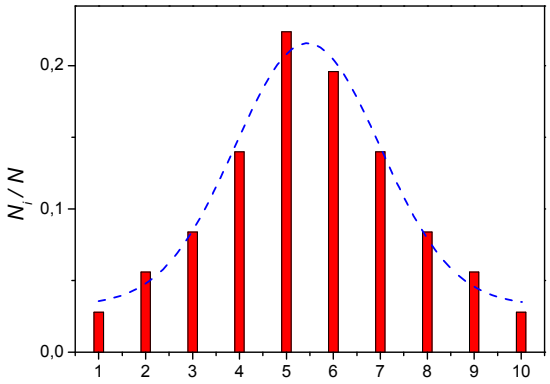
ANALIZA STATYSTYCZNA NIEPEWNOŚCI PRZYPADKOWYCH

Do analizy wyników wykazujących rozrzut statystyczny (przy założeniu, że niepewności systematyczne są zaniedbywalne) stosuje się metody statystyki matematycznej. Wykonując serię N pomiarów tej samej wielkości fizycznej x otrzymujemy ciąg jej wartości $x_1, x_2, ..., x_N$. Częstość występowania wyniku o wartości x_i wyraża stosunek N_i/N, gdzie N_i jest liczbą pomiarów dających wynik x_i, zaś N jest całkowitą liczbą pomiarów (Rys. 1). Przy bardzo dużej liczbie pomiarów ($N \to \infty$) zależność gęstości prawdopodobieństwa od wielkości mierzonej (tj., N_i/N w funkcji x_i) określona jest rozkładem Gaussa zwanym również rozkładem normalnym:

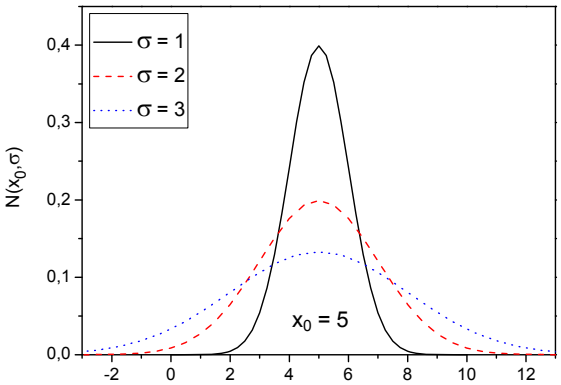
$$\varphi(x) = N(x_0, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2} \right) \tag{3}$$

[2] W niniejszym skrypcie będziemy używali klasycznego podziału niepewności pomiarowych pamiętając również, iż istnieje inna klasyfikacja niepewności pomiarowych, która rozróżnia analizę niepewności wyników pomiarowych opartych ściśle na rozkładzie normalnym (**określenie niepewności metodą typu A**) od innych metod oceny (**określenie niepewności metodą typu B**).

Funkcja rozkładu normalnego jest jednoznacznie określona dwoma parametrami charakteryzującymi mierzony obiekt; x_0 - oznacza wartość oczekiwaną i jest liczbą określającą położenie maksimum krzywej, a σ jest odchyleniem standardowym i charakteryzuje szerokość krzywej dzwonowej (patrz Rys. 2). Niestety z reguły parametrów tych nie znamy a ich wartości przybliżone, zwane estymatorami, obliczamy z próby. Poniżej przedstawiono rozkład Gaussa dla wartości oczekiwanej $x_0 = 5$ oraz $\sigma = 1$, $\sigma = 2$ i $\sigma = 3$. Z analizy Rys. 2 wynika, iż szerokość krzywej dzwonowej silnie zależy od wartości σ. Im mniejsza wartość parametru σ, tym funkcja jest bardziej "skupiona" wokół wartości oczekiwanej.



Rys. 1
Przykład rozkładu zmiennej losowej skokowej oraz zmiennej losowej ciągłej (rozkład graniczny – rozkład Gaussa)



Rys. 2
Rozkład Gaussa dla wartości oczekiwanej $x_0 = 5$ oraz $\sigma = 1$, $\sigma = 2$ i $\sigma = 3$

Wielkością najbardziej prawdopodobną (wokół której grupują się wyniki pomiaru) dla skończonej liczby pomiarów jest **średnia arytmetyczna** dana zależnością:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \,, \tag{4}$$

gdzie i jest numerem pomiaru a x_i wynikiem i-tego pomiaru.

Miarą niepewności i-tego wyniku pomiaru jest odchylenie standardowe (σ), którego estymatorem jest **odchylenie standardowe (niepewność standardowa) eksperymentalne**[3] serii pomiarów dane zależnością:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} \,. \tag{5}$$

Miarą niepewności wartości średniej $\bar{x}$ jest **odchylenie standardowe (niepewność standardowa) średniej arytmetycznej** serii pomiarów wyrażone zależnością:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \,. \tag{6}$$

[3] W literaturze spotykany jest również termin odchylenia standardowego pojedynczego pomiaru.

ROZKŁAD GAUSSA – DALSZE ZASTOSOWANIA

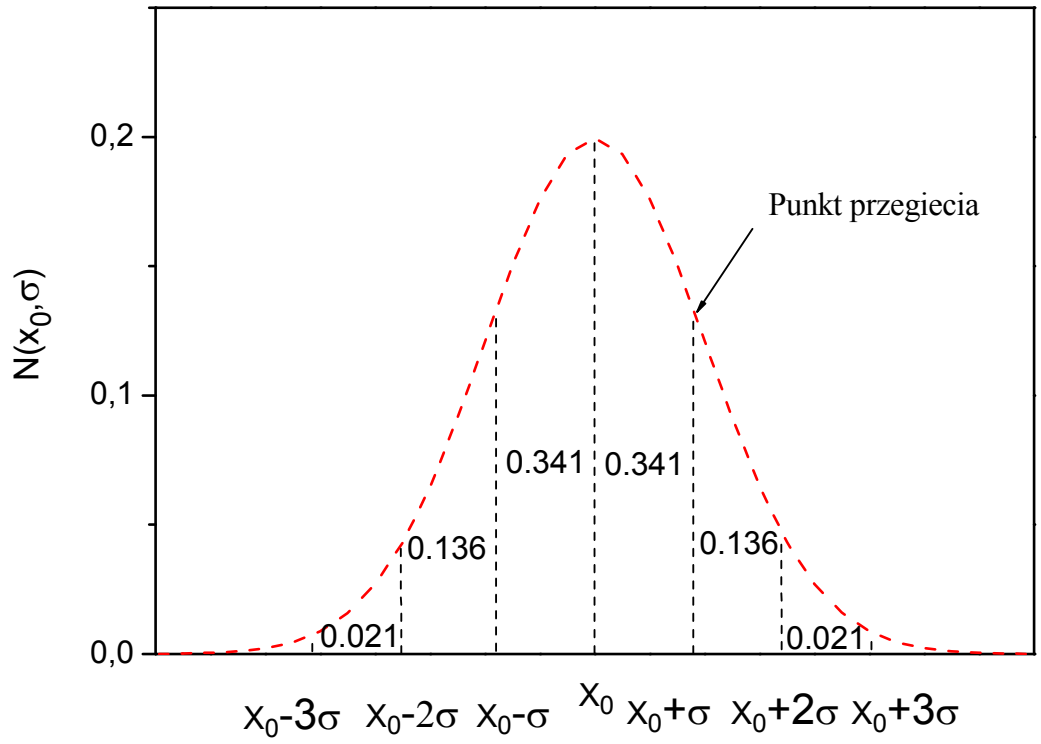
Prawdopodobieństwo tego, że w wyniku pomiaru otrzymamy wartość zawartą w nieskończenie wąskim przedziale między x a $x+dx$ równe jest $dP(x)=\varphi(x)\,dx$. Mając na uwadze powyższy fakt, wyznaczenie prawdopodobieństwa tego, że wynik pomiaru będzie zawarty w dowolnym przedziale $a\le x\le b$ sprowadza się do obliczenia poniższej całki[4]:

$$P(a\le x\le b)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_a^b \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)dx \tag{7}$$

Szczególnie interesujące informacje niesie ze sobą wielkość $P(x_0-\sigma\le x\le x_0+\sigma)$ tzn., prawdopodobieństwo tego, że wynik pomiaru będzie zawarty w przedziale $\langle x_0-\sigma, x_0+\sigma\rangle$. Obliczenie w sposób numeryczny powyższej całki w granicach $x_0-\sigma$, $x_0+\sigma$ daje wynik 0.6827, co oznacza, że jeżeli wykonamy serię N pomiarów to 68.27% wyników będzie zawarte w przedziale $\langle x_0-\sigma, x_0+\sigma\rangle$. Pozostałe 31.73% wyników pomiarów da nam wartości mniejsze niż $x_0-\sigma$ lub większe od $x_0+\sigma$.

Rys. 3 przedstawia przykładową funkcję rozkładu normalnego $\varphi(x)=N(x_0,\sigma)$. W celu ułatwienia analizy, na rysunku zaznaczono również przedziały $\langle x_0-3\sigma, x_0-2\sigma\rangle$,…, $\langle x_0+2\sigma, x_0+3\sigma\rangle$ oraz podano wartości całek dla poszczególnych przedziałów. Innymi słowy, podano prawdopodobieństwa tego, że w wyniku pomiaru wielkości fizycznej x otrzymamy jej wartość w danym przedziale. Jak łatwo zauważyć w przedziale $\langle x_0-3\sigma, x_0+3\sigma\rangle$ są zawarte prawie wszystkie wyniki pomiarów.

[4] Całki tej nie możemy obliczyć analitycznie, można jednak jej wartość obliczyć numerycznie. Warto również przypomnieć w tym miejscu, że obliczenie tej całki równoważne jest znalezieniu wartości pola powierzchni pod krzywą $\varphi(x)$ w przedziale $<a,b>$.



Rys. 3
Przykładowa funkcja rozkładu normalnego $\varphi(x)=N(x_0,\sigma)$ *wraz z wartościami całek dla poszczególnych przedziałów.*

Zgodnie z tym co powiedziano wcześniej, do analizy wyników wykazujących rozrzut statystyczny stosujemy metody statystyki matematycznej, które pozwalają wyznaczyć m.in. wynik końcowy oraz odchylenie standardowe. Dotychczas prowadzone przez nas rozważania dotyczyły wyników bardzo dużej serii pomiarów[5]. W sytuacji, gdy liczba pomiarów jest niewielka ($N \le 30$, a szczególnie, gdy $N \le 10$), wówczas do analizy wyników stosuje się rozkład Studenta. Należy w tym miejscu wspomnieć, że krzywa Studenta jest bardziej „spłaszczona" niż krzywa rozkładu Gaussa. W związku z tym odchylenie standardowe w rozkładzie Studenta jest $t_{N,\alpha}$ razy większe od odchylenia standardowego obliczonego w rozkładzie normalnym.

$$S_{kt} = t_{N,\alpha} S_x . \tag{8}$$

Wartość współczynnika $t_{N,\alpha}$ zależy od liczby pomiarów (N) oraz od przyjętego poziomu ufności $(1-\alpha)$, a jego wartość można znaleźć w Tabeli 1. Poziom ufności $(1-\alpha)$ to prawdopodobieństwo, z jakim wyznaczony przedział $\left\langle \bar{x} - t_{N,\alpha} S_{\bar{x}}, \bar{x} + t_{N,\alpha} S_{\bar{x}} \right\rangle$ zawiera wartość rzeczywistą mierzonej wielkości.

[5] Ze względu na liczbę N wykonanych pomiarów wyróżniamy następujące próby: (1) bardzo mała – $N < 10$, (2) mała – $10 \le N < 30$, (3) duża – $30 \le N < 100$, (4) bardzo duża – $N \ge 100$.

NIEPEWNOŚCI SYSTEMATYCZNE

W przypadku pomiarów, w których nie mamy do czynienia z rozrzutem statystycznym, w celu właściwego określenia **maksymalnej niepewności systematycznej** należy dokonać wstępnej oceny wszystkich typów niepewności systematycznych tj., **działki elementarnej** $\Delta_d x$ (producent na obowiązek zagwarantowania takiej dokładności przyrządu, by wynik pomiaru nie różnił się od wzorca więcej niż o jedną działkę elementarną, równą odstępowi ($\Delta_d x$) sąsiadujących kresek podziałki), **klasy przyrządu** $\Delta_k x$ (dokładność wzorcowania fabrycznego przyrządu zdefiniowana jest jako $\Delta_k x = \frac{klasa \cdot zakres}{100}$) oraz **niepewności eksperymentatora** $\Delta_e x$ (jest to ilościowa ocena niepewności wyniku dokonana przez osobę wykonującą pomiar (np. drgania wskazówki przyrządu analogowego, zła widoczność skali, wahania wskazań przyrządu cyfrowego itp.).

Posiadając informację na temat wszystkich typów niepewności systematycznej możemy wyznaczyć **maksymalną niepewność systematyczną** jako sumę poszczególnych składników:

$$\Delta x = \Delta_d x + \Delta_k x + \Delta_e x \,. \tag{9}$$

Warto również nadmienić, iż dla wyznaczonych niepewności systematycznych $\Delta_d x$ oraz $\Delta_k x$ możemy przyjąć jednostajny (prostokątny) rozkład prawdopodobieństwa, w którym odchylenie standardowe (a tym samym niepewność standardowa) wyraża się wzorami:

$$S_{\bar{x}_d} = \frac{\Delta_d x}{\sqrt{3}},\ S_{\bar{x}_k} = \frac{\Delta_k x}{\sqrt{3}} \,. \tag{10}$$

CAŁKOWITA NIEPEWNOŚĆ POMIAROWA

W przypadku pomiarów bezpośrednich, na **całkowitą niepewność pomiarową** składa się zarówno niepewność wynikająca z rozrzutu (niepewność statystyczna), jak również niepewność systematyczna. Musimy również pamiętać, że w statystyce matematycznej addytywne są wariancje (kwadraty odchyleń standardowych), dlatego też **niepewność standardowa** (**całkowita**) wyraża się następującą zależnością:

$$u(x) = \sqrt{S_{\bar{x}}^2 + \frac{1}{3}\left(\Delta_d x\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\Delta_k x\right)^2 + \left(\Delta_e x\right)^2} \,. \tag{11}$$

ZAOKRĄGLANIE I ZAPIS WYNIKÓW POMIARÓW ORAZ ICH NIEPEWNOŚCI

Współczesne metody obliczeniowe pozwalają na wyznaczenie miary wielkości fizycznej, jak również wielkości niepewności pomiarowej do dowolnie dalekiego rozwinięcia dziesiętnego. W związku z tym, że wielkość Δx jest wielkością szacowaną, jak również ze względu na fakt, iż zapis wyniku musi ujawniać jego dokładność nie ma potrzeby podawania wszystkich cyfr otrzymanych z obliczeń. Podobnie nie ma sensu podawanie wszystkich cyfr, które otrzymujemy obliczając wartość x_0.

Przy **<u>zaokrąglaniu wyniku pomiaru i niepewności</u>** postępujemy w następujący sposób:

- sprowadzamy wynik pomiaru i niepewność do tych samych jednostek układu SI,
- zaokrąglanie rozpoczynamy od niepewności. Oszacowane niepewności zaokrąglamy zawsze w górę (*w żadnym przypadku nie można zaniżać niepewności!*) do pierwszej cyfry znaczącej. Odstępstwo od powyższej reguły stosujemy, gdy zaokrąglenie do pierwszej cyfry znaczącej powoduje wzrost niepewności większy niż 10%, wtedy niepewność zaokrąglamy do dwóch cyfr znaczących,
- wynik pomiaru zaokrąglamy na tym samym miejscu rozwinięcia dziesiętnego co niepewność. Przy zaokrąglaniu wyniku pomiaru stosujemy powszechnie przyjęte zasady zaokrągleń, tj., liczbę kończącą się cyframi:
  0-4 – zaokrąglamy w dół, tzn., nie zmieniamy cyfry poprzedzającej
  6-9 – zaokrąglamy w górę, tzn., podwyższamy cyfrę poprzedzającą o jeden
  a cyfrę 5 w dół jeżeli poprzedza ją liczba parzysta, zaś w górę gdy poprzedza ją liczba nieparzysta.

Jeżeli przez x_0 oraz Δx oznaczymy odpowiednio: wyznaczoną wielkość miary mierzonej wielkości fizycznej x i wartość maksymalnej niepewności wielkości fizycznej, wówczas poprawny zapis wyniku ma następującą postać:

$$x = \left(x_0 \pm \Delta x\right)\ [\,jednostka\,]. \tag{12}$$

W przypadku analizy wyników wykazujących rozrzut statystyczny (przy założeniu, że niepewności systematyczne są zaniedbywalne) stosuje się również powyższe metody zaokrąglania wyników pomiarów oraz ich niepewności. Jako efekt końcowy analizy musimy podać poprawnie zaokrąglony wynik końcowy ($\bar{x}$), jego niepewność (S_x lub $S_{\bar{x}}$) oraz liczbę wykonanych pomiarów (N).

OCENA NIEPEWNOŚCI W POMIARACH POŚREDNICH – REGUŁA PRZENOSZENIA NIEPEWNOŚCI

W przypadku, gdy **wielkość fizyczna złożona** z jest funkcją wielkości $x_1, x_2, ...x_N$ mierzonych bezpośrednio tzn. $z = f(x_1, x_2, ...x_N)$, wówczas wartość średnią wielkości mierzonej pośrednio opisuje zależność:

$$\bar{z} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ...\bar{x}_N) . \tag{13}$$

Miarą niepewności jest **złożona niepewność standardowa** wyrażona zależnością:

$$S_{\bar{z}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{x}_i} \right)^2_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_N} S^2_{\bar{x}_i}} . \tag{14}$$

Wyrażenie to stanowi ilościowe ujęcie tzw. **reguły przenoszenia niepewności**.

W sytuacji, gdy niepewności systematyczne pomiaru wielkości mierzonych bezpośrednio są znacząco większe niż ich największe niepewności przypadkowe lub gdy wielkości te zostały zmierzone tylko jeden raz, tzn., gdy możemy oszacować jedynie ich maksymalne niepewności systematyczne, to niepewność maksymalną wielkości złożonej wyznaczamy z zależności:

$$\Delta z = \sum_{i=1}^{N} \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot \Delta x_i \right| . \tag{15}$$

Wyrażenie to stanowi ilościowe ujęcie tzw. **reguły przenoszenia niepewności maksymalnej**. Przedstawiona metoda obliczania niepewności maksymalnej nosi nazwę **metody różniczki zupełnej**.

W przypadku, gdy wielkość złożona z jest funkcją, którą można przedstawić w postaci iloczynu wielkości mierzonych bezpośrednio (x_i , $i = 1,2,...,N$), tzn.,:

$$z = A \prod_{i=1}^{N} x_i^{a_i} \quad , \tag{16}$$

gdzie A oraz a_i są stałymi. Wówczas **niepewność maksymalną względną** możemy wyznaczyć z zależności:

$$\left| \frac{\Delta z}{z} \right| = \sum_{i=1}^{N} \left| a_i \frac{\Delta x_i}{x_i} \right| . \tag{17}$$

Ten sposób obliczania niepewności maksymalnej względnej bywa nazywany **metodą pochodnej logarytmicznej**.

REGRESJA LINIOWA

Rozważmy dowolne dwie wielkości fizyczne x i y, o których sądzimy, że są powiązane relacją liniową postaci:

$$y = ax + b \tag{18}$$

Obrazem graficznym zależności jest prosta o współczynniku kierunkowym a, przecinająca oś rzędnych w punkcie b. Wielkości a i b nazywamy **współczynnikami regresji liniowej**. Gdybyśmy zmierzyli N różnych wartości $x_1, x_2, ... x_N$ oraz odpowiadające im wartości $y_1, y_2, ... y_N$ i jeżeli nasze pomiary nie byłyby obarczone niepewnościami, wówczas każdy z punktów x_i, y_i leżałby dokładnie na prostej (18). W praktyce, każdy pomiar obarczony jest niepewnością, co powoduje, że otrzymany zbiór punktów pomiarowych nie leży dokładnie na prostej. Istnieje jednak analityczna metoda (**metoda regresji liniowej**, zwana również **metodą najmniejszych kwadratów**[6]) dopasowania funkcji liniowej do wyników doświadczalnych.

Jeżeli do zbioru punktów x_i, y_i $(i = 1, 2, ..., N)$ zastosujemy metodę najmniejszych kwadratów wówczas współczynniki a i b opisane są następującymi zależnościami[7]:

$$a = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} \tag{19}$$

$$b = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} y_i - a\sum_{i=1}^{N} x_i\right). \tag{20}$$

---

[6] Metoda ta swoją nazwę zawdzięcza kryterium jakości dopasowania, tzn., takiego doboru parametrów prostej, by suma kwadratów różnic wartości eksperymentalnej (y) i obliczonej ($ax + b$) była jak najmniejsza.

[7] W przypadku, gdy dowolne dwie wielkości fizyczne x i y są powiązane relacją liniową postaci: $y = ax$ tzn., $b = 0$, wówczas współczynniki a oraz S_a^2 wyznaczamy z zależności:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2} \quad \text{oraz} \quad S_a^2 = \frac{1}{N-2}\left(\frac{\sum_{i=1}^{N} y_i^2}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2} - a^2\right),$$

zaś współczynnik korelacji liniowej z zależności:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i^2}}.$$

Rozdział 1

„Elektrostatyka i prąd elektryczny stały”

E_5 – Cechowanie termopary

I. Cele ćwiczenia.

Zapoznanie się z elektronicznym pomiarem temperatury przy pomocy termopary. Wyznaczenie charakterystyki termopary Fe-Cu za pomocą termopary Fe-konstantan.

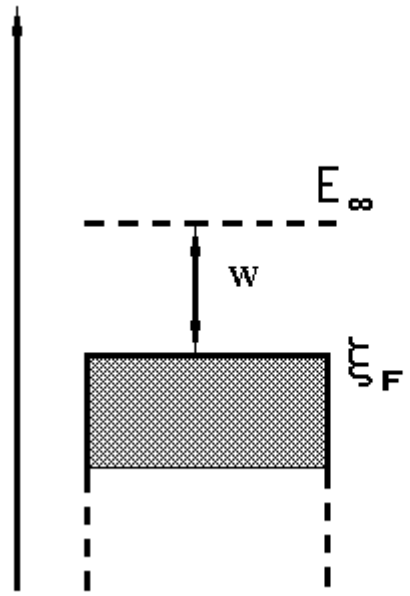
II. Materiał do samodzielnego przygotowania.

Pasmowy model budowy ciała stałego, zjawiska termoelektryczne Peltiera, Thomsona, Seebecka. Pomiar temperatury przy pomocy termopary. Zastosowania praktyczne omawianych zjawisk.

Wprowadzenie

1. Kontaktowa różnica potencjałów.

Przez energię Fermiego ξ_F dla danego metalu rozumiemy taką wartość energii, poniżej której wszystkie stany elektronowe są zapełnione, zaś stany posiadające energie wyższe są puste. Różnicę energii pomiędzy energią Fermiego a energią potencjalną elektronu w próżni E_∞ (elektron w nieskończonej odległości od metalu) nazywamy pracą wyjścia W elektronu z metalu.
Rozważając procesy zachodzące na złączu dwóch metali, posłużymy się modelem pasmowym ciała stałego i przyjmiemy E_∞ zero na skali energii (rys. 1).



Rys. 1. Poziom Fermiego i praca wyjścia elektronów z metalu

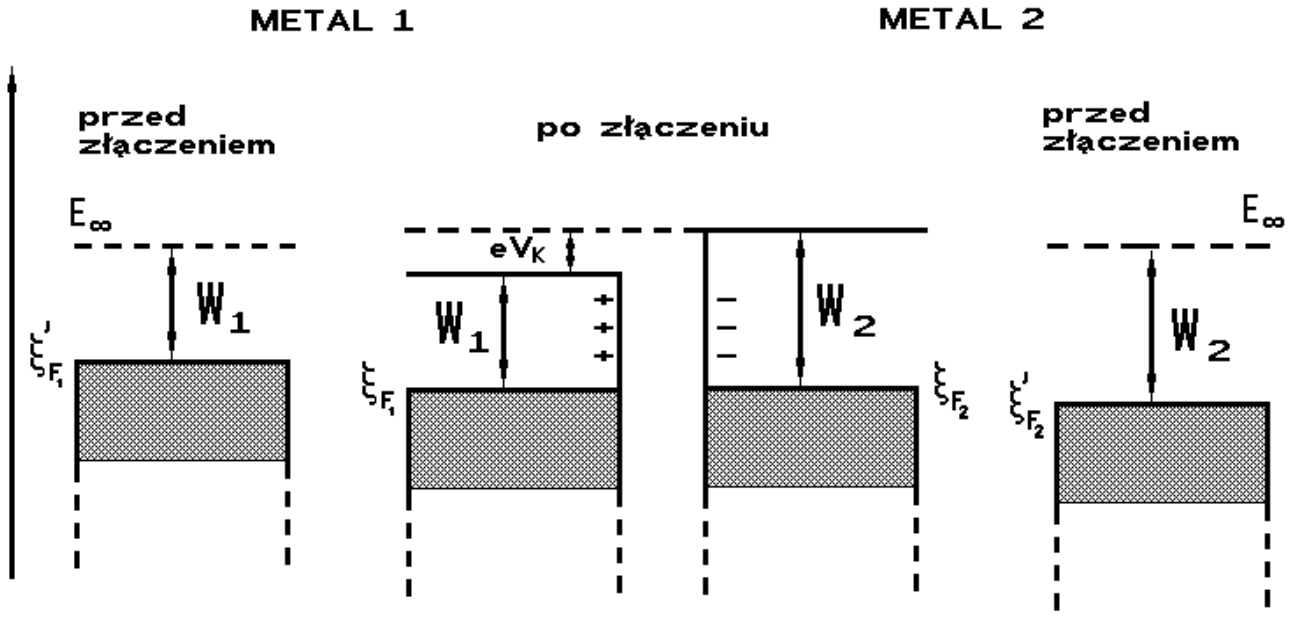
Po zetknięciu dwóch metali o różnych pracach wyjścia następuje dyfuzja elektronów z metalu o mniejszej pracy wyjścia do metalu o większej pracy wyjścia.W wyniku działania dyfuzji i sił elektrostatycznych na złączu ustala się równowaga dynamiczna, w której energia Fermiego w obu metalach przyjmuje tę samą wartość (rys. 2). Pomiędzy obydwoma metalami wytwarza się różnica potencjałów, równa co do wartości różnicy prac wyjścia. jest to tzw. kontaktowa różnica potencjałów.

2.Różnica potencjałów wynikająca ze zjawiska Thomsona.

Jeśli wytworzymy różnicę temperatur wzdłuż jednego rodzaju przewodnika, to spowoduje to wytworzenie się gradientu ciśnienia gazu elektronowego, w konsekwencji gradientu koncentracji nośników ładunku, a co za tym idzie różnicę w wartościach energii Fermiego dla poszczególnych odcinków tego przewodnika. W wyniku tego, pomiędzy częściami przewodnika o różnych temperaturach wytworzy się różnica potencjałów V_T . Różnica ta będzie zależała od różnicy temperatur i rodzaju przewodnika. Dokładną jej postać można uzyskać w wyniku analizy równania transportu ładunku. Dla małych różnic temperatur (rzędu kilku stopni) można w przybliżeniu zapisać

$$V_T = \sigma \Delta T$$

gdzie σ - współczynnik Thomsona. Współczynnik ten zależy od rodzaju metalu i na ogół od temperatury; ogólnie więc wyrażenie na V_T jest dużo bardziej skomplikowane.

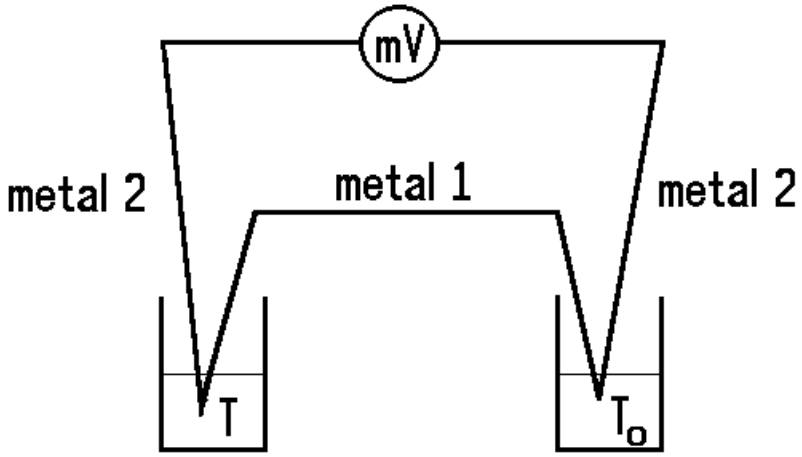


Rys.2. Obsadzenie poziomów i prace wyjścia dwóch metali przed i po złączeniu

3. Zjawisko termoelektryczne Seebecka.

W obwodzie zamkniętym utworzonym przez jeden przewodnik, w którego różnych częściach panują różne temperatury, suma sił elektromotorycznych powstałych wskutek zjawiska Thomsona jest równa zeru. W obwodzie takim nie obserwuje się więc przepływu prądu. Podobnie prąd nie popłynie w obwodzie utworzonym z dwóch metali złączonych w dwóch punktach, jeżeli oba złącza pozostają w tej samej temperaturze.

Przepływ prądu obserwujemy dopiero wówczas, gdy w obwodzie składającym się z dwóch metali (rys. 3) każde ze złącz utrzymane będzie w innej temperaturze.



Rys. 3 Obwód termopary: $T_0 T$ i T_0 oznaczają temperatury poszczególnych złącz termopary

Wynika to z faktu, iż kontaktowa różnica potencjałów jest funkcją temperatury, poprzez zależność energii Fermiego ξ_F od temperatury

$$\xi_F(T) = \xi_F^0 \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\xi_F^0} \right)^2 \right] \qquad (1)$$

gdzie: ξ_F^0 - energia Fermiego w temperaturze zera bezwzględnego.

$$V_k^{TT_0} = V_k(T) - V_k(T_0) \qquad (2)$$

W takim obwodzie siła elektromotoryczna wywołana zjawiskiem Thomsona jest też różna od zera.

Dla małych $\Delta T = T - T_0$ wynosić ona będzie

$$V_T^{TT_0} = \sigma_2 \Delta T - \sigma_1 \Delta T = (\sigma_2 - \sigma_1)\Delta T \qquad (3)$$

gdzie: σ_2, σ_1 są współczynnikami Thomsona dla metali 1 i 2.

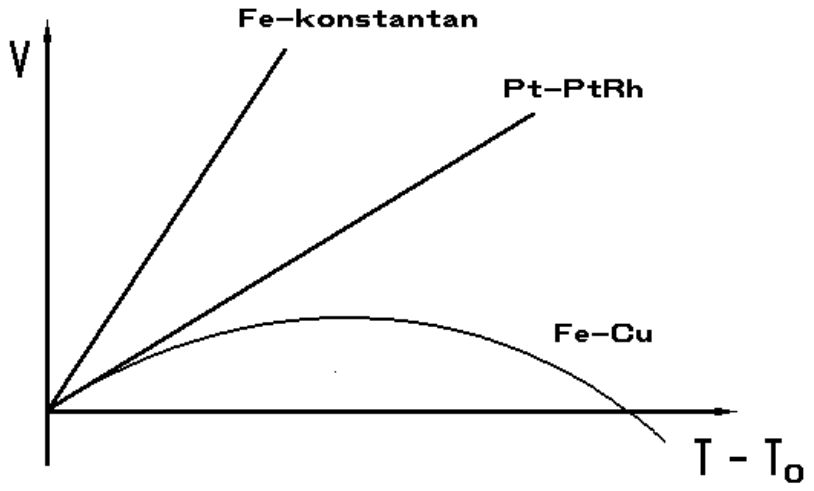
Ostatecznie więc w obwodzie będzie istniała **całkowita siła termoelektryczna** V^{TT_0} będąca sumą obydwu składowych

$$V^{TT_0} = V_k^{TT_0} - V_0^{TT_0} \qquad (4)$$

Każda z powyższych składowych siły termoelektrycznej zależy w nieco inny sposób od temperatury. Ogólnie zależność całkowitej siły termoelektrycznej od temperatury można, z dość dobrym przybliżeniem, opisać wielomianem rozwiniętym według potęg $T - T_0$

$$\mathrm{V}^{\mathrm{TT_0}} = \alpha_1(\mathrm{T} - \mathrm{T_0}) + \alpha_2(\mathrm{T} - \mathrm{T_0})^2 + \alpha_3(\mathrm{T} - \mathrm{T_0})^3 + \ldots \qquad (5)$$

Opisany układ (rys. 3) ma więc takie własności, jak gdyby zawierał źródło siły elektromotorycznej SEM. Układ taki nazywamy termoelementem, termoogniwem lub termoparą. Należy zwrócić uwagę, że SEM termoelementu nie ulega zmianie, gdy w obwód jego włączony zostanie jeden lub więcej przewodników metalowych, pod warunkiem że ta włączona część obwodu utrzymana jest w jednakowej temperaturze. Fakt ten umożliwia włączenie w obwód termoelementu przyrządu pomiarowego bez powodowania zmiany wartości badanej SEM. Przykładowe przebiegi $\mathrm{V}(\mathrm{T} - \mathrm{T_0})$ dla kilku termopar podane są na rysunku 4.



Rys. 4. Przebieg siły termoelektrycznej dla różnych termopar

III. Przyrządy.

1. Termopary Fe - konstantan i Fe - Cu
2. Miliwoltomierze cyfrowe
3. Autotransformator
4. grzejniki
5. pojemnii z lodem

IV. Przeprowadzenie pomiarów.

1. Wyznaczenie nachylenia charakterystyki liniowej termopary Fe-konstantan.

1. Umieścić oba złącza termopary Fe-konstantan w tej samej temperaturze. Włączyć w obwód termopary miernik SEM. Odczytać wskazania miernika.
2. Jedno złącze termopary umieścić w naczyniu zawierającym mieszaninę wody z lodem (0 °C). Drugie złącze umieścić na chwilę w naczyniu z gotującą się wodą (nie dotykać termoparą ścianek naczynia) i odczytać wskazanie miernika. Temperaturę wrzenia wody odczytać z tablic dla wartości ciśnienia panującego w pomieszczeniu w chwili wykonywania pomiaru.
3. Punkty pomiarowe nanieść na wykres U(T) i połączyć je linią prostą. Prostą ekstrapolować do 600°C.

2. Wyznaczanie charakterystyki termopary Fe-Cu.

1. Umieścić po jednym złączu termopary Fe-konstantan i Fe-Cu w naczyniu zawierającym wodę z lodem. Drugie złącza umieścić możliwie blisko siebie w piecyku elektrycznym (złącza nie mogą stykać się ze sobą ani z żadnym innym metalem).
2. Po ustaleniu się temperatury odczytać wskazania mierników.
3. Zwiększać stopniowo temperaturę piecyka, zwiększając natężenie płynącego przez niego prądu. Odczytywać wskazania mierników co 15 -20 °C.
4. Sporządzić wykres U(T) dla termopary Fe-Cu, odczytując temperaturę z prostej wykonanej w punkcie I. Celowe jest wykonanie obu wykresów na jednym rysunku.

V. Opracowanie wyników pomiarów.

Z analizy przebiegu zależności otrzymanej w wyniku przeprowadzonych pomiarów wyznaczyć doświadczalnie wartości współczynników α. Wskazane jest przeprowadzenie obliczeń metodą regresji krzywoliniowej.

Literatura

1. S. Szczeniowski: Fizyka doświadczalna. T III.

E_6 – Wyznaczanie pojemności kondensatora przy pomocy krzywej rozładowania

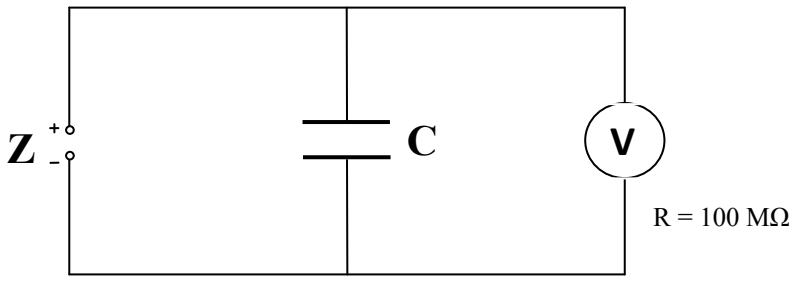
I. Celem zadania jest badanie zjawiska rozładowania kondensatora przez opór omowy. Poznanie przebiegu krzywej rozładowania pozwala wyznaczyć pojemność kondensatora oraz ładunek na nim zgromadzony.

II. Materiał do samodzielnego przygotowania:

Kondensator i jego pojemność**.** Obwód RC - ładowanie i rozładowanie kondensatora.

III. Przyrządy:

Układ doświadczalny stanowią: cztery kondensatory (C) o różnych pojemnościach, źródło stabilizowanego napięcia stałego (Z), woltomierz (V) o bardzo dużym oporze wewnętrznym (R = 100 MΩ), stoper.



Rys. 1 Schemat połączeń obwodu do wyznaczania pojemności i ładunku kondensatora metodą rozładowania.

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu przedstawionego na rys. 1.
2. W celu naładowania kondensatora włączyć źródło napięcia (Z).
3. Odczytać wskazanie woltomierza (V).
4. Dokonać pomiaru spadku napięcia na kondensatorze podczas rozładowywania go przez opór wewnętrzy miernika (100 MΩ). Chwilę odłączenia obwodu od źródła przyjąć za czas rozpoczęcia pomiaru (t = 0).
5. Powyższe czynności wykonać dla wszystkich (4) badanych kondensatorów.

V. Opracowanie wyników:

1. Sporządzić wykresy zależności napięcia od czasu dla badanych kondensatorów. Zaznaczyć na wykresie niepewności pomiarowe związane z pomiarem obu wielkości fizycznych.
2. Na podstawie wykonanych pomiarów wyznaczyć graficznie wartość stałej czasowej $\tau =$ RC a następnie pojemność kondensatora.
3. Metodą regresji liniowej wyznaczyć pojemność kondensatora oraz jej niepewność.

   Należy pamiętać, że logarytmując równanie $U(t)=U_0 e^{-t/RC}$ *otrzymuje się linową zależność logarytmu ze stosunku napięć od czasu:* $\ln(U(t)/U_0) = -\frac{1}{RC}t$.

4. Wyznaczyć maksymalny ładunek zgromadzony na kondensatorze oraz jego niepewność.

Literatura:

1. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN 1997
3. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki, PWN 1976
4. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, PWN 1971
5. Według zaleceń prowadzącego

E_7 – Wyznaczanie oporu za pomocą mostka Wheatstone’a

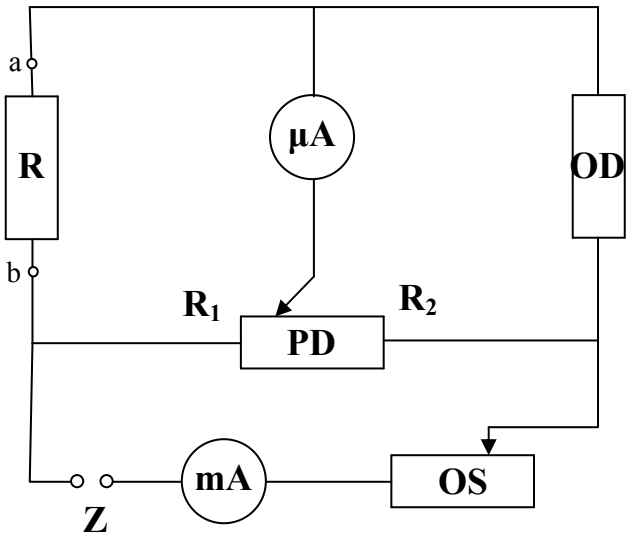
I. **Celem** zadania jest opanowanie umiejętności łączenia obwodów na podstawie schematów, a w szczególności zbudowanie mostka oporowego Wheatstone’a. Zastosowanie praw Kirchhoffa do opisu złożonych obwodów elektrycznych na przykładzie mostka Wheatstone’a oraz wyznaczenie oporu elektrycznego nieznanych oporników oraz ich połączeń przy użyciu zbudowanego mostka.

II. Materiał do samodzielnego przygotowania:

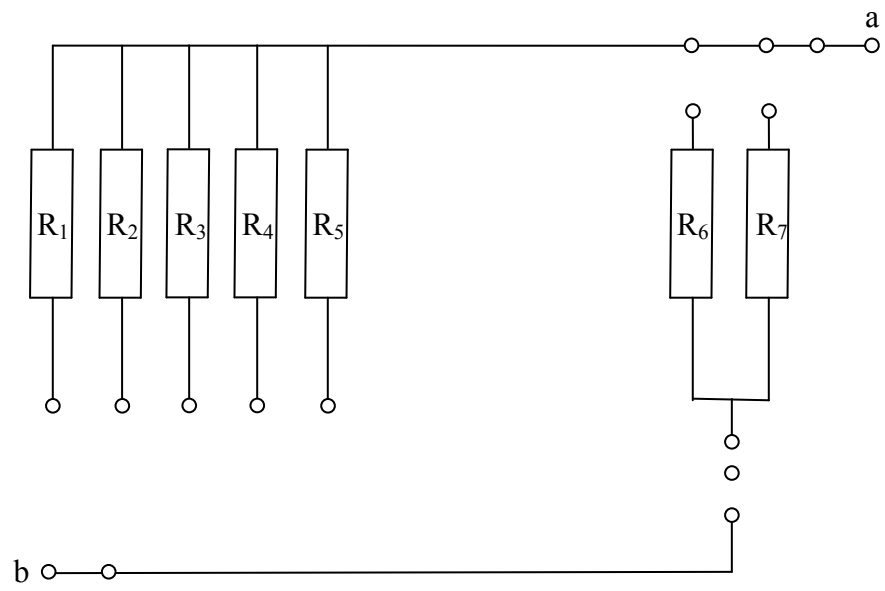
Prawa rządzące przepływem prądu stałego w obwodach elektrycznych: Ohma, I i II prawo Kirchhoffa. Szeregowe i równoległe łączenie oporów. Zależność oporu od rodzaju, wymiarów i temperatury przewodnika. Poznanie różnych metod pomiaru oporu oraz zapoznanie się z pracą układu mostkowego. Mostek Wheatstone'a. Warunek równowagi mostka Wheatstone'a.

III.Przyrządy:

Układ doświadczalny stanowią: zasilacz (Z), opornica suwakowa (OS), miliamperomierz (mA), mikroamperomierz (μA), zestaw oporników (patrz rys. 2), opornica dekadowa (OD), potencjometr dekadowy (PD).



Rys. 1 Schemat układu pomiarowego do wyznaczania nieznanego oporu



Rys. 2 Schemat płytki z badanymi opornikami

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu przedstawionego na rys. 1. *Dzielnik napięcia (potencjometr dekadowy) zastosowany w układzie przedstawia opór $R_1 + R_2 = 10\Omega$. Opór ten można dzielić za pomocą przełączników w dowolnym stosunku R_1/R_2. Jeżeli na dzielniku napięcia ustawimy wartość 5, to oznacza, że $R_1 = R_2 = 5\Omega$. Pomiar jest najprostszy i najbardziej dokładny, gdy $R_1 = R_2 = 5\Omega$. Wówczas $R = R_{OD}$.*
2. Przy użyciu potencjometru dekadowego (PD) oraz oporu dekadowego (OD) wyznaczyć opór nieznanych oporników (R_1 – R_7). Pomiary te wykonać 5-krotnie dla różnych wartości napięć zasilacza.
3. Wyznaczyć opór zastępczy oporników R_6 i R_7 przy ich szeregowym i równoległym połączeniu. Pomiary te wykonać 5-krotnie dla różnych wartości napięć zasilacza.

V. Opracowanie wyników:

1. Obliczyć średnią wartość oporu każdego opornika (R_1 – R_7) oraz ich odchylenia standardowe średniej.
2. Obliczyć średnią wartość oporu zastępczego oporników R_6 i R_7 przy ich szeregowym i równoległym połączeniu oraz ich odchylenia standardowe średniej. Porównać otrzymane wartości z wartościami oporu uzyskanymi z

zależności opasującej opór zastępczy przy szeregowym i równoległym łączeniu oporników (do wzoru należy podstawić wartości średnie R_6 i R_7 wyznaczone w doświadczeniu).

Literatura:

1. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN 1997
3. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki, PWN 1976
4. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, PWN 1971
5. Według zaleceń prowadzącego

E_8 – Charakterystyka żarówki o włóknie wolframowym oraz oporu drutowego

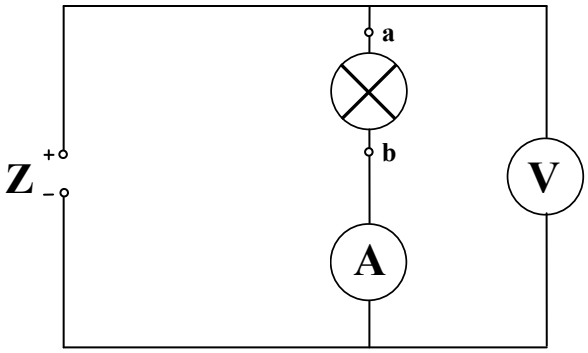
I. Celem zadania jest wyznaczanie charakterystyk prądowo-napięciowych żarówki oraz oporu drutowego. Celem pomocniczym zadania jest opanowanie umiejętności łączenia obwodów na podstawie schematów.

II. Materiał do samodzielnego przygotowania:

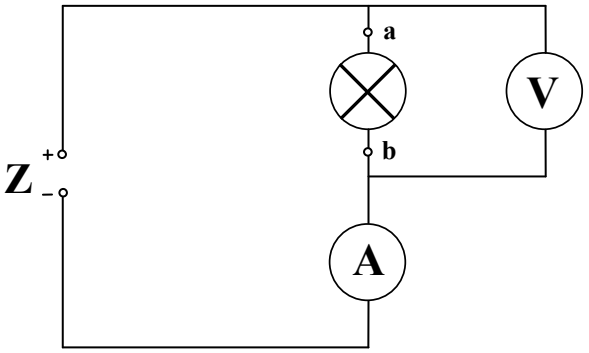
Prawa rządzące przepływem prądu stałego w obwodach elektrycznych: Ohma, I i II prawo Kirchhoffa, Joule'a. Zależność oporności elektrycznej metalu i półprzewodnika od temperatury.

III. Przyrządy:

Układ doświadczalny stanowią: żarówka, drut oporowy, zasilacz (Z), woltomierz (V), amperomierz (A).



Rys. 1A
Układ pomiarowy z amperomierzem o oporze znacznie mniejszym od oporu badanego



Rys. 1B
Układ pomiarowy z amperomierzem o dużym oporze wewnętrznym

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

W pierwszej części doświadczenia pomiary przeprowadzić dla żarówki

1. Odczytać parametry znamionowe żarówki (napięcie i moc).
2. Połączyć układ pomiarowy według schematu przedstawionego na rys. 1A.
3. Wykonać pomiary zależności natężenia prądu od przyłożonego napięcia zmieniając wartość spadku napięcia na żarówce co 2 V w zakresie od 0 do wartości napięcia znamionowego żarówki.
4. W celu sprawdzenia czy opór wewnętrzny użytego amperomierza znacząco wpływa na otrzymaną charakterystykę, połączyć układ pomiarowy według

schematu przedstawionego na rys. 1B. Wykonać pomiary zgodnie z zaleceniami zawartymi w punkcie 3.

5. Powyższe czynności wykonać dla drutu oporowego.

V. Opracowanie wyników:

1. Wykreślić charakterystyki prądowo-napięciowe badanych elementów (żarówki i drutu oporowego) tj. sporządzić wykresy zależności natężenia prądu od przyłożonego napięcia I(U). Zaznaczyć na wykresie niepewności pomiarowe związane z pomiarem obu wielkości fizycznych.
2. Na podstawie wykonanych pomiarów, korzystając z prawa Ohma, wyznaczyć wartości oporu badanej żarówki i drutu oporowego dla wszystkich wartości I.
3. Metodą różniczki zupełnej wyznaczyć niepewność maksymalną ΔR.
4. Wykreślić zależności R(I) dla obu badanych elementów. Zaznaczyć na wykresach niepewności pomiarowe związane z pomiarem obu wielkości fizycznych.

Literatura:

1. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN 1997
3. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki, PWN 1976
4. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, PWN 1971
5. Według zaleceń prowadzącego

Rozdział 2

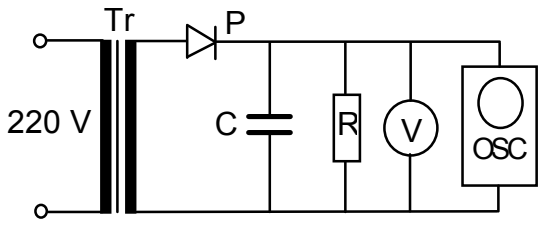
„*Magnetyzm i obwody drgające*”

E_3 – Prostowanie prądu przemiennego przez pojedynczą diodę oraz przez układ Graetza

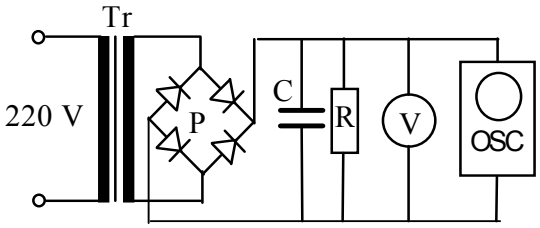
I. Cel zadania: wyznaczenie zależności: maksymalnej wartości napięcia tętnień, współczynnika tętnień i napięcia stałego od oporu obciążenia.

II. Zagadnienia do samodzielnego opracowania: budowa i działanie oscyloskopu, budowa diody półprzewodnikowej w oparciu o pasmową teorię ciał stałych, działanie prostujące diody i układu Graetza, wielkości charakteryzujące prąd zmienny: napięcie skuteczne, napięcie średnie, prąd skuteczny, prąd średni i sposoby pomiaru tych wielkości.

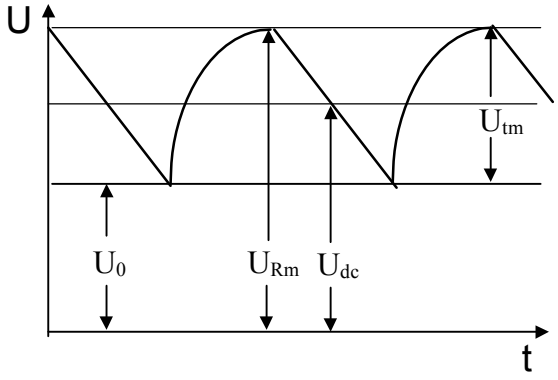
III. Przyrządy: oscyloskop, transformator dzwonkowy, woltomierz do pomiaru napięcia prądu zmiennego i prądu stałego, dioda prostownicza, układ diod - układ Graetza, zestaw oporników i kondensatorów.



Rys. 1. Prostowanie prądu przez pojedynczą diodę.



Rys. 2. Prostowanie prądu przez układ Graetza.



Rys.3. Przebieg prądu tętniącego przy zastosowaniu prostowania pełnookresowego.

Na rysunku przyjęto oznaczenia:

U_{Rm} - napięcie maksymalne na obciążeniu R.

U_{tm} - napięcie tętnień na obciążeniu R.

U_0 - składowa stała napięcia na obciążeniu R.

U_{dc} - napięcie średnie na obciążeniu R mierzone na zakresie DC woltomierza.

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

a. Podłączyć transformator bezpośrednio do oscyloskopu. Uzyskać właściwy obraz na oscyloskopie oraz zapoznać się z przeznaczeniem potencjometrów i przełączników znajdujących się na płycie czołowej oscyloskopu.

b. Zmontować obwód wg. schematu na Rys.1. Dla danego kondensatora i kolejno wszystkich oporników dokonać następujących pomiarów:

b.1. Napięcie U_{dc} - napięcie mierzone miernikiem prądu stałego na oporze R.

b.2. Napięcie U_{Rsk} - napięcie mierzone miernikiem prądu zmiennego na oporze R.

b.3. Napięcie U_{tm} - maksymalna wartość napięcia tętnień odczytana z oscyloskopu (patrz Rys.3.).

b.4. Napięcie U_0 - składowa stała napięcia odczytana z oscyloskopu (patrz Rys. 3.).

c. Zmontować obwód wg. schematu na Rys.2. Dla danego kondensatora i kolejno wszystkich oporników dokonać pomiarów jak w punkcie b.

V. Opracowanie wyników:

a. Dla wszystkich serii pomiarów dla pojedynczej diody i układu Graetza wypełnić następującą tabelę:

$U\rightarrow$ $R\downarrow$	U_0	U_{tm}	U_{dc}	U_{Rsk}	U_{tsk}	ΔU_{tsk}	$U_{tśr}$	$\Delta U_{tśr}$	r	Δr

gdzie: $U_{tsk} = U_{Rsk} - U_0$ jest napięciem skutecznym tętnień,

$U_{tśr} = U_{dc} - U_0$ jest napięciem średnim tętnień,

$r = \frac{U_{tsk}}{U_{dc}}$ jest współczynnikiem tętnień.

b. Wykonać wykresy zależności $U_{dc}=f(R)$, $U_{Rsk}=g(R)$ dla obu rozpatrywanych przypadków. Na wykresy nanieść niepewności pomiarów wynikające z dokładności pomiaru woltomierza i odczytu napięcia ze skali oscyloskopu.

c. Na podstawie tabeli i wykonanych wykresów sformułować wnioski dotyczące zjawiska prostowania prądu i parametrów opisujących ten proces.

VI. **Literatura:**

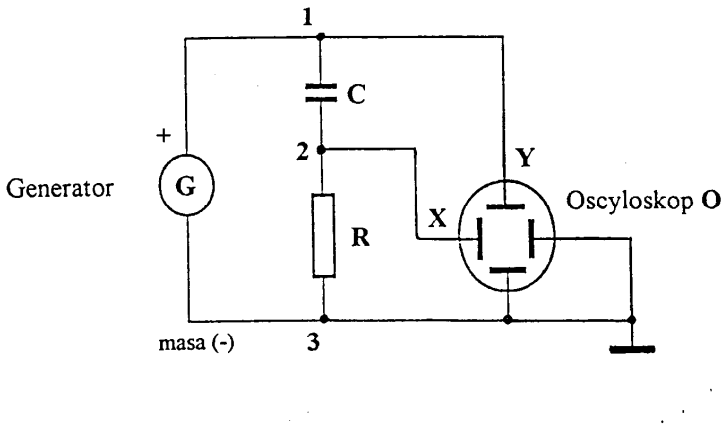
1. M.Rusek, R.Ćwirko, W.Marciniak, *Przewodnik po elektronice,* WNT, Warszawa 1986.
2. F.F.Driscoll, R.F.Coughlin, *Przyrządy półprzewodnikowe i ich zastosowanie,* WNT, Warszawa 1978.
3. A.K. Wróblewski, J.A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki* tom 2, część druga, PWN Warszawa 1991.
4. S.Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna,* cz.III Elektryczność i magnetyzm, PWN, Warszawa 1966.

E_9 – POMIAR PRZESUNIĘĆ FAZOWYCH MIĘDZY NAPIĘCIEM I NATĘŻENIEM PRĄDU ZA POMOCĄ OSCYLOSKOPU

Zadania do wykonania: zapoznanie się z obsługą oscyloskopu, pomiar przesunięcia fazowego między napięciem i natężeniem prądu w układzie RC

I. Zagadnienia do samodzielnego opracowania:

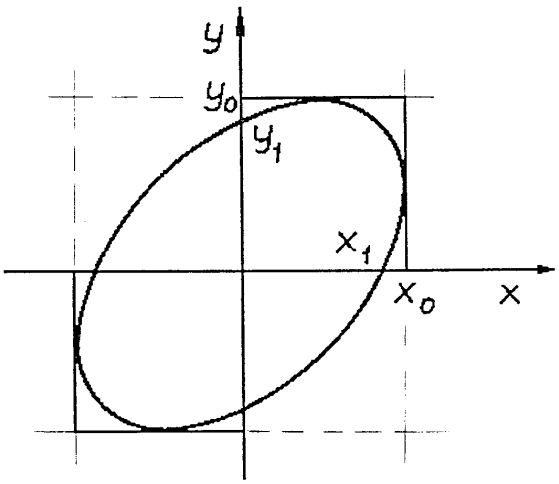
1. Zasada działania oscyloskopu
   a) budowa oscyloskopu
   b) odchylanie pionowe - oś "Y": jednostki, pomiar DC/AC, poziom "0"
   c) odchylanie poziome - oś "X", podstawa czasu, sterowanie zewnętrzne odchylaniem poziomym, jednostki
   d) wyzwalanie: poziom wyzwalania, polaryzacja (zbocze +/–), "auto"/"normal"
   e) oscyloskop dwukanałowy (tryb pracy "alt" i "chop")
   f) zagadnienie dodatkowe: oscyloskopy cyfrowe
   g) pomiary napięć za pomocą oscyloskopu
2. Przesunięcie fazowe między natężeniem i napięciem w obwodach RC, RL i RLC
   a) wiadomości ogólne: opór czynny i bierny,
   b) przedstawienie przesunięcia faz za pomocą wektora dwuwymiarowego lub w postaci liczby zespolonej
3. Składanie drgań prostopadłych, warunki powstania: prostej, koła, elipsy oraz złożonych figur Lissajous



Rys. 1 Schemat układu do pomiaru przesunięcia fazowego między prądem i napięciem.

II Przyrządy :

1. Oscyloskop dwukanałowy **O**
2. Generator **G**
3. Opornica dekadowa **R** , szt.2.
4. Kondensator dekadowy **C**
5. Płytka pomocnicza do zmontowania układu wg. rys. 1
6. Przewody koncentryczne wtyk BNC/BNC , szt. 3
7. Przewody: gniazdo BNC/bananki , szt. 3



Rys. 2. Obraz obserwowany na oscyloskopie w przypadku występowania różnicy faz między napięciami przykładanymi do odchylania X i Y.

III. Przebieg ćwiczenia:

A.

Czynności wstępne:

1. Korzystając z instrukcji obsługi oscyloskopu zapoznać się z funkcjami przełączników i gniazd oscyloskopu.
2. Zapoznać się z funkcjami przełączników i gniazd generatora (z płyty czołowej generatora)
3. Połączyć generator bezpośrednio z jednym z kanałów oscyloskopu (CH1 lub CH2).

4. Dla częstotliwości generatora 1000 Hz uzyskać stabilny obraz sinusoidy na ekranie oscyloskopu przy wyzwalaniu wewnętrznym i odpowiednio ustawionej podstawie czasu. Sprawdzić, czy odczytany na oscyloskopie okres drgań zgadza się z częstotliwością generatora.

B.

Badanie przesunięcia fazowego oscyloskopem ustawionym w tryb pracy ze sterowaniem zewnętrznym odchylaniem poziomym.

5. Zmontować obwód wg rysunku 1, posługując się płytką montażową . Oscyloskop ustawić w tryb pracy z zewnętrznym sygnałem odchylającym osi X. Zwrócić uwagę, aby przy łączeniu oscyloskopu i generatora oba te przyrządy posiadały wspólną masę (przewód oznaczony „+" (inaczej "gorący") ma kolor czerwony, a **masa** „-' kolor czarny). Ewentualne wątpliwości należy wyjaśnić z prowadzącym ćwiczenie.
6. Między punkty 1 i 2 włączyć opór R w miejsce kondensatora C. Odwzorować obraz z oscyloskopu na papierze milimetrowym z naniesieniem układu współrzędnych.
7. Między punkty 1 i 2 włączyć kondensator. Dobrać wartości R i C tak, aby uzyskać na ekranie oscyloskopu obraz zbliżony do a) **prostej**, b) **elipsy** (koła). Zmierzyć długości odcinków y_0 i y_1 (patrz rys. 2). Należy pamiętać o tym, aby figura otrzymana na oscyloskopie była wpisana w możliwie duży kwadrat, uzyskuje się to operując odpowiednio wzmocnieniem sygnału osi X i Y lub amplitudą sygnału generatora.
8. Powtórzyć czynności dla różnych częstotliwości pracy generatora (wybranych przez prowadzącego ćwiczenie)

C.

Badanie przesunięcia fazowego oscyloskopem ustawionym w 2-dwukanałowy tryb pracy (wewnętrzne sterowanie odchylaniem osi X).

1. Sygnały X i Y połączyć odpowiednio z kanałami CH1 i CH2 oscyloskopu .
2. Dla tych samych wartości R, C i częstotliwości generatora, jak w punkcie 7 i 8 ustawić odpowiedni tryb pracy, wzmocnienie, podstawę czasu i poziom wyzwalania w celu uzyskania stabilnego obrazu sinusoid dla obu kanałów.

3. Odczytać okres (odległość między dwoma najbliższymi punktami o tej samej fazie, np. dwa sąsiednie maksima lub przecięcia przez oś poziomą zbocza o takim samym nachyleniu).
4. Odczytać odległość między punktami o takiej samej fazie dla sygnałów w kanałach CH1 i CH2.

IV. Opracowanie wyników pomiarów.

1. Opisać i krótko uzasadnić obraz uzyskany w punkcie 6.
2. Dla wszystkich wartości ω, R i C obliczyć przesunięcie fazowe na podstawie wzoru $\sin\varphi = \frac{y_1}{y_0} \quad \Rightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{y_1}{y_0}\right)$, a także na podstawie wartości otrzymanych z oscyloskopu dwukanałowego.
3. Obliczyć niepewności systematyczne powyższych wielkości przyjmując, że niepewności związane z niedokładnym odczytem z oscyloskopu są dużo większe niż niepewności wartości R i C. Wyznaczyć niepewność przesunięcia fazowego φ metodą różniczki zupełnej. Zwrócić uwagę na jednostki, w których wyrażane jest przesunięcie fazowe i jego niepewność - podać uzasadnienie.
4. Obliczyć teoretyczne wartości przesunięć fazowych ze wzoru $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$ i porównać je z wielkościami doświadczalnymi (uwzględniając niepewności).

LITERATURA:

1. H. Hofmokl, A. Zawadzki: **Laboratorium fizyczne**.
2. S. Szczeniowski: **Fizyka doświadczalna. T III**.
3. R. Śledziewski: **Elektronika dla fizyków**.
4. A. Piekara: **Mechanika ogólna, rozdz.II**, str. 55-69 i 77-88 (składanie drgań)
5. J. Rydzewski **Pomiary oscyloskopowe**

E_{11} – Badanie transformatora

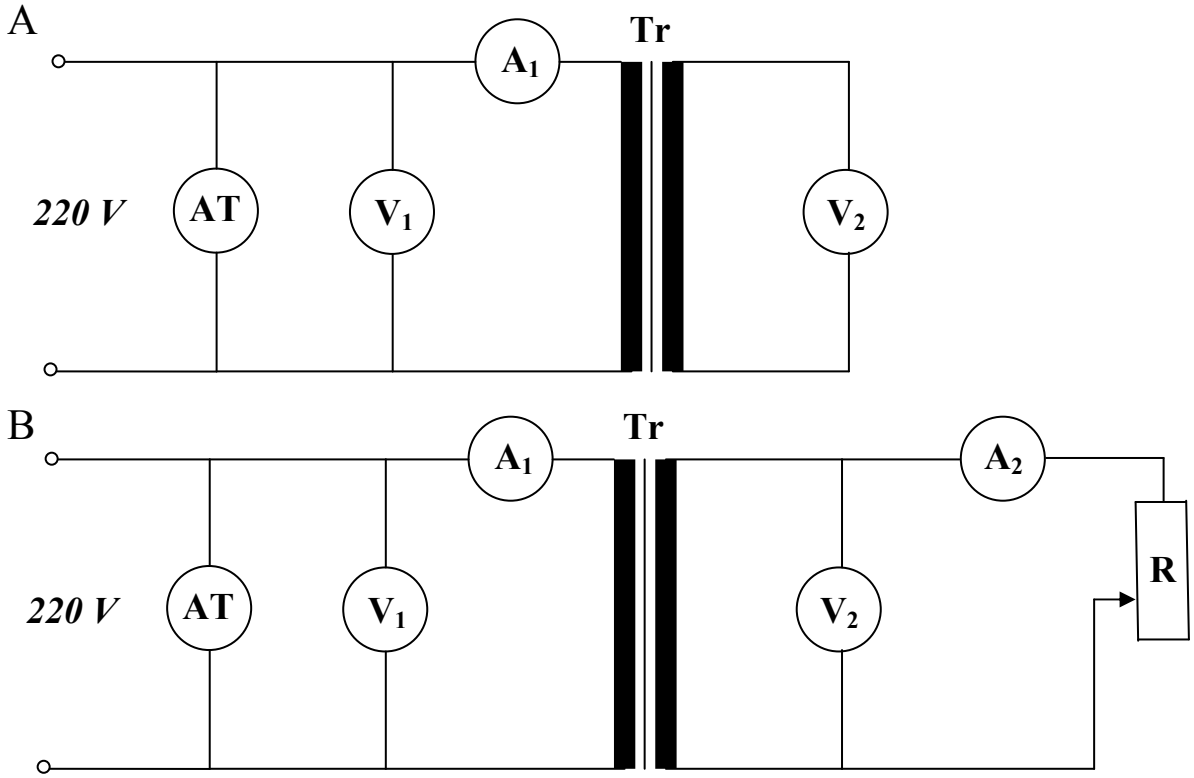
I. Celem zadania jest poznanie budowy, zasady działania transformatora oraz wyznaczenie podstawowych parametrów transformatora min. napięcia krytycznego, przekładni.

II. Materiał do samodzielnego przygotowania:

Podstawowe wiadomości z magnetyzmu (pojęcia indukcji i strumienia indukcji pola magnetycznego, zjawisko indukcji elektromagnetycznej, prawo Faraday'a i reguła Lenza). Prąd zmienny.

III. Przyrządy:

Układ doświadczalny stanowią: badany transformator (Tr), autotransformator (AT), dwa woltomierze (V_1 i V_2), dwa amperomierze (A_1 i A_2) oraz opornica suwakowa (R). W pierwszej części doświadczenia badamy bieg jałowy transformatora (transformator nieobciążony, schemat połączeń ilustruje rys. 1A). Celem zbadania biegu roboczego (transformator obciążony) dołączamy opornicę suwakową do uzwojenia wtórnego (rys. 1B).



Rys. 1 Schemat połączeń obwodu do badania transformatora nieobciążonego (A) oraz obciążonego (B).

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

A. Badanie biegu jałowego (transformator nieobciążony)

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu 1A.
2. Przy użyciu autotransformatora (AT) ustawić wartość napięcia na uzwojeniu pierwotnym $U_1 = 10$ V.
3. Dla ustalonej wartości U_1 odczytać wskazania woltomierza (V_2) oraz amperomierza (A_1).
4. Powyższe czynności wykonać dla 15 różnych wartości napięcia U_1 z przedziału 10 – 150 V.
5. Wyniki pomiarów umieścić w tabeli 1.
6. W celu oszacowania wartości krytycznej napięcia (U_k), wyrysować zależność $I_1(U_1)$.

Tab.1

l.p.	U_1(V)	I_1(A)	U_2(V)
1.			
2.			
…			
15.			

Tab.2

U_1 = … V			
l.p.	I_1(A)	I_2(A)	U_2(V)
1.			
2.			
…			
10.			

B. Badanie biegu roboczego (transformator obciążony)

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu 1B.
2. Przy użyciu styku suwaka opornicy ustawić maksymalną wartość oporu R.
3. Za pomocą autotransformatora ustawić napięcie U_1 mniejsze od U_k.
   Należy zwrócić szczególną uwagę aby w dalszej części doświadczenia wartość napięcia U_1 nie zmieniała się!
4. Dokonać pomiaru wskazań pozostałych mierników tj. A_1, A_2, U_2.
5. Powyższe czynności wykonać dla 10 różnych wartości oporu R.
6. Wyniki pomiarów umieścić w tabeli 2.

V. Opracowanie wyników:

A. Transformator nieobciążony

1. W celu wyznaczenia wartości krytycznej napięcia (U_k), wyrysować zależność $I_1(U_1)$. Zaznaczyć na wykresie niepewności pomiarowe związane z pomiarem obu wielkości fizycznych.
2. Wyrysować zależność $U_2(U_1)$ z zaznaczonymi na wykresie niepewnościami pomiarowymi.
3. Metodą regresji liniowej wyznaczyć wartość przekładni transformatora $k = U_2/U_1$ oraz jej niepewność.
   Należy pamiętać, że przekładnię obliczamy tylko dla wartości $U_1 < U_k$.

B. Transformator obciążony

1. Wyrysować zależność $U_2(I_2)$ z zaznaczonymi na wykresie niepewnościami pomiarowymi.
2. Korzystając z zależności, otrzymanej zgodnie z II prawem Kirchhoffa, $U_2 = \varepsilon_2 - I_2R_w$ (ε_2 – siła elektromotoryczna w uzwojeniu wtórnym, R_w – opór wewnętrzny uzwojenia wtórnego), metodą regresji liniowej wyznaczyć wartości R_w i ε_2 oraz ich niepewności.

Literatura:

1. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN 1997
3. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki, PWN 1976
4. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, PWN 1971
5. Według zaleceń prowadzącego

E_{15} – Drgania relaksacyjne

I. **Celem** zadania jest zapoznanie się z mechanizmem powstawania drgań relaksacyjnych w obwodach elektrycznych, doświadczalne wyznaczenie okresu drgań relaksacyjnych oraz pojemności kondensatora i oporu wewnętrznego neonówki.

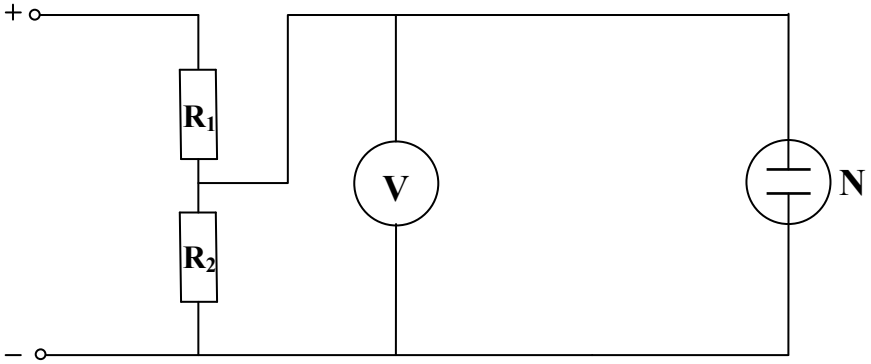
II. Materiał do samodzielnego przygotowania:

Wyładowania w gazach rozrzedzonych, ładowanie i rozładowanie kondensatora, drgania relaksacyjne, okres drgań relaksacyjnych.

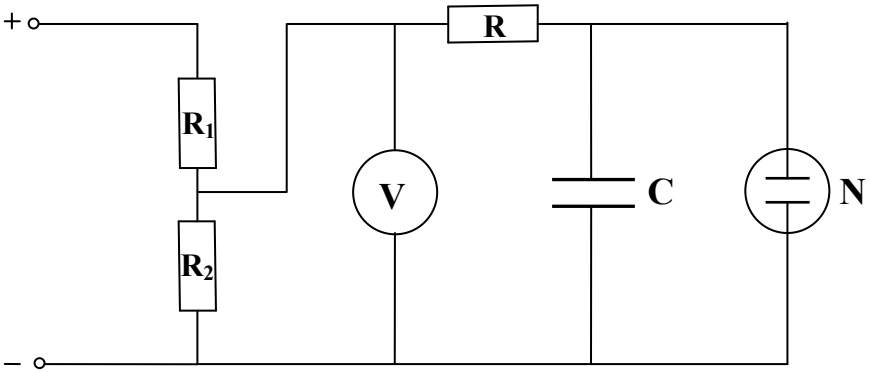
III. Przyrządy:

Układ doświadczalny stanowią: zasilacz, kondensatory o różnych pojemnościach (C), dzielnik napięcia (R_1, R_2), oporniki o różnych oporach (R), neonówka (N), woltomierz (V) (patrz Rys. 1).

A



B



Rys. 1 Schemat połączeń obwodu służącego do wyznaczenia napięcia zapłonu U_z i napięcia gaśnięcia U_g (A) oraz do wyznaczenia okresu drgań relaksacyjnych (B).

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

A. Wyznaczenie napięcia zapłonu (U_z) oraz napięcia gaśnięcia (U_g) neonówki

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu 1A.

   Dzielnik napięcia (R_1, R_2) zastosowany w układzie należy ustawić tak aby $R_1 = R_2 = 20\ k\Omega$. Zmieniając opór możemy zmieniać napięcie na elektrodach lampy neonowej. Należy jednak zwrócić szczególną uwagę aby w trakcie pomiarów $R_1 + R_2 \geq 40\ k\Omega$.
2. Przy użyciu dzielnika napięć tj. zmieniając opór, wyznaczyć wartość napięcia zapłonu U_z oraz napięcia gaśnięcia U_g.
3. Powyższe czynności wykonać dziesięciokrotnie.

B. Wyznaczanie okresu drgań relaksacyjnych

1. Połączyć układ pomiarowy według schematu 1B.
2. Za pomocą dzielnika napięć ustawić napięcie U_0 o 20 V wyższe od napięcia zapłonu U_z.

   Należy zwrócić szczególną uwagę aby w dalszej części doświadczenia wartość napięcia U_0 nie zmieniała się!
3. Dokonać pomiaru czasu trwania 20 błysków lampy neonowej dla stałych pojemności kondensatorów C i różnych wartości oporów R (od 1 MΩ do 6 MΩ, zmieniając wartości co 0.5 MΩ) .
4. Pomiar powtórzyć trzykrotnie.
5. Wyniki pomiarów umieścić w tabeli 1.

Tab. 1

l.p.	R(MΩ)	C_1			C_2			C_3		
		t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)
1.	1.0									
2.	1.5									
3.	2.0									
4.	2.5									
5.	3.0									
6.	3.5									
7.	…									

V. Opracowanie wyników:

1. Obliczyć średnią wartość U_z i U_g oraz odchylenia standardowe średniej.
2. Wyrysować zależność T(R) z zaznaczonymi na wykresie niepewnościami pomiarowymi.
3. Metodą regresji liniowej wyznaczyć wartość pojemności trzech badanych kondensatorów (C) oraz opór wewnętrzny neonówki (R_n) oraz ich niepewności, korzystając z zależności:

$$T = RC \ln \frac{U_0 - U_g}{U_0 - U_z} + R_n C \ln \frac{U_z}{U_g}$$

Literatura:

1. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN 1997
3. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki, PWN 1976
4. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, PWN 1971
5. Według zaleceń prowadzącego

E_{18} – Rezonans w szeregowym obwodzie RLC

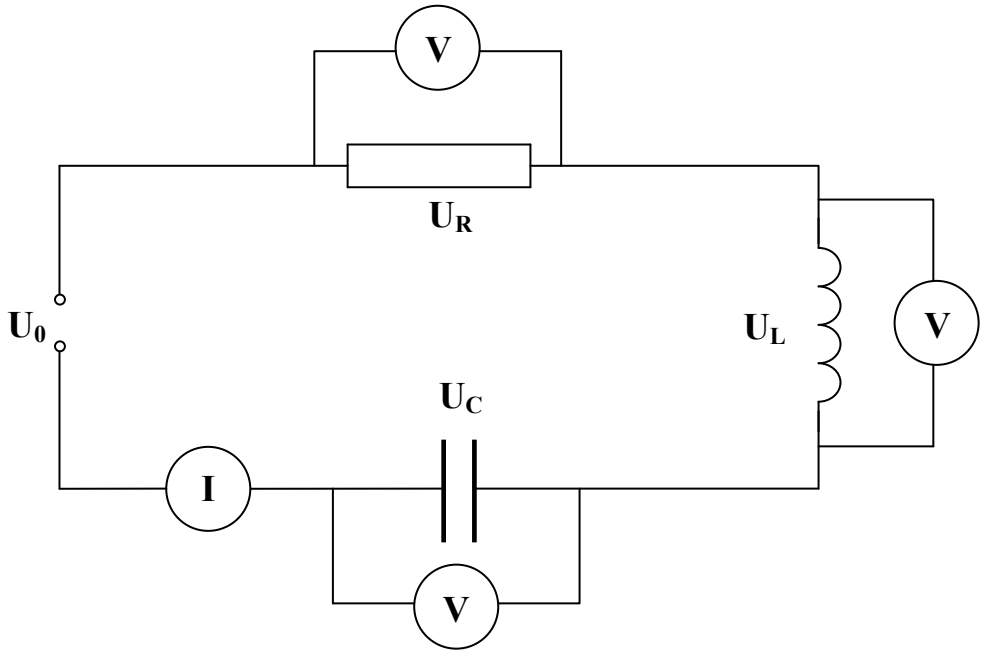
I. Celem zadania jest zapoznanie się z przebiegiem krzywych rezonansowych w szeregowym obwodzie RLC oraz znalezienie częstości rezonansowej badanego obwodu. Zbadanie wpływu elementów obwodu na charakterystyki częstotliwościowe układu rezonansowego.

II. Materiał do samodzielnego przygotowania:

Prawa przepływu prądu przemiennego. Rola pojemności i indukcyjności w obwodzie prądu przemiennego. Rezonans w obwodach prądu przemiennego.

III. Przyrządy:

Układ doświadczalny stanowią: zasilacz prądu przemiennego (U_0), opornik, cewka, kondensator, trzy woltomierze (V), amperomierz (A).



Rys. 1 Schemat połączeń obwodu do badania rezonansu w szeregowym obwodzie RLC

IV. Przeprowadzenie pomiarów:

1. Zapoznać się z instrukcją obsługi i obsługą miernika (mostka RLC) znajdującego się na stanowisku pomiarowym.
2. Zapisać dane charakteryzujące dokładność przyrządu.

3. Wykonać pomiary rezystancji, indukcyjności i pojemności badanych elementów obwodu.
4. Połączyć układ pomiarowy według schematu przedstawionego na rys. 1.
   Układ generatora składa się z generatora RC oraz połączonego z nim kablem koncentrycznym wzmacniacza mocy. Całość zapewnia stabilną pracę dopóki opór całkowity zewnętrznego obwodu nie spadnie poniżej 30 Ω. Jest to ***minimalna*** *wartość jaka może być ustawiona na opornicy suwakowej. Nie należy również pobierać z układu generatora prądu większego niż 1 A.*
5. Napięcie wyjściowe w układzie generatora ustawić na 10 V.
6. Zmieniając częstotliwość generatora w zakresie od 50 Hz do 400 Hz, co 20 Hz odczytać wskazania mierników i zanotować je w tabeli 1.

Tab. 1

f (Hz)	I(A)	U_R(V)	U_L(V)	U_C(V)
50				
…				
400				

7. Wyznaczyć zależność natężenia prądu I od częstotliwości dla stałej wartości napięcia U_0 zasilającego obwód. W celu dokładnego określenia przebiegu krzywej rezonansowej I(f), w pobliżu maksimum dokonać dodatkowych pomiarów (np. co 5 Hz).

V. Opracowanie wyników:

1. Wykreślić rodzinę krzywych rezonansowych (U_L(f), U_C(f), I(f)) na wspólnym rysunku. Zaznaczyć na wykresie niepewności pomiarowe związane z pomiarem obu wielkości fizycznych. Odczytać częstotliwość rezonansową. Dokonać interpretacji uzyskanych wyników.
2. Sprawdzić, słuszną dla rezonansu, zależność:

$$\frac{U_{0L}}{U_0}=\frac{U_{0C}}{U_0}=\frac{1}{\omega R C}=\frac{\omega L}{R}$$

3. Przeprowadzić rachunek niepewności uwzględniając klasę mierników.

Literatura:

1. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN 1997

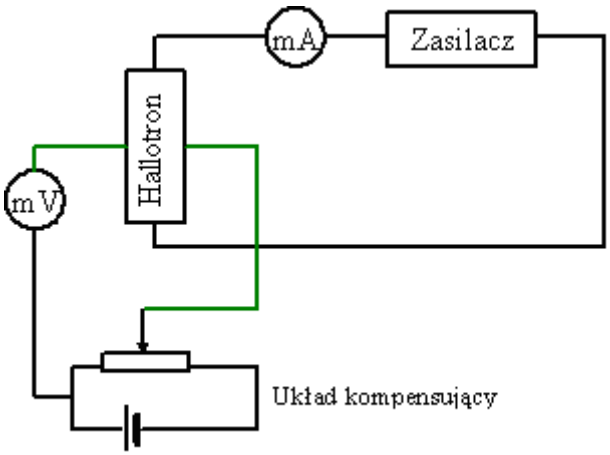
3. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki, PWN 1976
4. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, PWN 1971
5. Według zaleceń prowadzącego

E_{20} – Hallotron

I. Cel zadania: wycechowanie hallotronu, pomiar indukcji pola magnetycznego za pomocą hallotronu.

II Zagadnienia do samodzielnego opracowania: efekt Halla, pole magnetyczne obwodu kołowego i solenoidu, jednostki indukcji i natężenia pola magnetycznego.

III. Przyrządy: zasilacz hallotronu i miliamperomierz prądu stałego - prąd nie mniejszy niż 30 mA, zasilacz cewek Helmholtza i solenoidu, amperomierz - prąd nie mniejszy niż 2 A, miliwoltomierz, suwmiarka.



Rys.1. Schemat układu do wyznaczania charakterystyki hallotronu.

IV. Wykonanie pomiarów:

I. Cechowanie hallotronu

a. Zmontować obwód zasilania i obwód pomiarowy hallotronu zgodnie z rysunkiem 1.
b. Ustawić prąd zasilania hallotronu na 20 mA i za pomocą układu kompensującego wyzerować wskazania miliwoltomierza ustawionego na zakres umożliwiający pomiary w zakresie do 5 mV. Układ kompensujący posiada dwa potencjometry, jeden do zgrubnej, a drugi do precyzyjnej regulacji. Jeżeli nie możemy wyzerować miliwoltomierza należy zmienić biegunowość zasilania hallotronu lub układu kompensującego.
c. Połączyć solenoid z zasilaczem. Umieścić hallotron na osi solenoidu w połowie jego długości. Zmieniając natężenie prądu płynącego przez solenoid od 600 mA do 1400 mA co 100mA odczytywać wartość napięcia Halla. Przed każdym pomiarem przeprowadzić kompensację napięcia hallotronu przy zerowym polu magnetycznym (odłączony zasilacz solenoidu).

Uwaga!

Solenoid powinien być połączony z zasilaczem tylko na czas pomiaru, aby uniknąć grzania się uzwojenia.

d. Za pomocą suwmiarki zmierzyć gęstość uzwojenia, długość i promień solenoidu.

II. Wyznaczanie nieznanych pól

a. Hallotron nadal znajduje się wewnątrz solenoidu w połowie jego długości. Ustawić wartość prądu płynącego przez solenoid I=1200 mA. Przesuwając hallotron wzdłuż osi solenoidu co 2 cm, odczytywać wartość napięcia Halla. Pomiary indukcji magnetycznej przeprowadzić w zakresie od środka do przynajmniej 2 cm poza solenoid.
b. Połączyć cewki Helmholtza z zasilaczem i ustawić wartość prądu równą 2A. Poczynając od środka układu cewek przesuwać hallotron wzdłuż osi układu co 1cm do końca zaznaczonej w układzie skali odczytując napięcie Halla. Pomiar powtórzyć dla osi symetrii układu cewek prostopadłej do osi cewek w zakresie od środka układu do długości promienia cewki.

V. Opracowanie wyników:

a. Dla wszystkich wartości natężeń prądu (część I) obliczyć wartości indukcji pola magnetycznego wewnątrz solenoidu wg. wzoru:

$$B = \frac{nI\mu_0}{\sqrt{1+\left(2R/l\right)^2}},$$

gdzie $n = N/l$ jest gęstością zwojów solenoidu, N - ilość wszystkich zwojów, l - długość solenoidu, R - promień solenoidu, I - natężenie prądu, μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni.

Wykreślić zależność wartości indukcji pola magnetycznego B wewnątrz solenoidu od natężenia prądu B(I). Metodą różniczki zupełnej wyznaczyć niepewności pomiarowe B i zaznaczyć je na wykresie.

Wykreślić zależność mierzonego napięcia Halla U_H od natężenia prądu - $U_H(I)$. Na wykresie zaznaczyć niepewności pomiarowe. W przypadku pomiaru U_H miliwoltomierzem cyfrowym przyjąć, że maksymalna niepewność pomiarowa jest równa 5 jednostkom niepewnej cyfry, a w przypadku miliwoltomierza analogowego niepewność pomiarową odczytać z klasy przyrządu.

Korzystając z powyższych zależności wykreślić charakterystykę hallotronu tzn. zależność napięcia Halla od indukcji pola magnetycznego - $U_H(B)$. Na wykres nanieść również obliczone niepewności pomiarowe. Metodą regresji liniowej wyznaczyć nachylenie charakterystyki, jej odchylenie standardowe oraz współczynnik regresji r.

b. Korzystając z wykonanej charakterystyki wykreślić zależność wartości indukcji pola magnetycznego na osi solenoidu od odległości od środka solenoidu - B(x). Zaznaczyć niepewności pomiarowe. Na wykres nanieść krzywą teoretyczną obliczoną wg. wzoru:

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{n I}\mu_0}{2}\left(\frac{z_2}{\sqrt{R^2 + z_2^2}} - \frac{z_1}{\sqrt{R^2 + z_1^2}}\right),$$
$$\mathrm{z}_1 = -\left(l/2 + x\right), \quad \mathrm{z}_2 = \left(l/2 - x\right).$$

Korzystając z symetrii układu cewek Helmholtza sporządzić mapę indukcji pola magnetycznego dla układu cewek Helmholtza. Oszacować niepewności pomiarowe.

Literatura:

1. A. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki,* t.2 cz.II., PWN, Warszawa 1991.
2. S. Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna,* cz.III Elektryczność i magnetyzm, PWN, Warszawa 1966.
3. M. Rusek, R. Ćwirko, W. Marciniak, *Przewodnik po elektronice,* WNT, Warszawa 1986.
4. B. Jaworski, H. Dietłaf, L. Miłkowski, *Kurs fizyki*, T.II Elektryczność i magnetyzm, PWN, Warszawa 1971.

Rozdział 3

„Fale świetlne. *Optyka.*”

O_1 - Wyznaczanie ogniskowych soczewek cienkich różnymi metodami.

I. **Celem zadania** jest pomiar ogniskowych cienkich soczewek skupiających przy pomocy sferometru, poprzez pomiar odległości przedmiotu i obrazu od soczewki oraz z wykorzystaniem metody Bessela. Znając ogniskową soczewki skupiającej wyznaczyć ogniskową soczewki rozpraszającej.

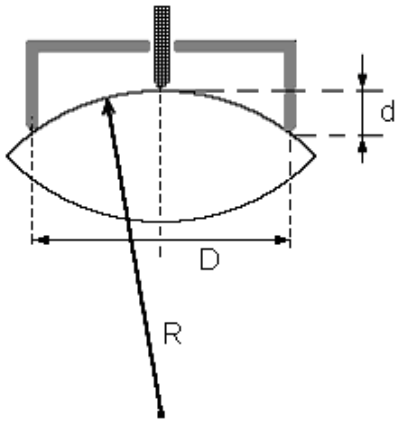
II. **Materiał do samodzielnego przygotowania**:
soczewki i parametry je opisujące. Wykorzystanie soczewek do budowy przyrządów optycznych (lupa, luneta, mikroskop). Bieg promieni i zasada konstruowania obrazów wytwarzanych przez soczewki różnego rodzaju. Podstawowe równania je opisujące. Wyznaczanie ogniskowych i promieni krzywizny soczewek.

III. **Przyrządy:**
Wybrane soczewki skupiające oraz wklęsłe, ława optyczna, sferometr, suwmiarka, lampa, ekran.

IV. **Przeprowadzenie pomiarów:**

I. *Pomiar przy pomocy sferometru.*

1. Wybrać (po ustaleniu z prowadzącym) soczewki, dla których należy wyznaczyć ogniskowe.
2. Wyzerować sferometr poprzez położenie go na płytce szklanej i dokręcenie pokrętłem od śruby mikrometrycznej. Odczytać wskazania na śrubie.
3. Ponowić pomiar kładąc sferometr na soczewce (soczewka jest sferą kulistą zatem nie na znaczenia wybór miejsca na soczewce). Zmierzyć d po obu stronach soczewki (d_1 i d_2) rys.1.



rys.1

4. Zmierzyć suwmiarką odległość D sferometru.
5. Obliczyć R_1 i R_2 ze wzoru:

$$R = \frac{1}{2}d + \frac{1}{8}\frac{D^2}{d}.$$

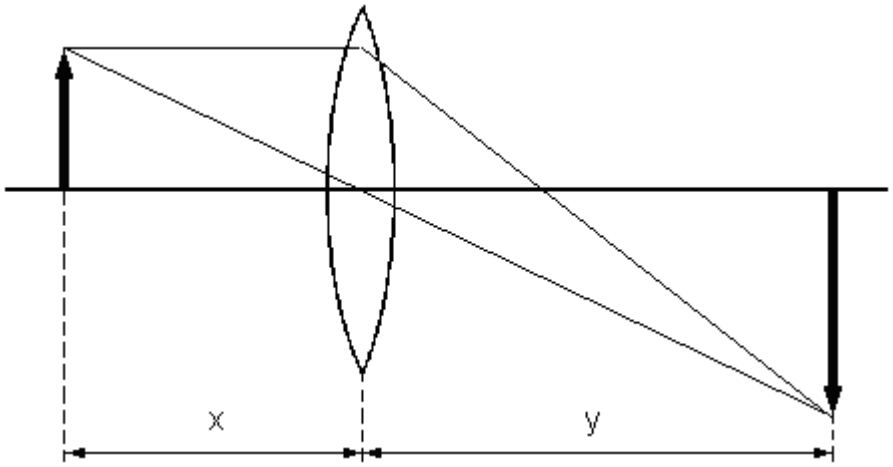
6. Obliczyć ogniskową soczewki ze wzoru:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

gdzie:
f - ogniskowa soczewki
n - współczynnik załamania materiału, z którego wykonano soczewkę
n' - współczynnik załamania ośrodka otaczającego soczewkę (mierzony względem próżni)
R_1, R_2 - promienie krzywizny soczewki
przyjąć dla soczewki w powietrzu n/n' = 1.51

II. Wyznaczanie ogniskowej soczewki poprzez pomiar odległości przedmiotu i obrazu od soczewki.

1. Ustawić źródło światła, przedmiot, soczewkę i ekran w taki sposób, aby otrzymać ostry obraz. Zachować możliwie największą odległość l przedmiotu od ekranu.



rys. 2

2. Zmierzyć odległości l, x oraz y (l = x + y).
3. Wykonać polecenia z punktu 1 i 2 dla przynajmniej dziesięciu różnych wartości l zmieniając l co 5 cm lub według zaleceń prowadzącego ćwiczenie. Dla wartości l bliskich 4f zmieniać l co 1cm.
4. Wpisać wyniki do tabeli zawierającej wartości x, y, l.
5. Obliczyć ogniskową soczewki ze wzoru:

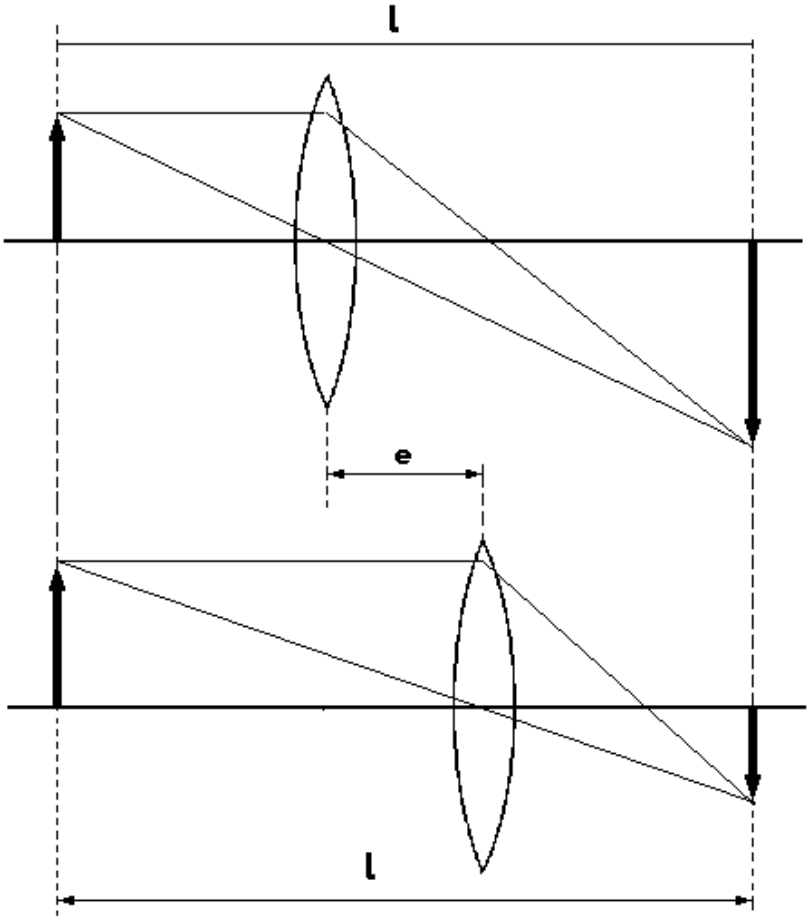
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

(proponowana tabelka obserwacji)

	Obraz powiększony					Obraz pomniejszony				
Odległość przedmiotu od ekranu l										
Odległość przedmiotu od soczewki x										
Odległość obrazu od soczewki y = l-x										
Odległość ogniskowa f										
Wartość średnia f										

III. <u>Wyznaczanie ogniskowej metodą Bessela.</u>

1. Ustawić źródło światła, przedmiot, soczewkę i ekran w taki sposób, aby otrzymać ostry obraz. Zachować możliwie największą odległość l przedmiotu od ekranu .
2. Zmierzyć odległości l, x oraz y.
3. Przy ustalonej wartości l znaleźć takie dwa położenia soczewki, dla których uzyskamy na ekranie dwa ostre obrazy: powiększony a następnie pomniejszony. Zmierzyć l = x + y oraz e = y - x (rys.3).



rys.3

4. Przeprowadzić pomiary z punktu 3 dla trzech różnych odległości l.
5. Obliczyć *f* ze wzoru:

$$f = \frac{l^2 - e^2}{4l}$$

IV. Wyznaczanie ogniskowej soczewki rozpraszającej.

1. Zetknij soczewkę rozpraszającą z soczewką zbierającą o znanej ogniskowej f_z , tak aby tworzyły układ zbierający.
2. Wyznacz ogniskową układu f_u w taki sam sposób jak dla soczewki pojedynczej metodą II.
3. Wyznacz ogniskową soczewki rozpraszającej f_r, korzystając z zależności:

$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_r} + \frac{1}{f_z}$$

II. **Opracowanie wyników:**

1. Obliczyć ogniskową soczewki na podstawie pomiarów wykonanych sferometrem.
2. Obliczyć ogniskową w/g metody II.
3. Obliczyć ogniskową korzystając z metody Bessela.
4. Obliczyć błędy maksymalne ogniskowej metodą różniczki zupełnej, wyznaczonej różnymi metodami.
5. Obliczyć średnią ważoną z wartości ogniskowych otrzymanych różnymi metodami.

Literatura:

[1]. J.R. Meyer – Arendt, Wstęp do optyki

[2]. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna, PWN 2003

[3]. S. Pieńkowski, Optyka PWN. 1955

[4]. A.K. Wróblewski, J.A. Zakrzewski, Wstęp do Fizyki PWN 1976

[5]. D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, Podstawy fizyki, T.3 PWN 1997

[6]. M. Jaworski, Fizyka

[5]. w/g zaleceń prowadzącego

O_3 – Interferencja światła.

I. **Celem zadania** jest wyznaczenie, z wykorzystaniem zjawiska dyfrakcji i interferencji światła, szerokości szczeliny, grubości włosa oraz stałej siatki dyfrakcyjnej.

II. **Materiał do samodzielnego przygotowania**:

Natura światła. Zjawisko dyfrakcji i interferencji światła. Warunki interferencji światła, doświadczenie Younga. Siatka dyfrakcyjna i wielkości ja opisujące.

III. **Przyrządy:**

Laser He-Ne, ława optyczna, obiekty badań, przymiar liniowy, ekran z papierem milimetrowym, ołówek.

IV. **Przeprowadzenie pomiarów:**

1. Włączyć laser He-Ne do sieci, włączyć zasilanie lasera.
2. Umieścić na ławie optycznej w określonej odległości od ekranu umocowany w ramce włos (kolejno szczelinę oraz siatkę dyfrakcyjną).
3. Skierować wiązkę światła tak, aby padała na włos prostopadle i obserwować pojawiające się prążki interferencyjne na ekranie. Ustawić ostro obraz prążków na ekranie.
4. Zaznaczyć ołówkiem na ekranie z papieru milimetrowego odległość między prążkami (ciemne jako bardziej ostre) na odległości **l** po obu stronach prążka zerowego. Znajdzie się tam **m** prążków ($\frac{l}{m} = x_j$ - wielkość prążka).
5. Pomiar z punktu 2, 3 i 4 wykonać dla pięciu różnych odległości (**L**) od ekranu.
   (Uwaga: zacząć od maksymalnej odległości (L) a potem zmieniać np. co 50 cm lub o odległość wymaganą przez prowadzącego laboratorium).
6. Pomiary z punktu 2, 3, 4 i 5 wykonać dla szczeliny oraz siatki dyfrakcyjnej.
   Uwaga: dla siatki dyfrakcyjnej odległość między prążkami zmierzyć przymiarem liniowym.

V. **Opracowanie wyników:**

1. Z zaznaczonych na ekranie minimów interferencyjnych wyliczyć wielkość prążka x_j dla danej odległości L_j i zapisać w tabelce.
2. Obliczyć grubość włosa, odległość między szczelinami d_j z zależności:

$$d_j = \frac{\lambda \cdot L_j}{x_j}$$

3. Znaleźć ich wartości średnie odpowiednio dla włosa, szczeliny oraz siatki dyfrakcyjnej.
4. Oszacować niepewności pomiarowe dla L oraz x.

5. Obliczyć grubość włosa oraz szerokość szczeliny i niepewność pomiaru S_a także z regresji liniowej:

$$d\,x = \lambda \cdot L\,, \quad \text{gdzie:} \quad d = a,\ y = \lambda\, L$$

6. Niepewność pomiarową dla siatki dyfrakcyjnej obliczyć metodą różniczki zupełnej.
7. Obliczyć ilość szczelin siatki dyfrakcyjnej przypadająca na 1 mm.

Literatura:

[1]. Cz. Bobrowski, Fizyka, WNT 1998

[2]. D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, Podstawy fizyki, T.2, PWN 2005

[3]. J. Orear, Fizyka T1. WNT 1993

[4]. w/g zaleceń prowadzącego

O_7 - Pierścienie Newtona

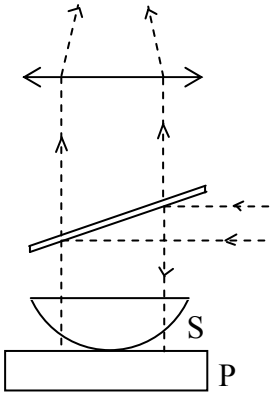
I. **Celem zadania** jest wyznaczenie, metodą interferencji światła, promienia krzywizny soczewki płasko-wypukłej.

II. **Materiał do samodzielnego przygotowania:**

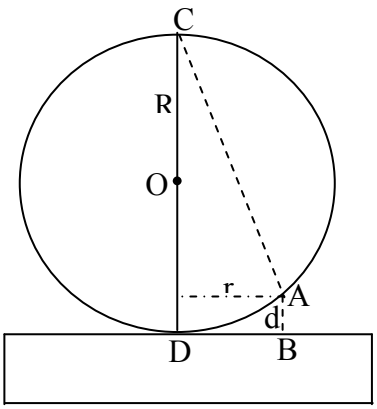
Zjawisko interferencji światła (warunki interferencji, wzmocnienia i wygaszenia). Powstawanie prążków jednakowego nachylenia i jednakowej grubości. Znaleźć związek promieni powstających prążków interferencyjnych (r) z promieniem krzywizny soczewki (R) rys.1a.

III. **Przyrządy:**

Mikroskop dostosowany do oświetlenia z góry (rys. 1b). Zestaw optyczny (płytka płasko-równoległa (P) i soczewka płasko-wypukła (S), lampa sodowa.



Rys. 1b



Rys. 1a $\quad R = \frac{r_k^2}{k \cdot \lambda}$

IV. **Przeprowadzenie pomiarów:**

1. Na przesuwanym stoliku mikroskopu ułożyć zestaw do pierścieni Newtona tj.: płytkę z soczewką płasko-wypukłą.
2. Oświetlić z góry badany układ optyczny.
3. Przesuwając tubus mikroskopu i stolik znaleźć ostre pierścienie Newtona (okrągłe prążki).
4. Naprowadzić krzyż z nici pajęczych mikroskopu na środek układu pierścieni.
5. Przesuwając stolik wzdłuż średnicy kolejnych 15 prążków odczytywać i zapisywać w tabelce wartości ze śruby mikrometrycznej stolika.

   Uwaga! Korygować promienie z prawej (P) i lewej (L) strony prążka centralnego, by nić pajęcza była styczna do prążka podczas odczytu.

V. **Opracowanie wyników:**

1. Odejmując wartości odczytu lewego (L) od prawego (P) obliczyć wartość promienia powstającego kolejnego prążka w/g zależności $r_k = \frac{P-L}{2}$ oraz ich kwadraty r_k^2.

k	P	L	r_k	r_k^2
0	0	0	0	0
1				
15				

2. Obliczyć promień krzywizny soczewki (R) z zależności:

   $R = \frac{r_k^2}{k \cdot \lambda}$; gdzie k – numer prążka, λ = 589.3 nm, metodą regresji liniowej poprzez linearyzację powyższej zależności do postaci y = ax, $R \cdot k \cdot \lambda = r_k^2$, gdzie $y = r_k^2$, $a = R$, $x = k \cdot \lambda$.

   Wyznaczyć odchylenie standardowe S_a oraz współczynnik korelacji liniowej (patrz wstęp, wzory 19 – 23).

   Uwaga!:

   Sporządzić wykres $r_k^2(k)$ i z nachylenia prostej wyznaczyć promień krzywizny R (dla tych którzy nie znają jeszcze regresji liniowej).

Literatura:

[1]. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, T.2, PWN 2005

[2]. wykład prof. J. Heldt dla Ochrony Środowiska

[3]. J. Orear, Fizyka, T.1, WNT 1993

[4]. Cz. Bobrowski, Fizyka, WNT 1998

[5]. w/g zaleceń prowadzącego

O_{14} – Interferometr Jamina.

I. **Celem zadania** jest wyznaczenie współczynnika załamania powietrza dla różnych ciśnień mniejszych od ciśnienia atmosferycznego metodą interferencji światła, oraz wyznaczenie grubości płytki refraktometru.

II. **Materiał do samodzielnego przygotowania**:

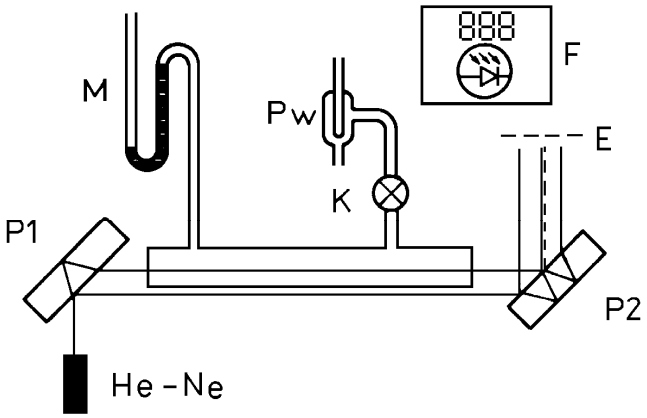
Warunki interferencji światła, wzmocnienie i wygaszenie. Doświadczenie Younga.

Interferencja na płytce płasko równoległej. Budowa i zasada działania interferometru Jamina.

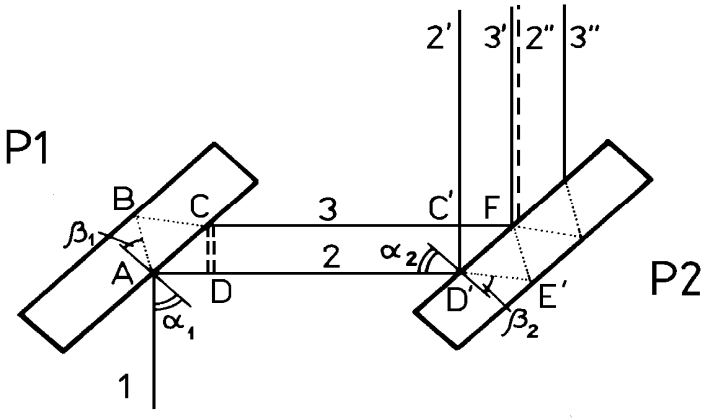
III. **Przyrządy:**

Interferometr Jamina, manometr wodny, pompka wodna, fotodioda, oscyloskop, przymiar liniowy.

Schemat budowy interferometru Jamina



Bieg promieni interferujących.



IV. **Przeprowadzenie pomiarów:**

1. Ustawić płasko-równoległą płytkę szklaną tak, aby wiązka światła z lasera He-Ne padała na nią pod kątem 45^0. Zaznaczyć na papierze milimetrowym odległość pomiędzy wiązkami wychodzącymi z płytki.
2. Zmierzyć długość metalowej rury, a następnie ustawić ją na drodze promieni wychodzących z pierwszej płytki w taki sposób, aby przez rurę przechodziła tylko jedna wiązka światła.
3. Za rurą ustawić, równolegle do pierwszej płytki, druga płytkę płasko-równoległą (wiązki światła przechodzące przez rurę powinny padać na tę płytkę) i skierować wiązki światła z niej wychodzące na ekran (rys.2a). Wiązka środkowa powinna wykazywać strukturę prążkową.
4. Na drodze środkowej wiązki światła ustawić fotodiodę.
5. Sprawdzić poziom wody w rurkach manometru, w razie potrzeby uzupełnić do około 450 mm wysokości słupka wody.
6. Włączyć pompkę i posługując się kranem K połączyć rurę z pompką wodną. Odpompować z rur powietrze aż do uzyskania górnego poziomu w rurce manometru 870 mm, co da różnicę ciśnień $\Delta p \approx \ldots$ mm słupa wody.
7. Zamknąć kran K i liczyć jasne prążki przesuwające się (w miarę, jak ciśnienie w odpompowanej rurce wzrasta do wartości początkowej) w centrum obrazu interferencyjnego. Pojawianie się kolejnych maksimów natężenia światła na powierzchni fotodiody uwidacznia się w postaci kolejnych odchyleń od zera na oscyloskopie. Zanotować liczbę rzędów interferencji Δm i odpowiadającą jej zmianę ciśnienia Δp. Czynności zalecone w punktach 4 5 i 6 powtórzyć pięciokrotnie dla wybieranych ciśnień różniących się od poprzedniego o 50 mm H_2O.

   Otrzymywane odchylenia na oscyloskopie dla wybranych ciśnień zapisywać w tabeli (przykładowo):

p_1	p_2	Δp	Δm	Δn	$\Delta p_{pasc.}$	c_p He
810	125	685	36	1.7524	6718	50,36

V. **Opracowanie wyników:**

1. Przyjmując, że kąt padania światła na pierwszą płytkę wynosi 45º i znając odległość między wiązkami wychodzącymi z płytki obliczyć grubość płytki płasko-równoległej. (Wykonać stosowny rysunek i obliczenia).

2. Korzystając z zależności $\mathbf{\Delta n = \frac{\Delta m \cdot \lambda}{l}}$ obliczyć zmiany współczynnika załamania powietrza odpowiadające jednostkowej różnicy ciśnień $\frac{\Delta n}{\Delta p}$.

3. Znając współczynnik załamania wiązki lasera He-Ne $\lambda = 6328$ Å dla powietrza pod normalnym ciśnieniem n = 1.0002759 wyliczyć z regresji liniowej zmianę współczynnika załamania (**Δn**); **a** oraz niepewność pomiaru ($\mathbf{S_a}$) na jednostkę ciśnienia po zamianie mm słupa wody na mm Hg i pascale.

   $\frac{\Delta n}{\Delta p} \cdot \Delta p = \Delta n$, gdzie $\frac{\Delta n}{\Delta p} = a$, $\Delta p = x$, $\Delta n = y$.

4. Przeanalizować wyniki zmiany współczynnika załamania w funkcji ciśnienia.

Literatura:

[1]. S. Pieńkowski, Optyka

[2]. Sz. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna - Optyka

[3]. D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, Fizyka, PWN 1997

[4]. w/g zaleceń prowadzącego

Rozdział 4

„*Spektroskopia*”

O_2 - Pomiar i analiza widm liniowych.

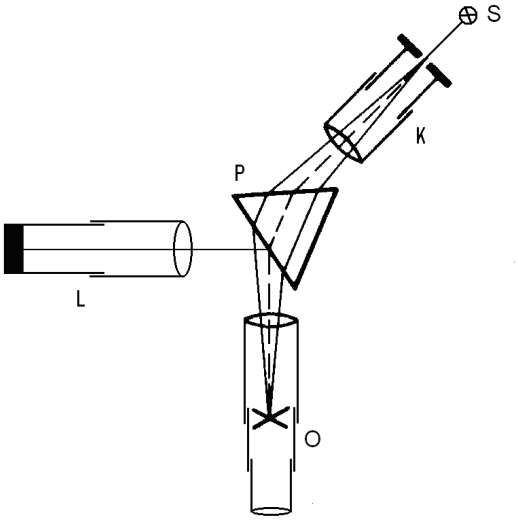
I. **Cel ćwiczenia:** sporządzenie krzywej dyspersji dla spektroskopu pryzmatycznego. Wykonać pomiary widm dla gazu nieznanego i zidentyfikować go wykorzystując uprzednio otrzymaną krzywą dyspersji.

II. **Materiał do samodzielnego przygotowania:**

Budowa materii, drobiny, atomy i ich modele. Sposoby i skutki wzbudzania atomów, widma emisyjne. Rodzaje widm. Przyrządy dyspersyjne. Budowa i zasada działania spektroskopu.

III. **Przyrządy:**

lampa sodowa, rurki Plückera wypełnione gazami różnych pierwiastków, spektroskop.



S – źródło światła
L – lunetka ze skalą
K – kolimator
O – lunetka do obserwacji widm

Budowa i bieg promieni w spektroskopie

IV. **Przeprowadzenie pomiarów:**

1. Ustawić spektroskop tak, aby obserwowane linie widmowe były ostre i usytuowane na podziałce liniowej. Uzyskanie ich jest możliwe przez dobór odpowiednich szerokości i wysokości szczeliny w kolimatorze oraz odpowiedniego usytuowania lunetki ze skalą L i lunetki obserwacyjnej O, w której to powinno być widać obraz skali od 0 do 10 działek i na niej widmo badanego pierwiastka w postaci ostrych linii.
2. Umocować kolimator K i lunetkę ze skalą L, aby ich położenie nie zmieniało się podczas wykonywania ćwiczenia.

3. Obserwować i zapisywać pojawiające się linie widmowe na tle skali dla różnych lamp i rurek Plückera ze znanymi gazami w/g tabelki:

Lp.	położenie na skali	barwa	natężeni linii (silna, słaba, …)	dłg. fali
1. 2.				

4. Powtórzyć pomiary jak w punkcie 3 dla rurki z nieznanym gazem.

V. **Opracowanie wyników:**

1. Przeanalizować zapisaną tabelkę, posługując się podanymi parametrami linii widmowych dla danych pierwiastków (dla poszczególnych gazów dołączone w zadaniu – załącznik) zidentyfikować długości fal i wpisać do tabelki.
2. Sporządzić krzywą dyspersji (wykreślić na papierze milimetrowym zależność długości fali (oś y) od skali spektroskopu (oś x)).
3. W oparciu o krzywą dyspersji określić długości fal nieznanego pierwiastka i zidentyfikować go.
4. Przeprowadzić graficzną dyskusję błędu.

Literatura:

[1]. H. Szydłowski, Pracownia Fizyczna

[2]. S. Szczeniowski, Fizyka atomowa cz. V

[3]. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, T.2, PWN 2005

[4]. w/g zaleceń prowadzącego

Załącznik:
Zestaw parametrów charakteryzujących linie widmowe sodu, wodoru, rtęci, helu i neonu:

LINIE WIDMOWE SODU (Na)

dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa	dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa
4668	200	indygo	5890	5000	żółta
4983	200	zielono-niebieska	5896	5000	żółta
5149	400		6154	500	
5154	600	zielona	6161	500	pomarańczowa
5685	300	żółto-zielona	6420		czerwona

LINIE WIDMOWE WODORU (H)

dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa	dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa
3798	20		4340	200	fiolet
3835	40		4861	500	niebieska
3889	60		6562,73	1000	
3970	80		65672,85	2000	czerwona
4102	100				

WIDMO LAMPY RTĘCIOWEJ (Hg)

dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa	dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa
4047	300	b. ciemny fiolet	5354	30	
4078	150		5365	20	
4108	5		5385	15	
4347	50		5461	2000	jasno-zielona
4339	20		5678	80	
4358	500	fiolet	5770	200	żółta
4916	50		5790	200	
4960	5		6234	15	pomar.-żółta
5026	20		6716	80	czerwona
5046	15		6907	125	
5120	20				

LINIE WIDMOWE HELU (He)

dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa	dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa
3820	50		4922	50	niebiesko-zielona
3889	1000		5016	100	
3965	50		5048	15	
4026	70		5412	50	zielona
4388	30	fiolet	5876	1000	żółta
4471	100		6560	100	
4686	300	indygo	6678	100	czerwona
4713	40	niebieska	7065	70	ciemno czerwona

LINIE WIDMOWE NEONU (Ne)

dł. fali [Å]	wzgl. natężenie	barwa
4538	1000	indygo
4704	1500	
4709	1200	
4712	1000	
4715	1500	
4753	1000	
4827	1000	
4885	1000	
4892	500	niebieska
4957	1000	zielono-niebieska
5005	500	
5038	500	
5144,94	500	
5145,01	500	
5331	600	niebieska
5341	1000	
5343	600	
5401	2000	
5413	250	
5563	500	zielona
5657	500	żółto-zielona
5719	500	
5748	500	
5764	700	
5804	500	
5820	500	
5852	2000	
5882	1000	
5945	500	
5965	500	
5974,63	500	
5975,53	600	żółta
6030	1000	
6174	1000	
6143	1000	
6164	1000	
6217	1000	
6266	1000	
6334	1000	
6383	1000	
6402	2000	
6507	1000	
6599	1000	
6678	500	
6920	1000	czerwona
7024	500	
7032	1000	
7174	1000	
7245	1000	
7489	500	ciemno-czerwona

O_6 – Pomiar i analiza widm absorpcyjnych.

I. **Celem zadania** jest pomiar widm absorpcyjnych przy pomocy spektrofotometru dla różnych stężeń roztworu. W oparciu o uzyskane widma określić stężenie nieznanego roztworu.

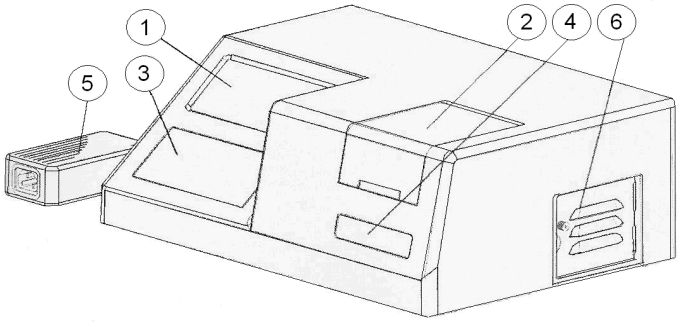
II. **Materiał do samodzielnego przygotowania**:

Absorpcja i emisja światła, prawo Lamberta-Beera. Rodzaje widm i ich struktura. Krzywe potencjalne opisujące energie drobin w stanie podstawowym i wzbudzonym. Zasada Francka-Condona i reguła Stokesa.

III. **Przyrządy:**

spektrofotometr jednowiązkowy, roztwór wyjściowy, kuwety, pipety, kolbki na roztwory, drukarka.

Spektrofotometr jednowiązkowy:



1 – wyświetlacz LCD
2 – pokrywa komory próbek
3 – klawiatura
4 – nazwa modelu i firmy
5 – zasilacz
6 – pokrywa komory lampy

(rysunek pobrany z instrukcji obsługi przyrządu)

Opis klawiszy spektrofotometru i przygotowanie przyrządu do pomiaru:

Uwaga!: Przyrząd włączyć włącznikiem z tyłu przyrządu do sieci na 30 minut przed pomiarami.

Przycisk **A/T/C** wybór trybu pomiaru **A**-absorbancja **T**-transmitancja, **C**-koncentracja

Przycisk **BLANK** ustawianie zera absorbancji, zera koncentracji lub 100% koncentracji

Przycisk **PRINT** naciśnięcie przesyła zmierzone dane do drukarki

Przyciski długości fali przyciskiem "**100**" (od 3 do 9) ustawia się dł. fali co 100 nm
przyciskiem "**010**" (od 0 do 9) ustawia się dł. fali co 10 nm
przyciskiem "**001**" (od 0 do 9) ustawia się dł. fali co 1 nm

POMIAR ABSORBANCJI:

1. włączyć drukarkę
2. w spektrofotometrze wybrać tryb A (pomiar absorbancji ABS)
3. ustawić długość fali 450 nm
4. kuwetę z wodą destylowaną umieścić w komorze pomiarowej i zamknąć pokrywę
5. nacisnąć **BLANK** (powinno wyświetlić się **0.000A**)
6. wyjąć kuwetę z wodą i umieścić w komorze próbkę mierzoną. Wynik pomiaru pojawi się na wyświetlaczu
7. nacisnąć **PRINT**
8. wyjąć próbkę i kolejnego pomiaru dokonać przy innej długości fali postępując wg punktu 3 do 8

IV. **Przeprowadzenie pomiarów:**

1. Dla wzorcowego roztworu rodaminy B w wodzie o stężeniu $c = 2 \cdot 10^{-5}$ mol/l zmierzyć widmo absorpcji tzn. odczytać wartości ekstynkcji E w zakresie od 450 – 600 nm co 10 nm. (postępując zgodnie z instrukcją opisu przyrządu). W pobliżu maksimum pomiary wykonać co 5nm.
2. Określić dokładne położenie maksimum widma dla roztworu wzorcowego.
3. Metodą kolejnych rozcieńczeń roztworu wzorcowego, korzystając z zależności $c_1 V_1 = c_2 V_2$ sporządzać roztwory o stężeniach $1.6 \cdot 10^{-5}$, $1.2 \cdot 10^{-5}$, $1 \cdot 10^{-5}$, $0.8 \cdot 10^{-5}$, $0.6 \cdot 10^{-5}$, $0.4 \cdot 10^{-5}$ mol/l i zmierzyć ich widma absorpcji w zakresie od 540 do 560 nm co 2 nm.
4. Zmierzyć ekstynkcję nieznanego roztworu w zakresie 540 do 560 nm.

V. **Opracowanie wyników:**

1. Sporządzić wykres widma absorbancji roztworu wzorcowego.
2. Na ten sam diagram nanieść wyniki E_λ dla zakresu 540 do 560 nm.
3. Znaleźć maksimum widm dla wszystkich wykresów.
4. Korzystając z linearyzacji prawa Lambera-Beera: $E_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot c \cdot d$.

   (c – stężenie roztworu, d – grubość warstwy, ε_λ – molowy współczynnik absorpcji, E_λ – absorbancja)

   wyznaczyć molowy współczynnik absorpcji $\boldsymbol{\varepsilon_\lambda}$ oraz $\mathbf{S_a}$ i współczynnik korelacji liniowej **r**.
5. Korzystając z zależności wartości ekstynkcji E_λ od stężenia oraz wyznaczonego molowego współczynnika ekstynkcji ε_λ wyznaczyć nieznane stężenie roztworu dostarczonego przez prowadzącego ćwiczenie.
6. Przeanalizować sporządzone wykresy zależności E_λ od c oraz ε_λ od c dla maksimum widma λ_{max}.

Literatura:

[1]. J. Heldt, Praca habilitacyjna 1991

[2]. A. Kawski, Fotoluminescencja roztworów

[3]. S. Szczeniowski – Fizyka atomowa, cz.V

[4]. w/g zaleceń prowadzącego