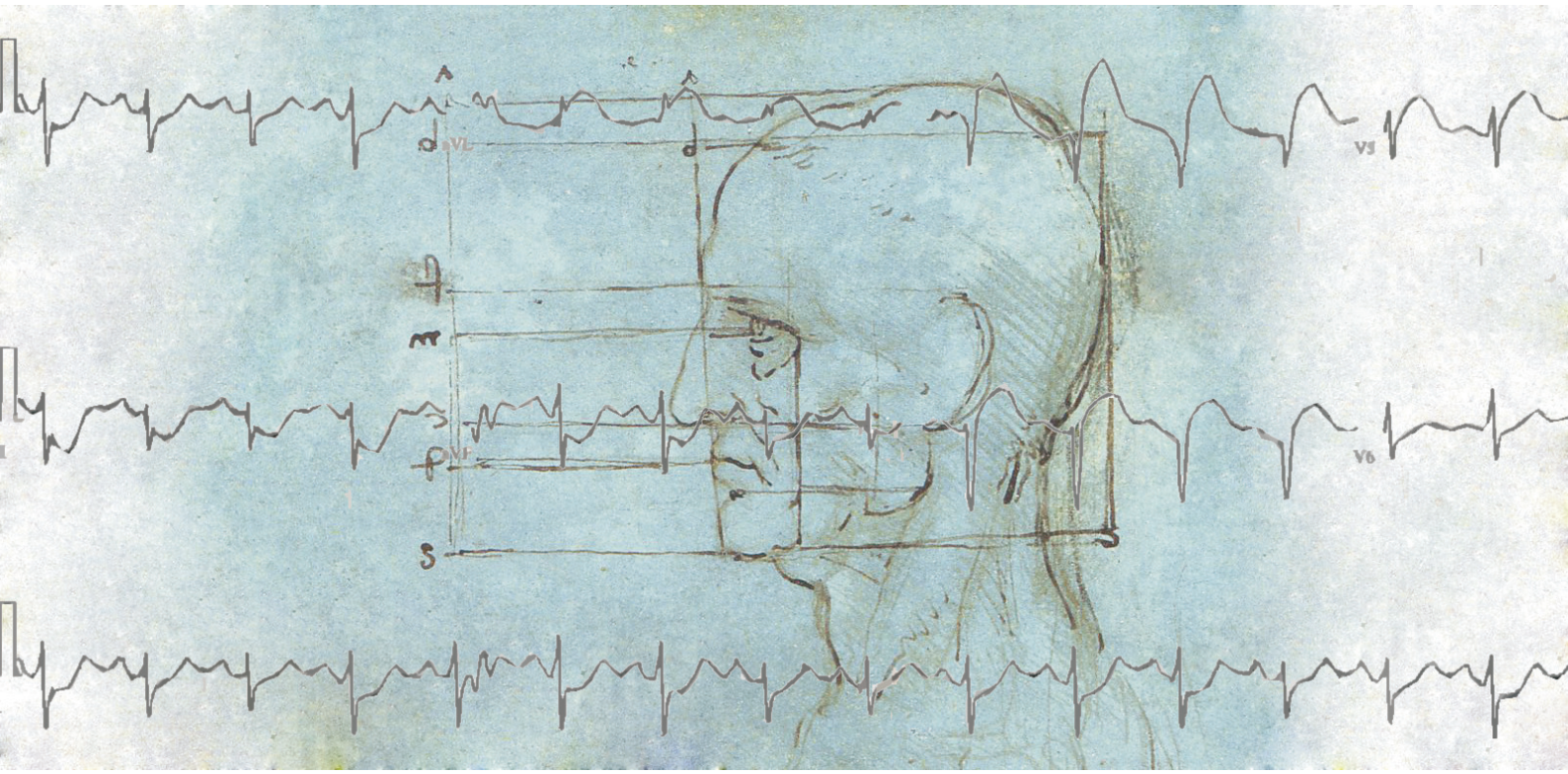


Logika

wykład

Agata Janaszczyk

Gdańsk, 2011

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytetu Gdańskiego

Skrypt powstał w ramach projektu „Kształcimy profesjonalistów – kompleksowy program kształcenia skierowany do studentów, absolwentów oraz studentów niepełnosprawnych Uniwersytetu Gdańskiego” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIWERSYTET GDAŃSKI

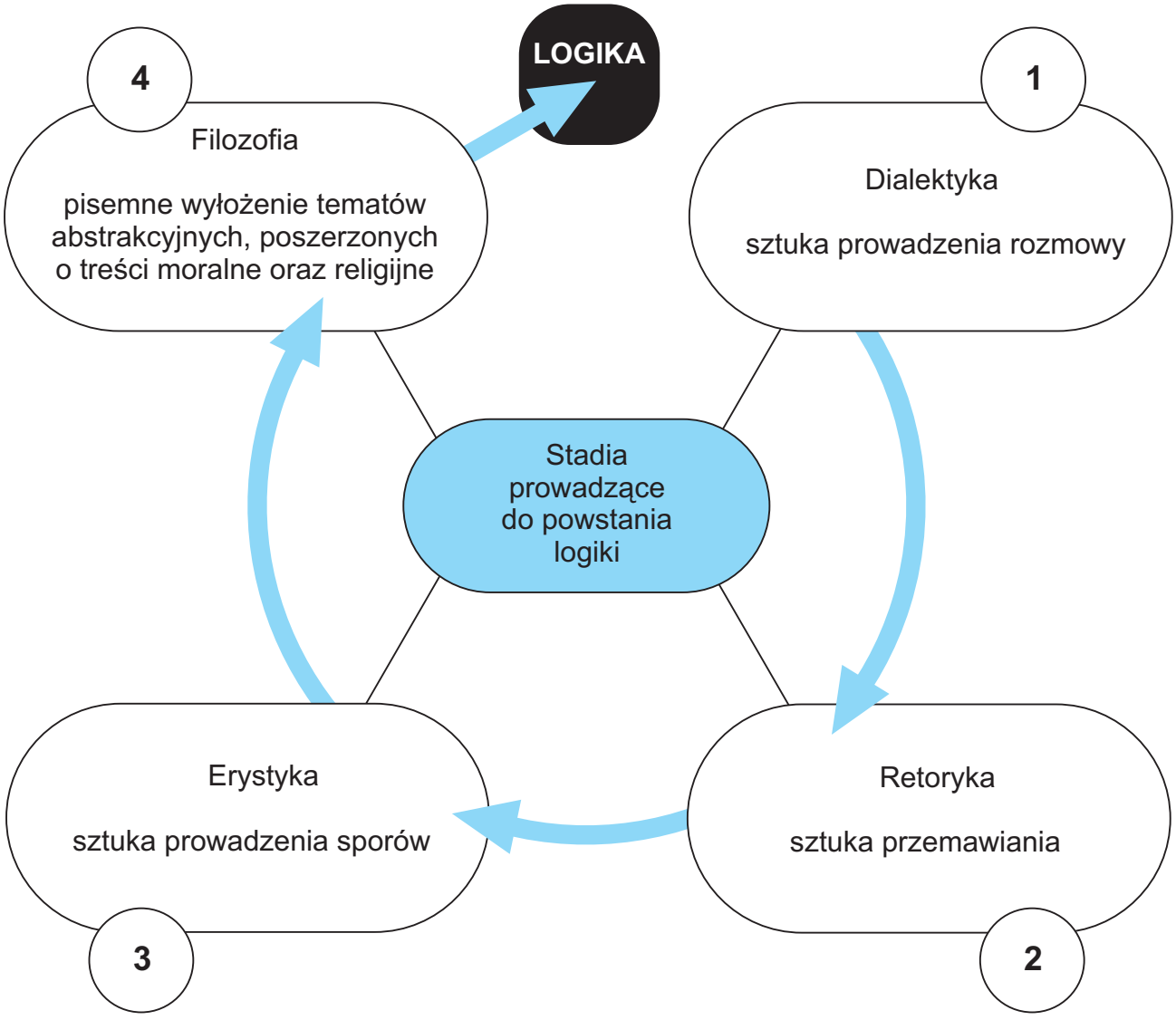
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

WYKŁAD 1

Logika: źródła, etymologia, przedmiot

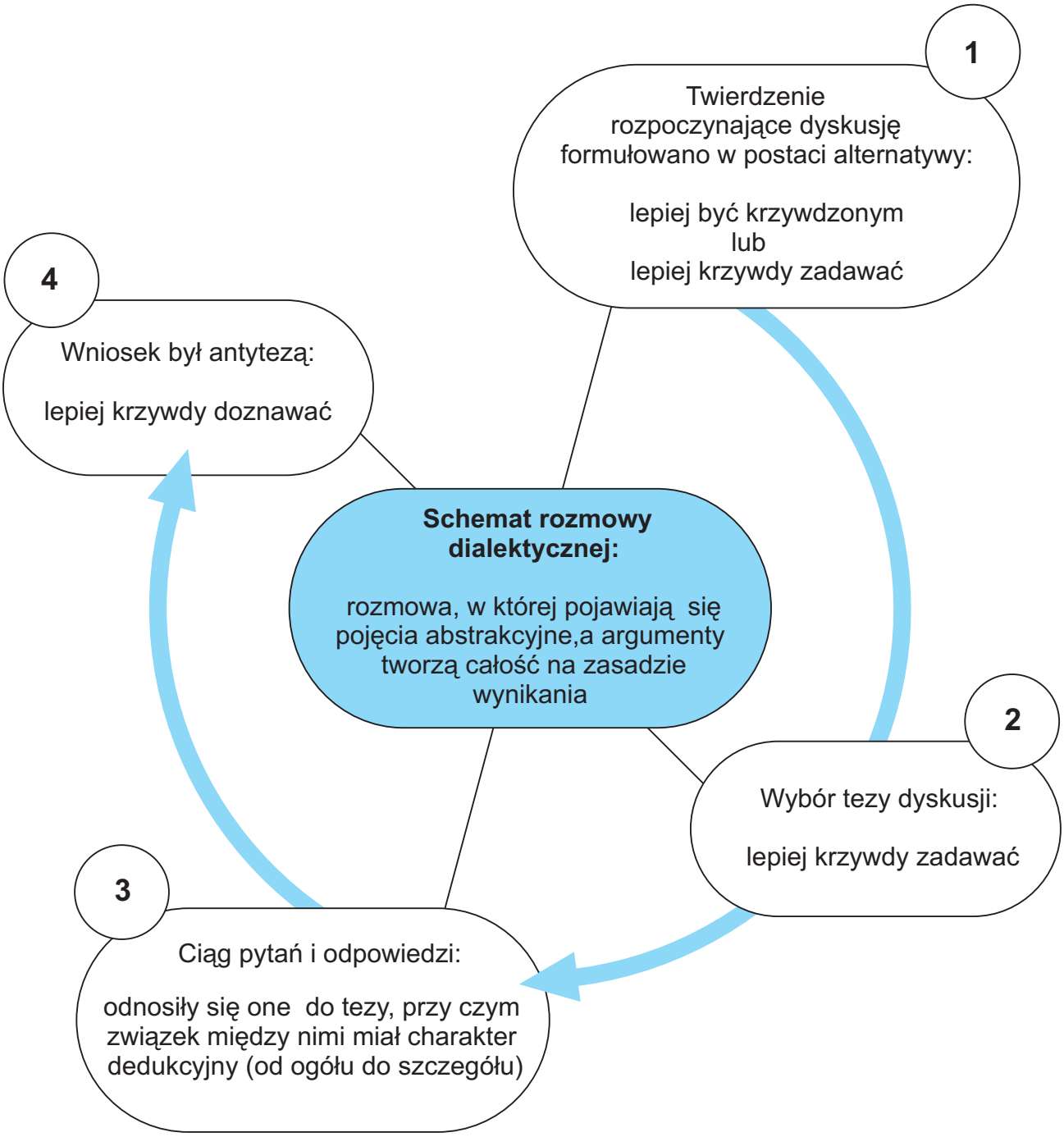
1.1. Genealogiczne ujęcie logiki

Logika, podobnie jak większość dziedzin naukowych, ma swoją historię i genealogię. I tak pod względem historycznym zwykło się akcentować rolę Arystotelesa w powstaniu logiki jako samodzielnej dyscypliny, którą rozwijali następnie między innymi stoicy, William Ockham, szkoła Port-Royal, Gottfried Wilhemlm Leibniz, Immanuel Kant, George Boole, czy też w XIX i XX wieku Gottlob Fregee, Alfred Tarski. Niemniej jednak należy zwrócić uwagę na specyficzne warunki, które umożliwiły powołanie logiki jako specyficznego rodzaju dyskursu. Owe warunki dotyczą rozwoju myślenia dyskursywnego, które stało się podstawą europejskiej kultury intelektualnej, a mianowicie chodzi o atmosferę umysłową starożytnej Grecji, stanowiącą o poznawczych, naukowych wzorcach percepcyjnych. W takim genealogiczno - kulturowym ujęciu należy wskazać stadia, które stanowiły warunki konstytucji logiki, czyli teorii poprawnego myślenia.



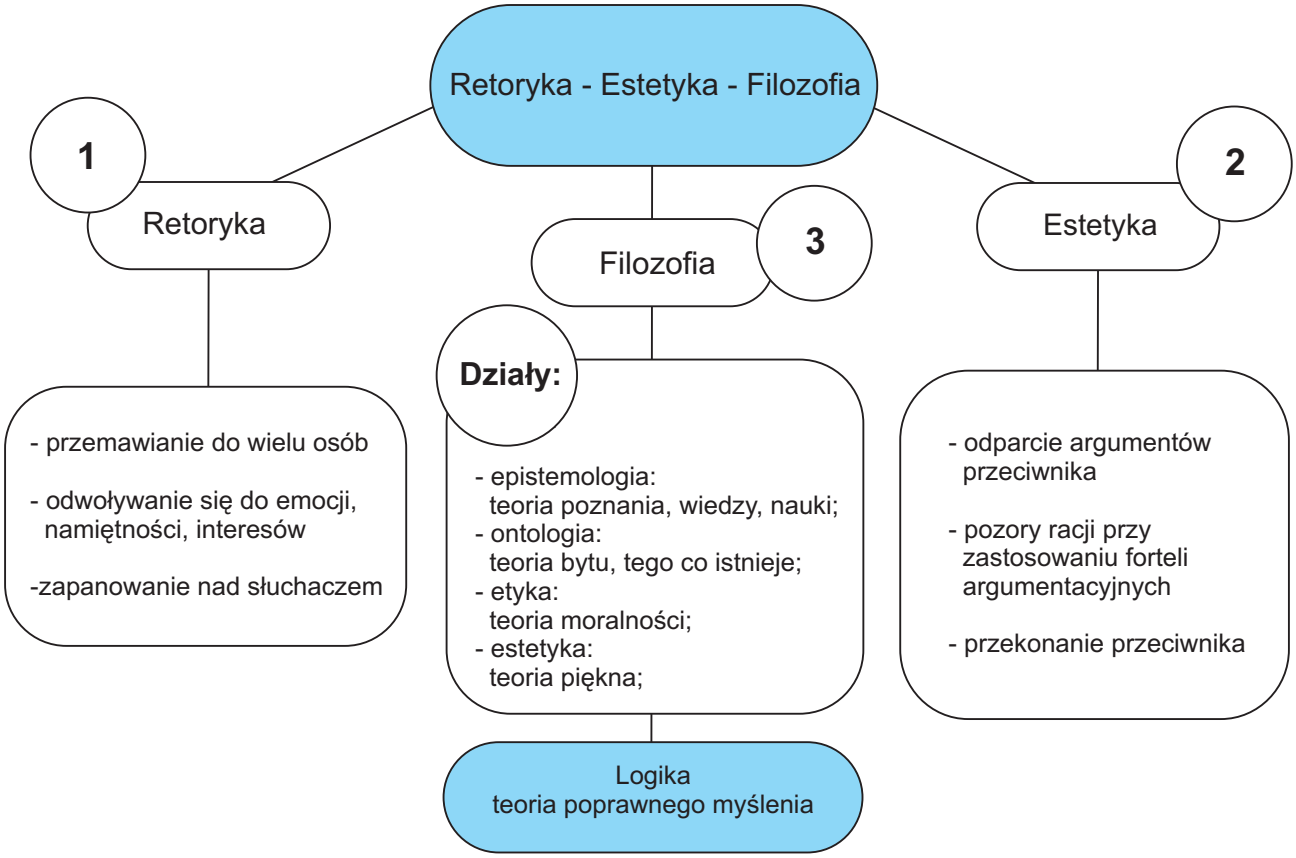
Dialektyka zawierała elementy, stanowiące swego rodzaju podstawę dla logiki rozumianej w kategoriach nauki, której przedmiotem jest myślenie. Na ową sztukę prowadzenia rozmowy składały się zarówno pewien schemat wnioskowania, co w logice jako takiej stanie się istotnym motywem przewodnim; forma schematu rozmowy przypominała to, co w logice zostało określone jako dowód; związki, jakie zachodziły między poszczególnymi argumentami formułowanymi w ramach rozmowy miały charakter dedukcyjny, a tego typu

wnioskowanie stanowi jeden z podstawowych rodzajów niezawodnego myślenia. Pamiętając o tym, iż logika była integralną częścią filozofii, w ramach dialektyki pojawiły się też elementy, które były istotne z punktu widzenia filozofii jako takiej. Częściami składowymi dialektyki były abstrakcyjne pojęcia, sam zaś temat dotyczył kwestii związanych z prawdą, sprawiedliwością, istotą dobra, zła, czyli problemów związanych z dążeniem do osiągania nie tylko wiedzy, ale swego rodzaju mądrości.



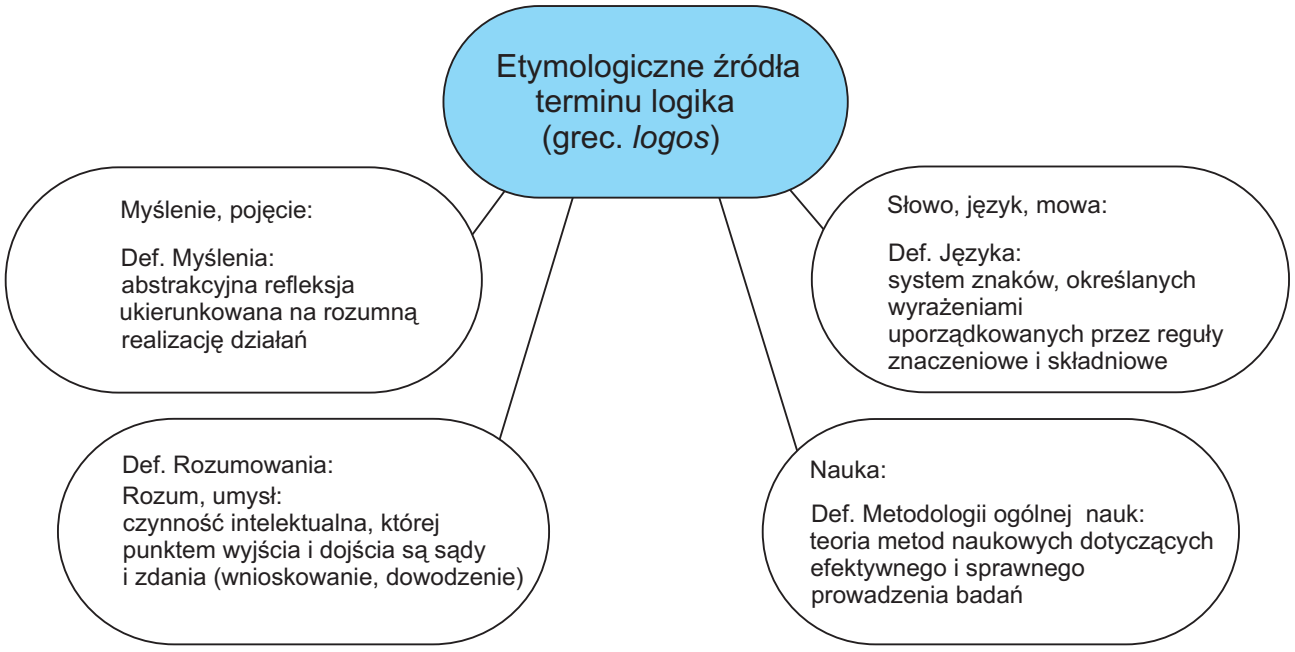
Z kolei dla retoryki i erystyki istotne było słowo, język, tak pod względem pewnych stałych elementów na przykład topów, toposów, jak też struktury wypowiedzi. Dla logiki równie ważkim przedmiotem zainteresowań jest język. Logika uwzględnia zagadnienia związane z budową i znaczeniem wyrażeń językowych, przy szczególnym akcentowaniu ich

schematycznego zapisu. Natomiast w odniesieniu do filozofii, logika przejęła dążenie do poszukiwania istoty prawdy, fałszu, a także pewnego, naukowego poznania.

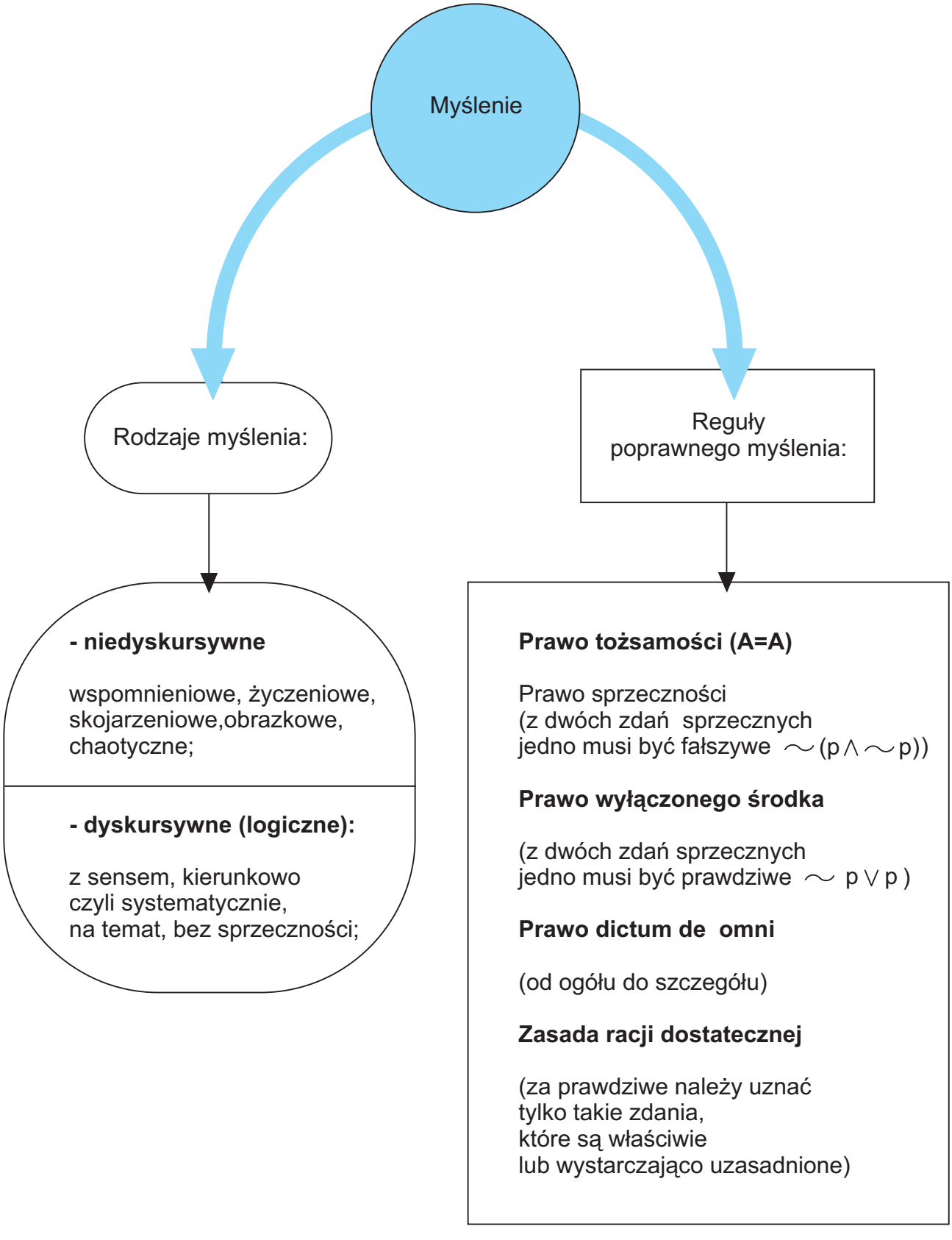


1.2. Obszary zainteresowania logiki

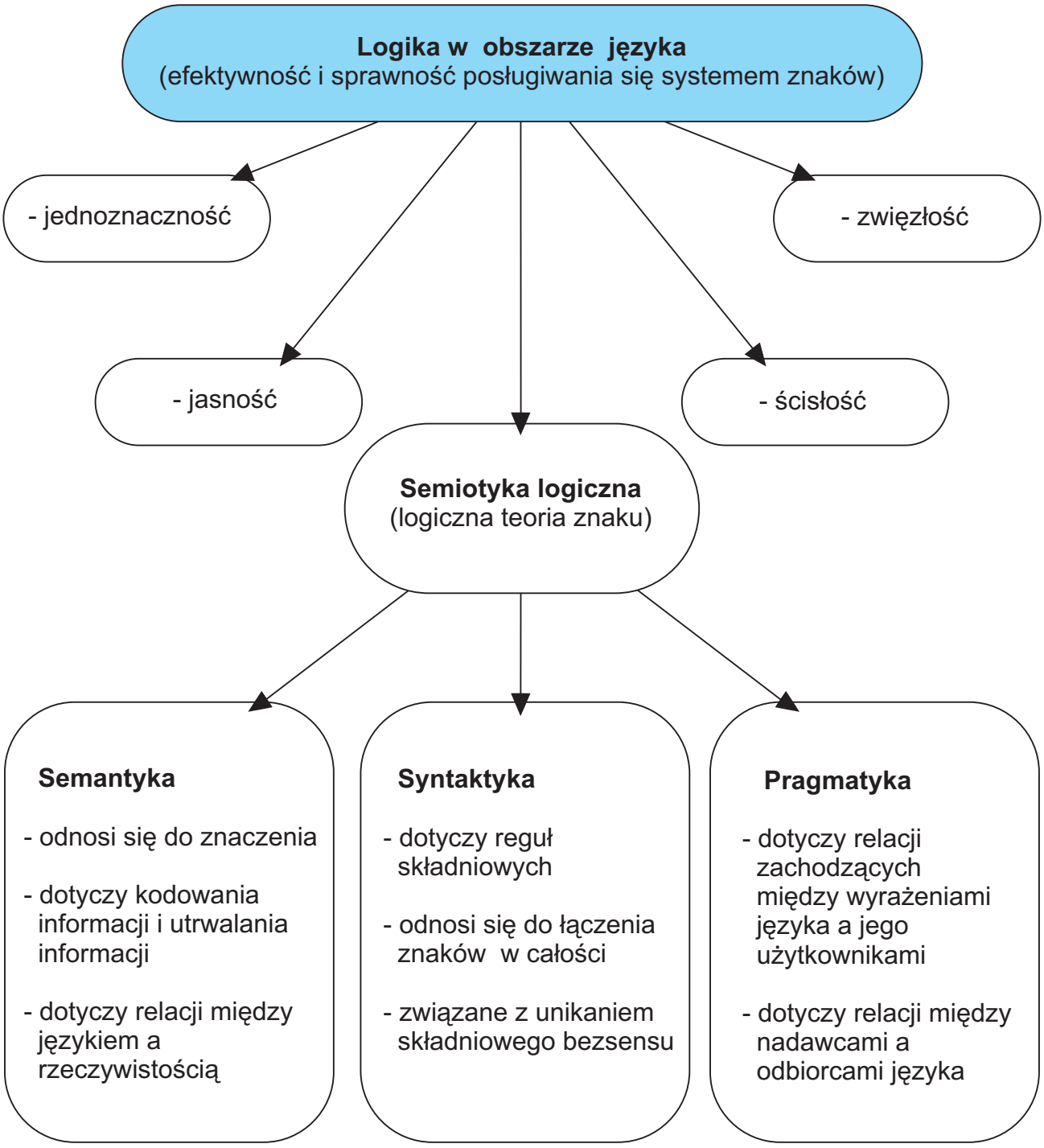
Źródłosłowem terminu logika jest greckie pojęcie *logos*. Interesujący wydaje się fakt, iż wieloznaczność owego pojęcia stanowi swego rodzaju matrycę dla ważności przedmiotowej logiki jako takiej. Oznacza to, iż podstawowe znaczenia słowa *logos* wyznaczają pola zainteresowań teorii poprawnego myślenia w zakresie tematyki przez nią rozwijanej.



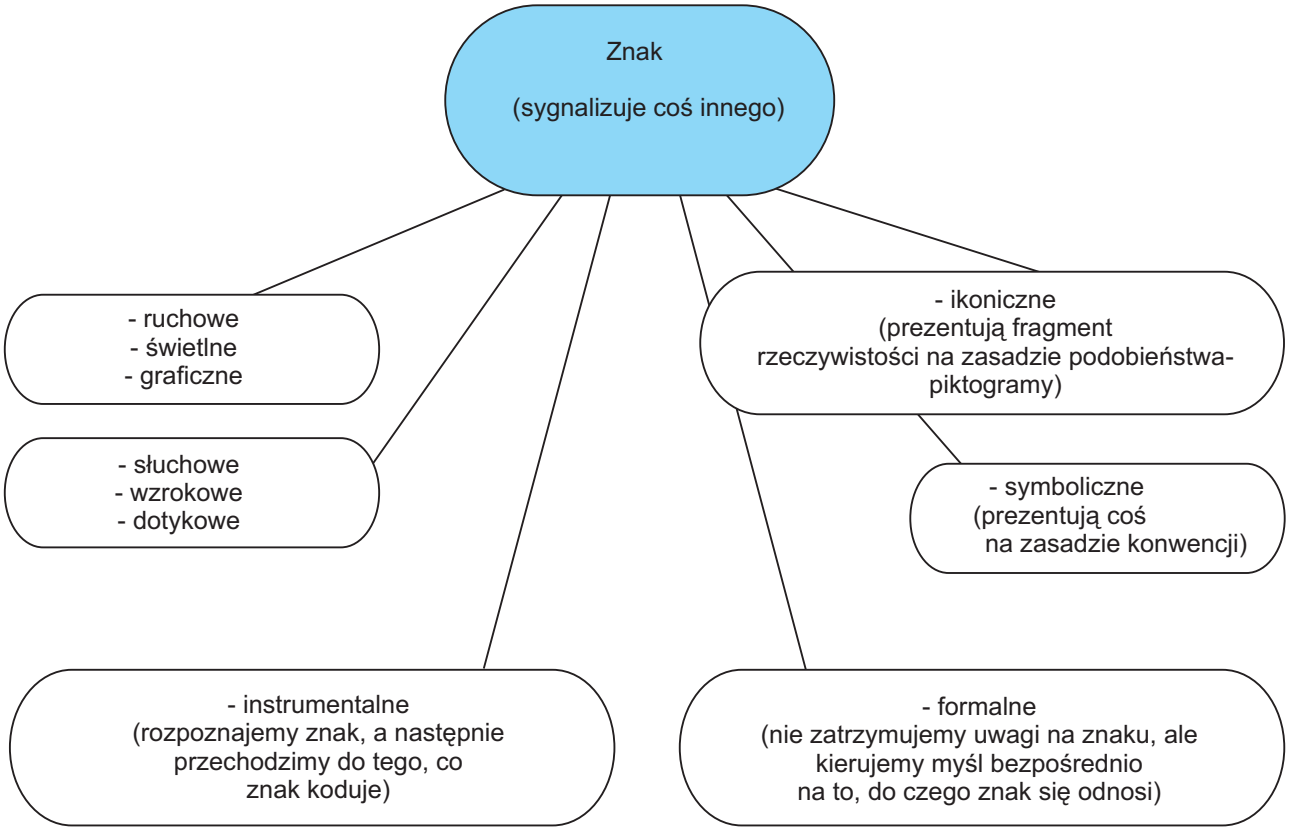
Logika jako teoria poprawnego myślenia nie jest ukierunkowana na każdy rodzaj aktywności intelektualnej. W związku z czym należy, z jednej strony, ukazać różnicę między logicznym, a każdym innym rodzajem myślenia, którym zwykliśmy posługiwać się w codziennej praktyce. Z drugiej zaś strony, konieczne wydaje się przywołanie podstawowych praw czy też zasad, które pozwalają na określenie myślenia właśnie jako logicznego, poprawnego.



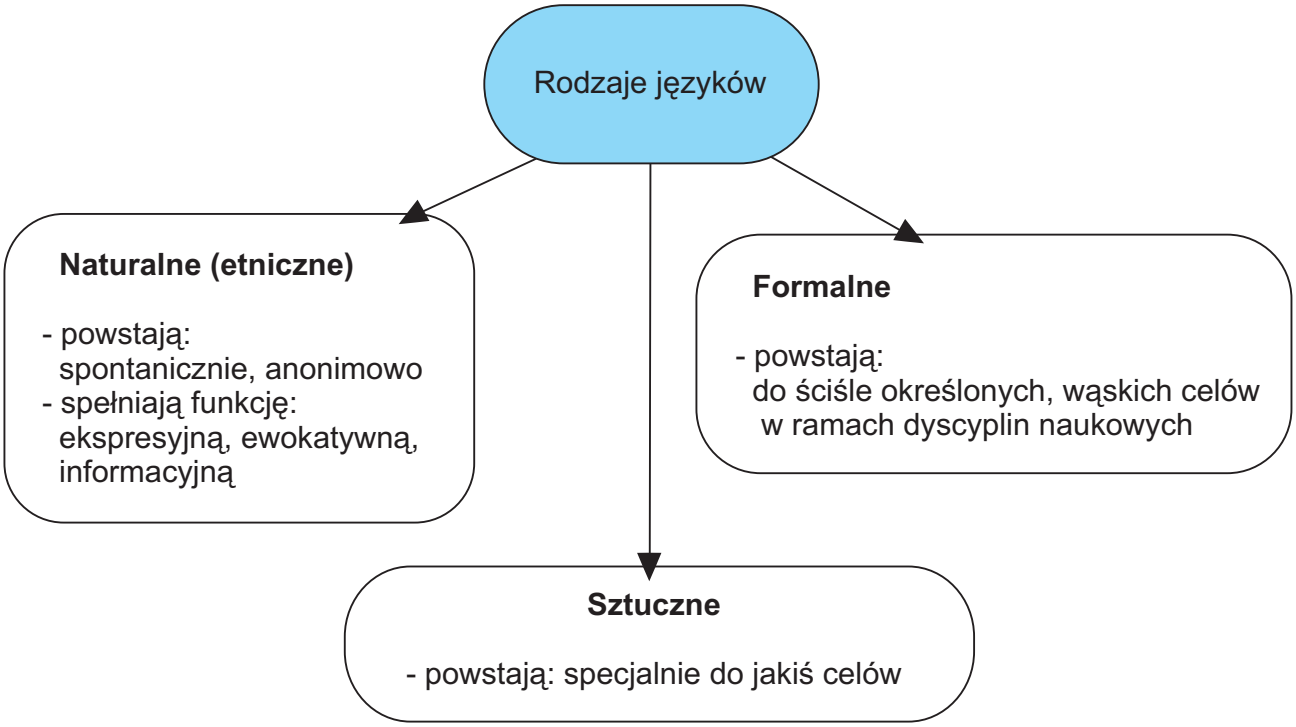
Logika jako teoria poprawnego myślenia o tyle jest zainteresowana fenomenem, jakim jest język, słowo, o ile zakłada się, iż między językiem a myśleniem zachodzi specyficzna korelacja, której istotą jest adekwatne kodowanie informacji, niejednokrotnie odnoszących się do rzeczywistości. Innymi słowy logika bazuje w tym polu swoich zainteresowań na odpowiedniości między językiem i myśleniem a obiektami, stanami rzeczy, relacjami, które są usytuowane w obszarze rzeczywistości. Należy podkreślić, iż logika jako taka zmierza jednak do określenia praw, które rządzą adekwatnością strukturalną języka i myślenia, która to z kolei struktura ma odpowiadać strukturze rzeczywistości. Oprócz tego logika w kontekście języka zajmuje się także relacjami, jakie zachodzą między użytkownikami języka. Wszystkie te elementy, tak konstytutywne dla logicznej teorii znaku, określają jej cel, a mianowicie chodzi o efektywne i sprawne posługiwanie się językiem.



Znak stanowi podstawowy i elementarny składnik każdego języka, co w zasadzie czyni z niego specyficzny rodzaj budulca językowego. Bez względu na rodzaj, znak zawsze odnosi się do „czegoś innego", to znaczy "coś symbolizuje".



Ze względu na odmienne funkcje, jak i cele, które przysługują językowi, należy wyróżnić kilka rodzajów języków.

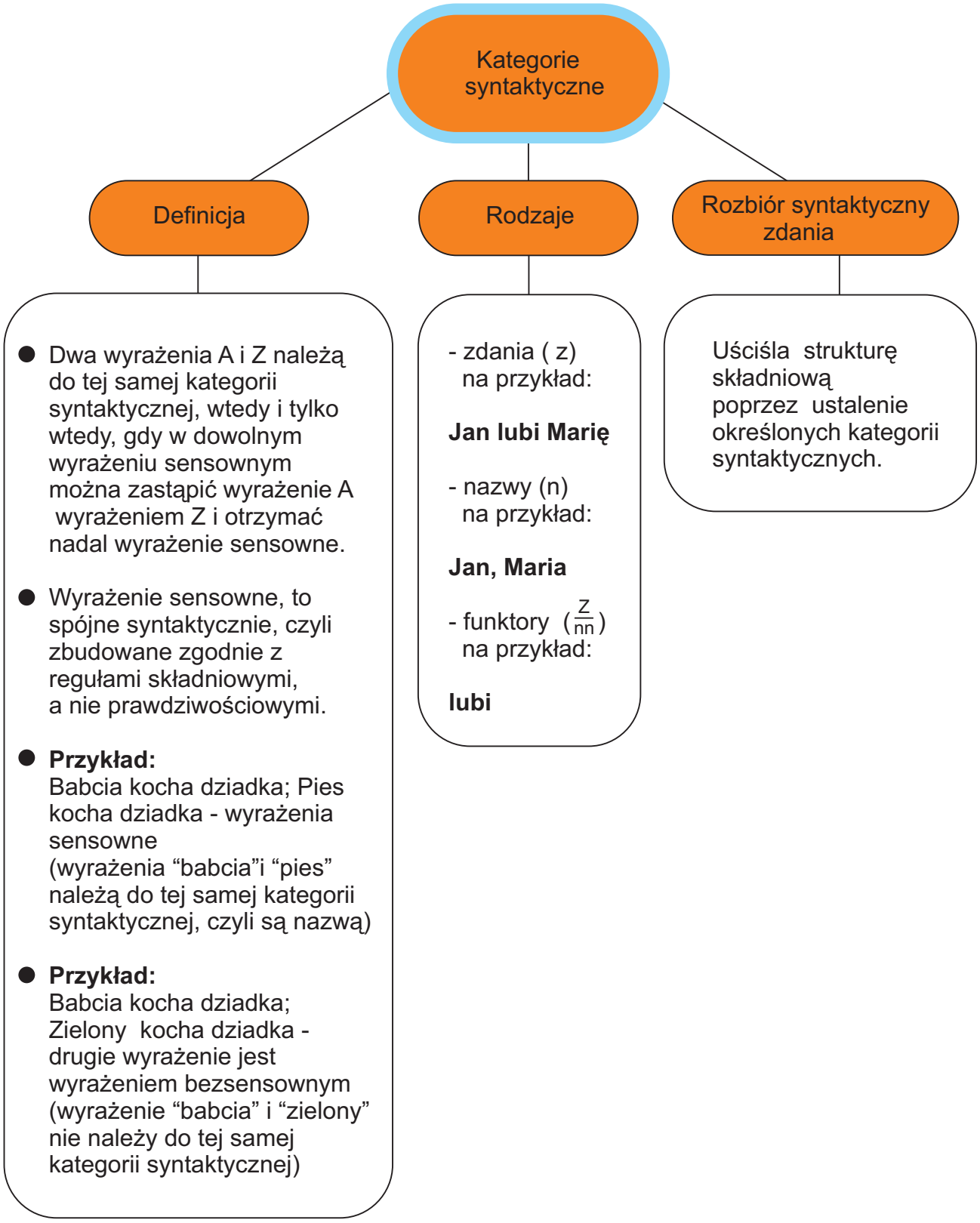


WYKŁAD 2

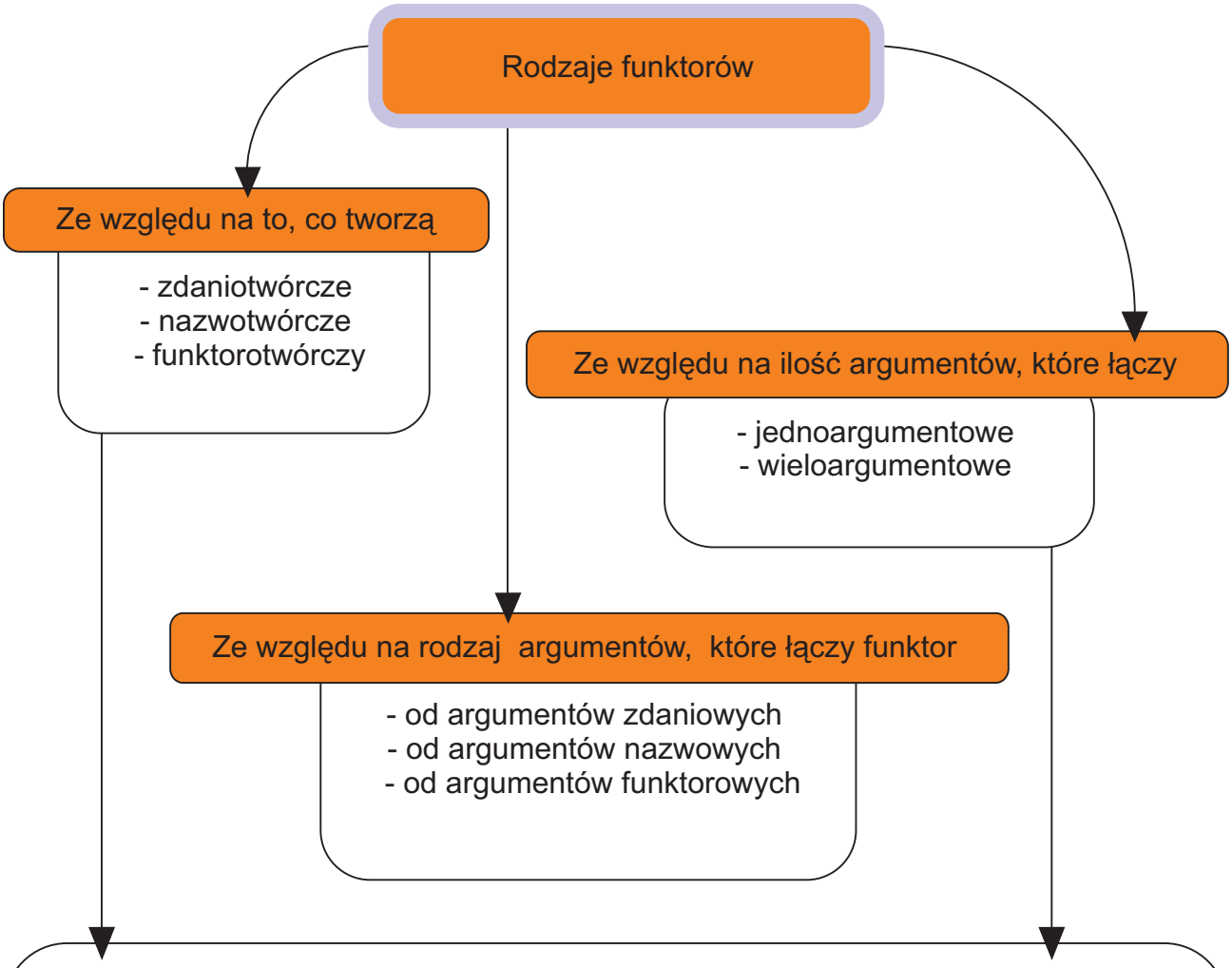
Elementy semiotyki logicznej

2.1. Elementy syntaktyki

W ramach syntaktyki logika analizuje zasady poprawnej budowy wyrażeń językowych, tak prostych, jak i złożonych (na przykład zdań). Podstawowymi elementami, które umożliwiają unaocznienie pewnych zależności między wyrażeniami językowymi (na przykład sposób łączenia wyrażeń prostych w złożone) są tak zwane kategorie syntaktyczne. Dzięki wprowadzeniu indeksów, symboli owych kategorii składniowych, możliwa jest analiza wyrażeń językowych pod względem ich struktury.



Specyficznego rodzaju kategorią syntaktyczną są funktory, które tworzą zbiór różnych kategorii funktorowych. Do utworzenia funktora niezbędna jest wiedza dotycząca tego, jaka kategoria powstaje poprzez połączenie w funktorze danych argumentów (kategorii syntaktycznych), a także jakie argumenty (kategorie syntaktyczne), i w jakiej liczbie wchodzą w skład funktora.



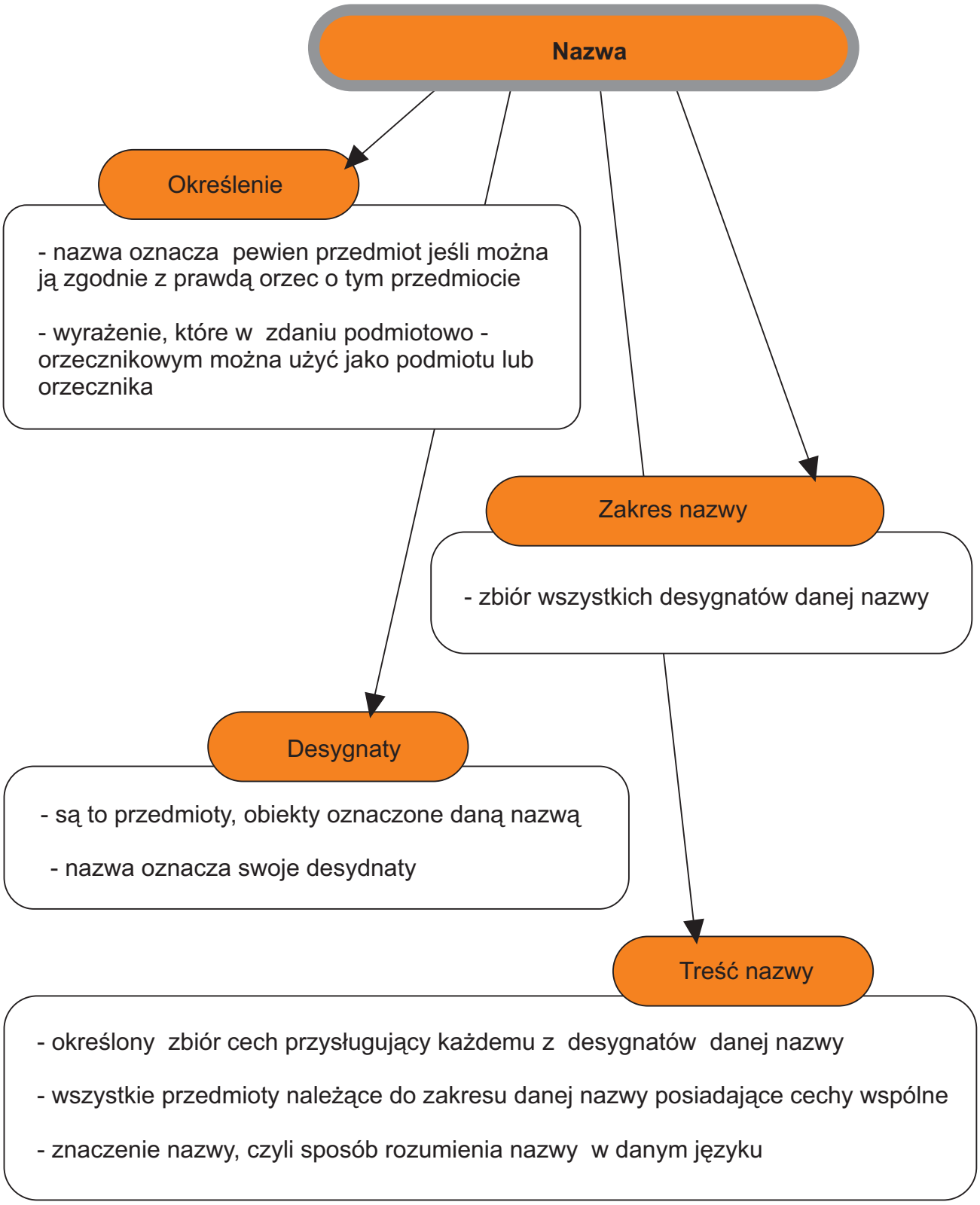
- Przykład: **Babcia czesze wąsy.** Wyjaśnienie: babcia, wąsy (nazwy); czesze (funktor zdaniotwórczy od dwóch argumentów nazwowych - $\frac{Z}{nn}$)

- Przykład: **czarne wąsy** Wyjaśnienie: wąsy (nazwa); czarne (funktor nazwotwórczy od jednego argumentu nazwowego- $\frac{n}{n}$)

- Przykład: **bardzo czarne wąsy**
  Wyjaśnienie: wąsy (nazwa); czarne (funktor); bardzo
  (funktor funktorotwórczy- $\frac{\frac{n}{n}}{\frac{n}{n}}$)
  $\frac{\text{symbol wyrażenia, które tworzy funktor}}{\text{symbole argumentów funktora}}$

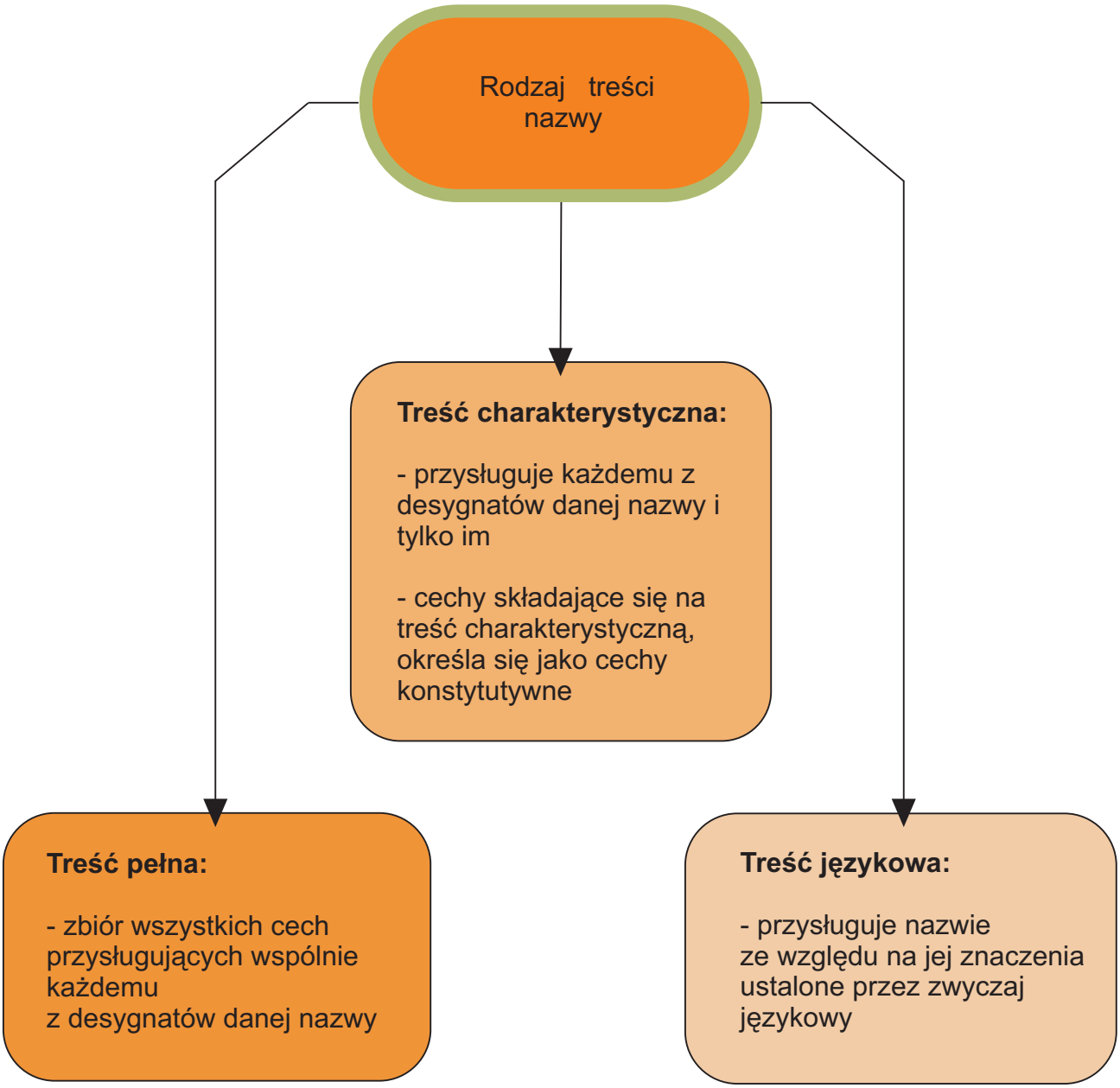
2.2. Elementy semantyki logicznej

Zarówno nazwy, jak i zdania stanowią podstawowe kategorie syntaktyczne, które jednak można rozpatrywać także w obszarze semantyki, czyli uwzględniając ich kontekst znaczeniowy. Oznacza to, iż między owymi kategoriami a rzeczywistością zachodzą specyficzne dla każdej z nich relacje przyporządkowania (na przykład nazwom odpowiadają obiekty, zaś zdaniom stany rzeczy). Ze względu na to, iż nazwy są podstawowymi składowymi zdań, należy poddać je bardziej szczegółowej analizie.

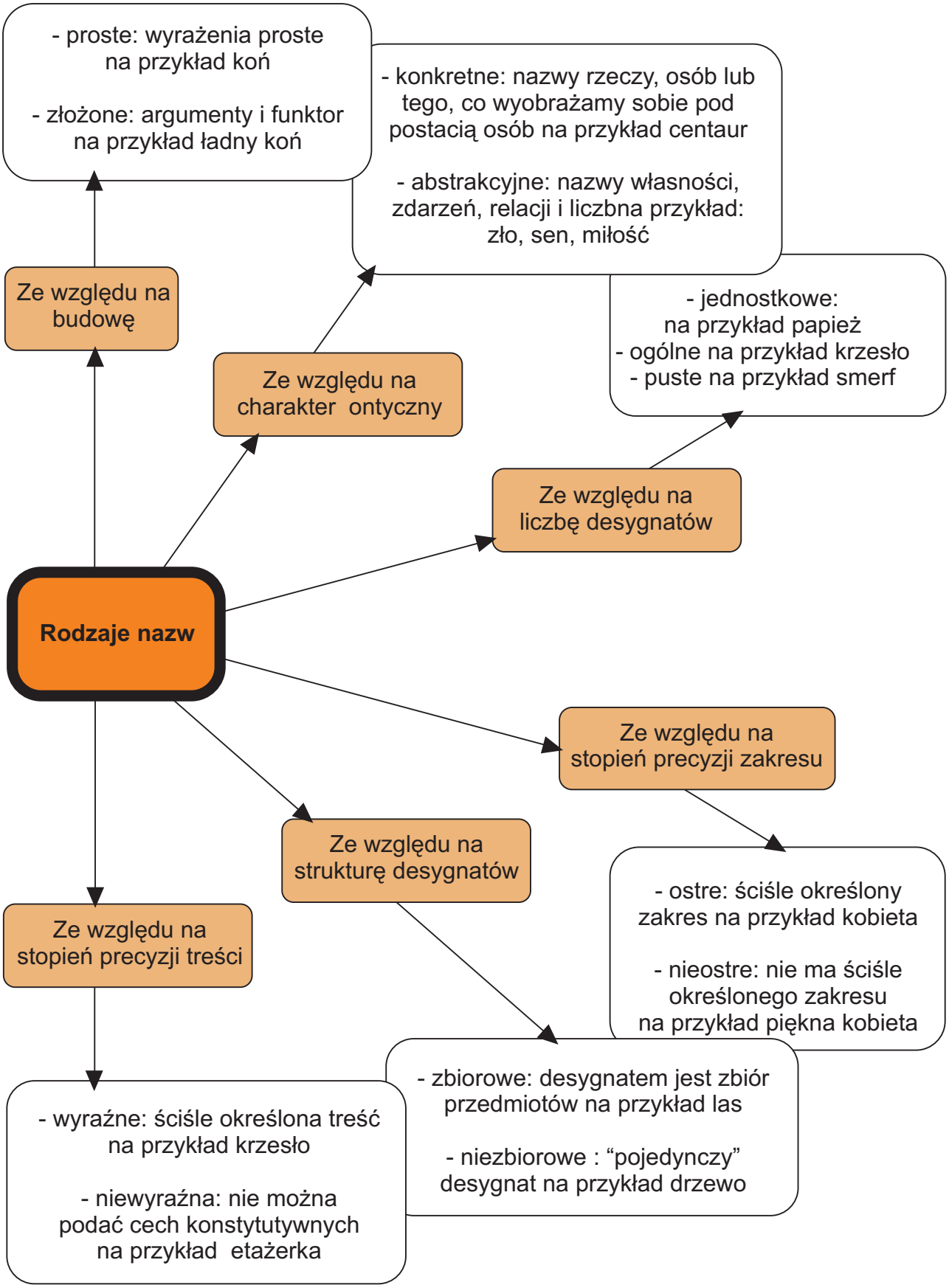


Warto zaznaczyć, iż o treści nazwy można mówić jedynie w odniesieniu do tak zwanych nazw generalnych, czyli odsyłających do wszelkich przedmiotów danego rodzaju. Przykładem może być nazwa „krzesło", która to nazwa oznacza dany przedmiot posiadający konkretne cechy. Innymi słowy treści nie można wskazać w przypadku nazw indywidualnych, odnoszących się do konkretnych, tych a nie innych obiektów, którym jednak nie sposób przypisać właściwości ich wyróżniających. Oznacza to, że nazwy indywidualne są nadawane w sposób arbitralny, to jest właśnie bez względu na cechy je charakteryzujące. Przykładem nazwy indywidualnej są nazwy „Jan" lub „Łódź".

Treść nazwy jest o tyle istotna, o ile to ona pozwala uniknąć wieloznaczności i jest niezbędna w procesie wskazywania desygnatów danej nazwy. Należy przy tym zaznaczyć, iż podobna jednoznaczna zależność nie zachodzi w przypadku, gdy znane są desygnaty nazwy, czyli na podstawie znajomości zakresu danej nazwy można podać różne cechy, a więc odmienną treść. Zatem im bardziej wyczerpująca treść, tym węższy zakres danej nazwy, natomiast im szerszy zakres nazwy, tym jej treść bardziej ograniczona. Można wyróżnić kilka rodzajów treści: pełną, charakterystyczną i językową, które akcentują odmienny sposób ustalania cech przysługujących określonej nazwie.



Ze względu na znaczne zróżnicowanie związków przyporządkowania nazw do określonych obiektów i relacji, należy wymienić sześć rodzajów nazw.

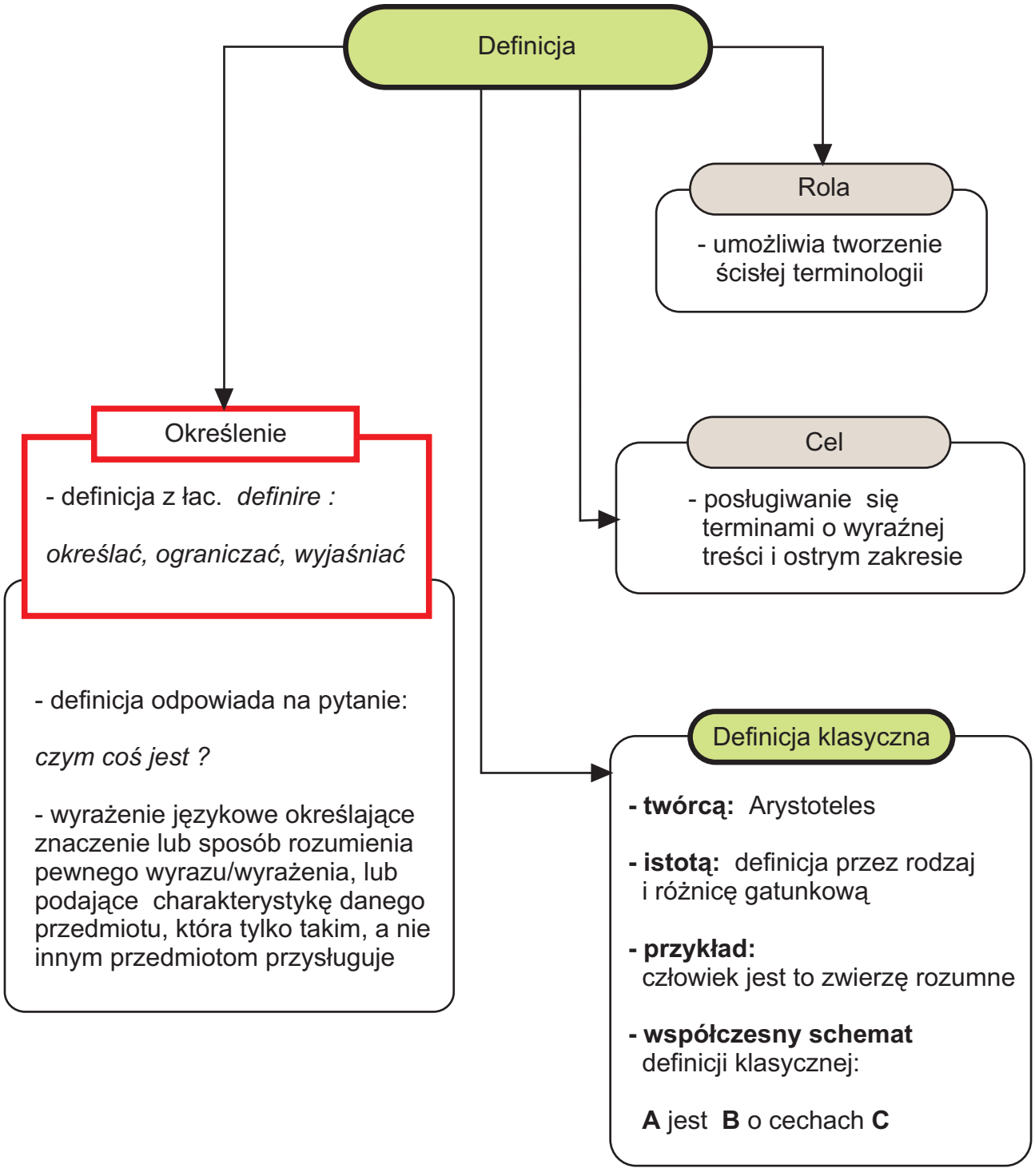


WYKŁAD 3

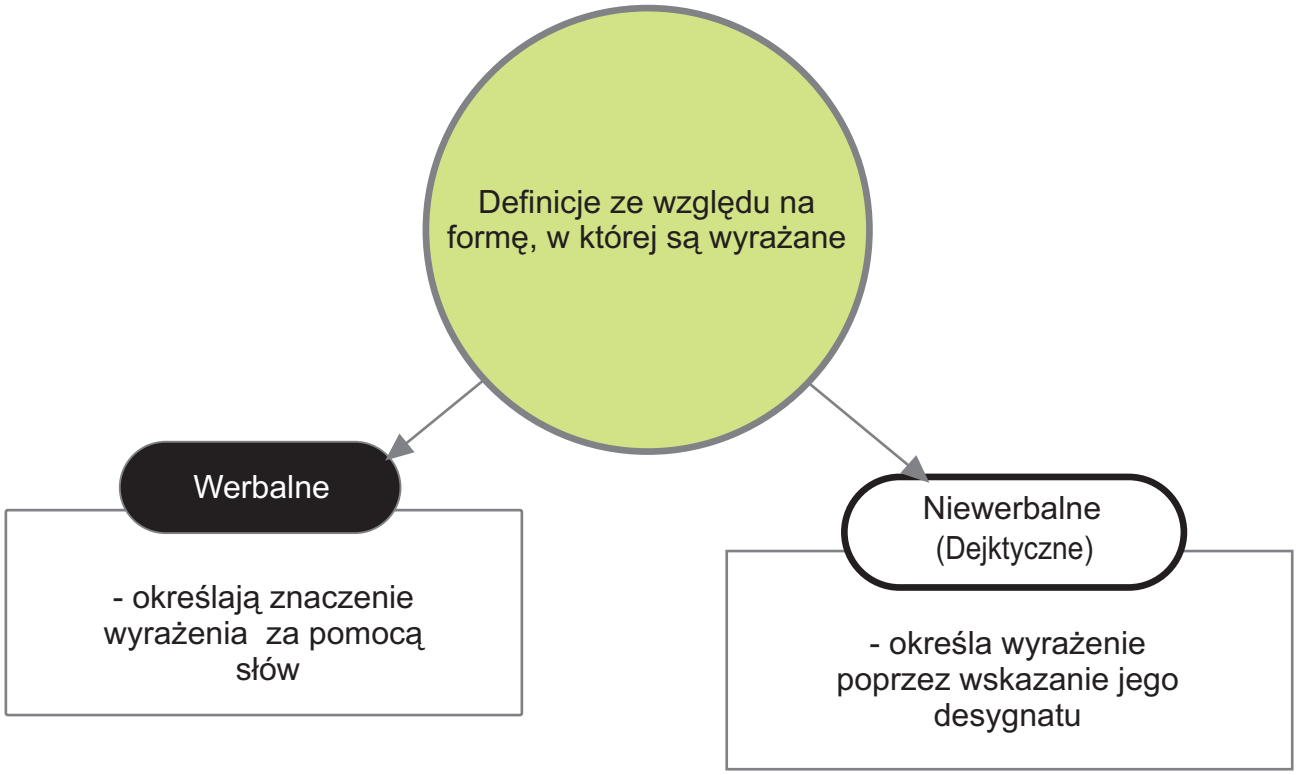
Definicje: natura, rodzaje, błędy

3.1. Określenie, formy, rodzaje definicji

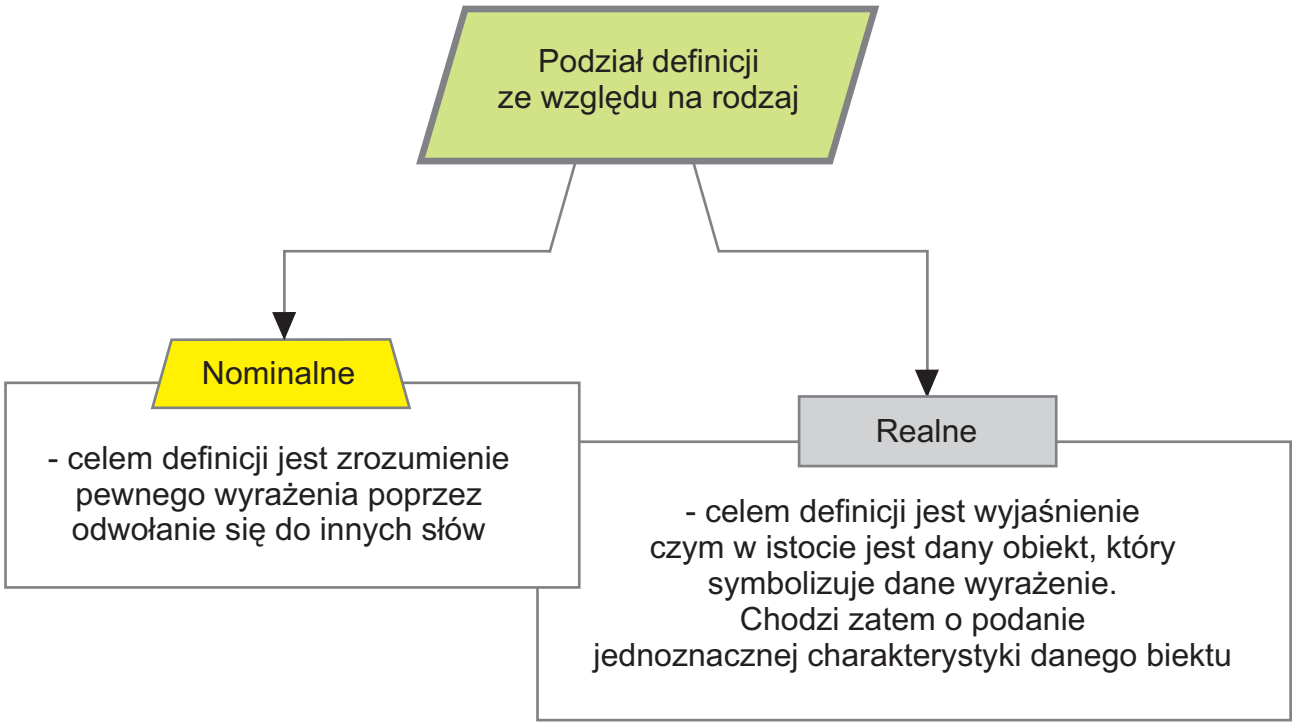
Definicje mają wartość poznawczą i porządkującą, tak w codziennej percepcji, jak i w obszarze nauki. Funkcją zatem wszelkiego definiowania jest precyzyjne wyjaśnienie danego wyrażenia czy też scharakteryzowanie określonego obiektu, zjawiska i tak dalej. Istotą poprawnego definiowania jest posługiwanie się wyrażeniami o wyraźnej treści i ostrym zakresie, a więc takimi, które wskazują na cechy konstytutywne, a także desygnaty danego wyrażenia w sposób jasny i wyraźny. Logika jako teoria poprawnego myślenia, zakładająca zależność między językiem a myśleniem, analizuje formy, rodzaje, budowę, funkcję definicji.



Zadanie, jakie spełniają definicje w zakresie efektywnego posługiwania się językiem, może być realizowane na dwa sposoby. Określanie wyrażeń lub elementów rzeczywistości odbywa się albo na drodze werbalnej albo niewerbalnej.

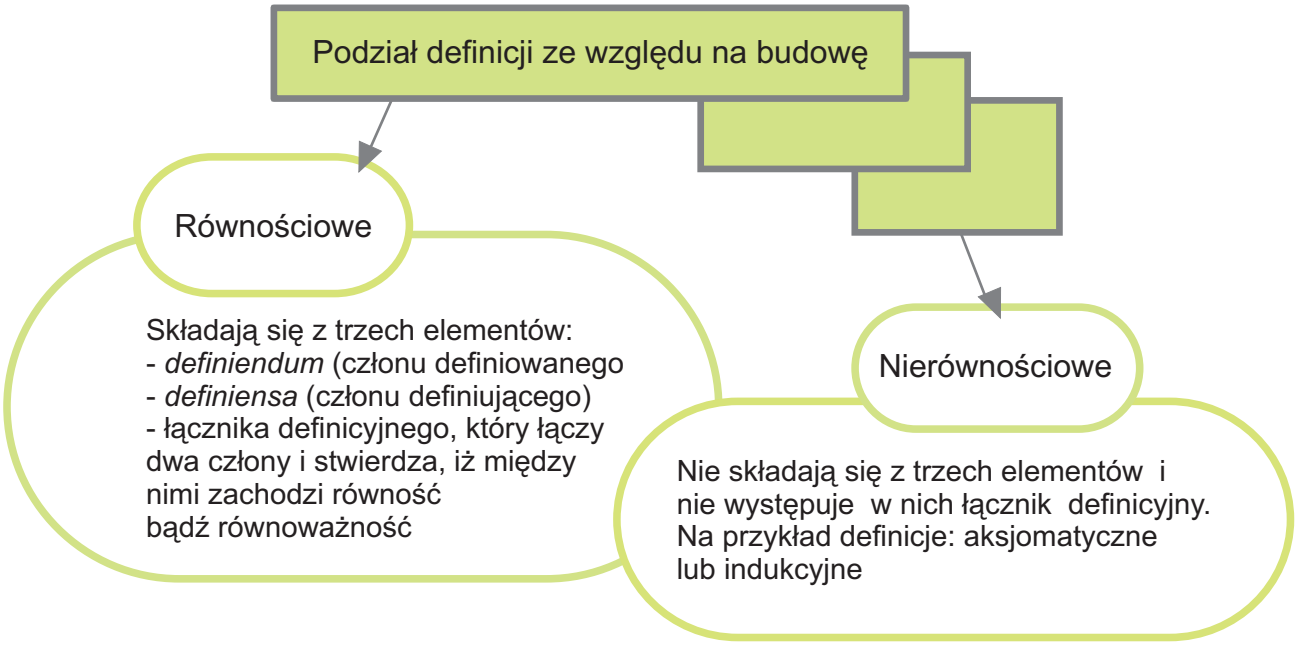


W zasadzie proces definiowania dotyczy tak sfery wyrażeń językowych, jak i elementów rzeczywistości. W związku z tym należy zwrócić uwagę na dwa rodzaje wyjaśniania, to znaczy mające na celu zrozumienie danego wyrażenia za sprawą odwołania się do słów lub scharakteryzowanie danego obiektu.

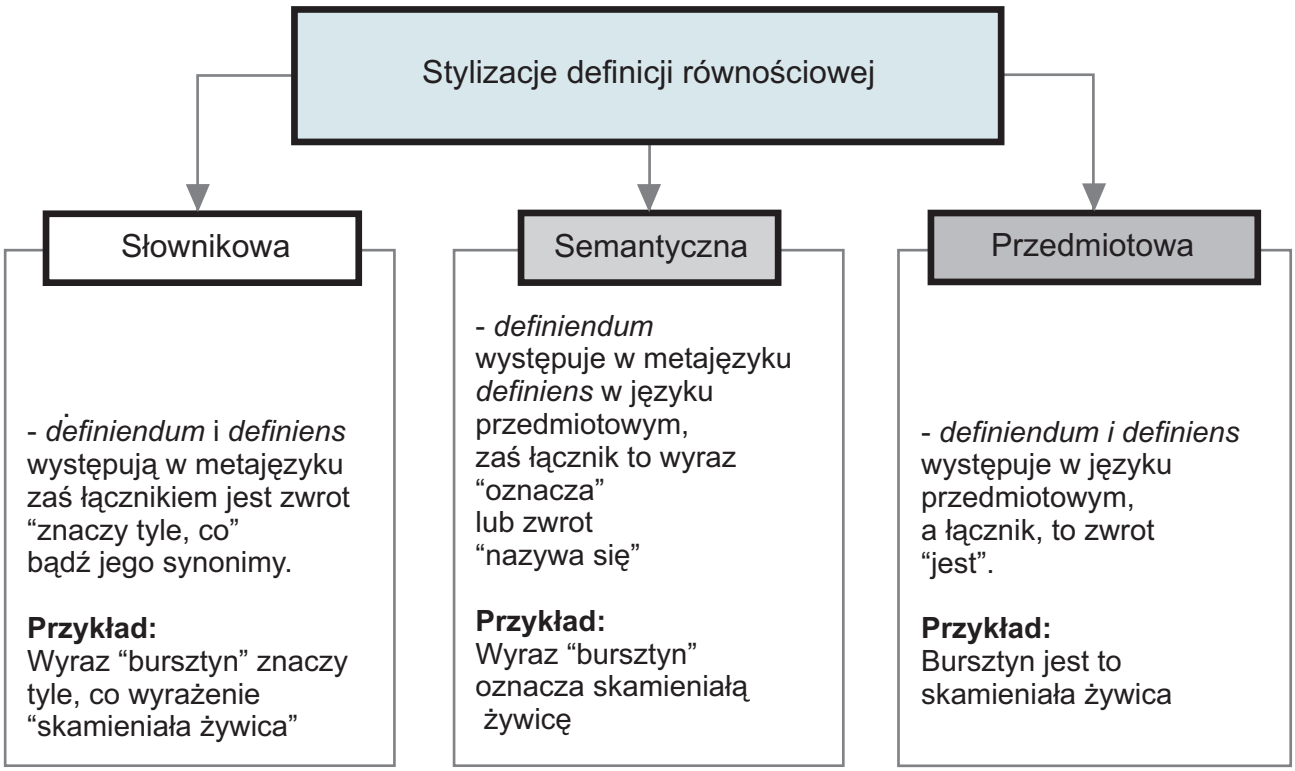


3.2. Budowa, stylizacje, funkcje definicji

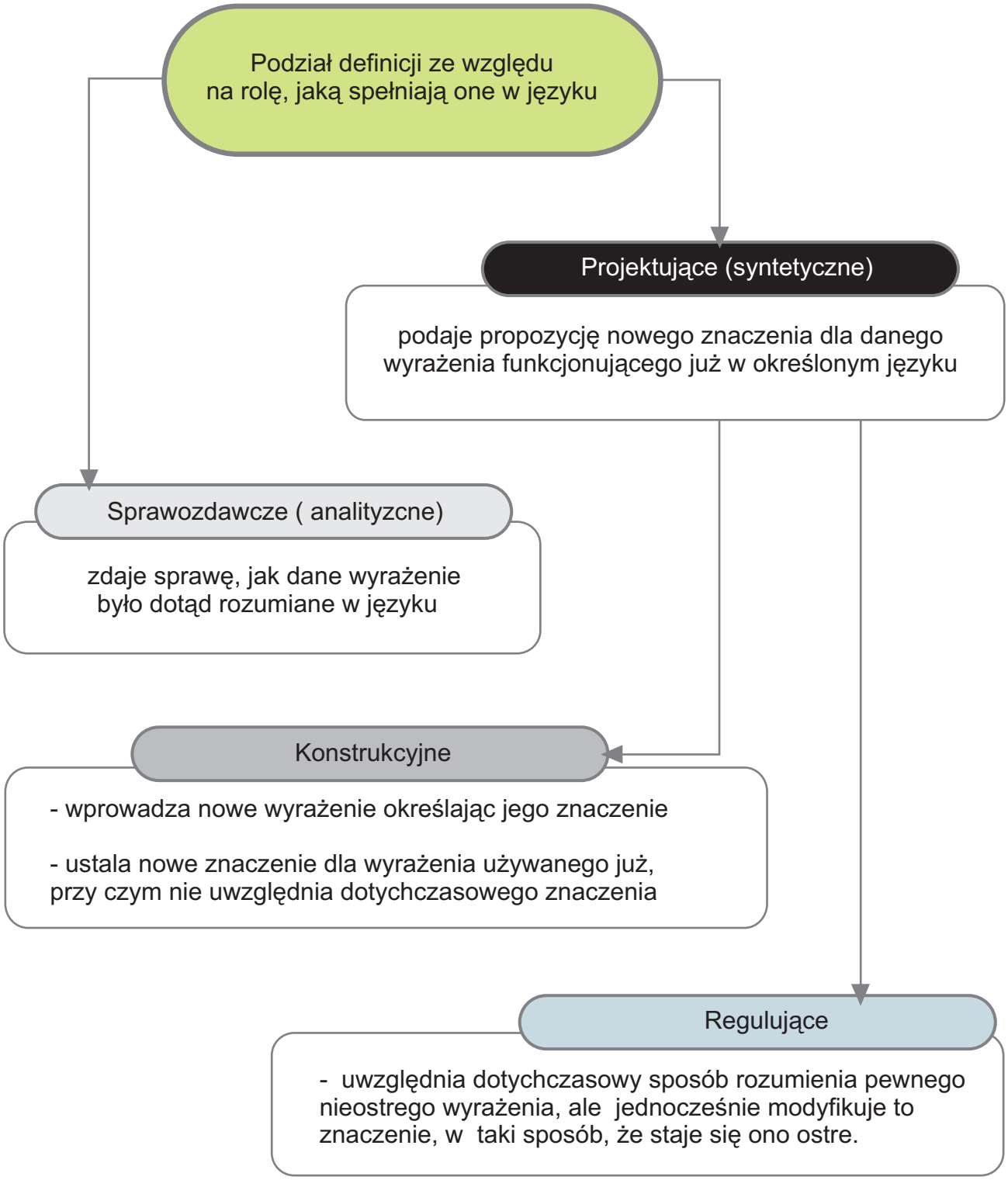
Analizując poszczególne definicje należy zauważyć, iż przybierają one specyficzną postać, która jest zdeterminowana ich budową. I tak wyróżnia się definicje składające się z trzech elementów wskazujących na znaczeniową i zakresową tożsamość *definiendum* i *definiensa* (definicje równościowe) czy też definicje opierające się na tak zwanych zdaniach wzorcowych lub sformułowane poprzez wskazanie warunku wyjściowego i warunku indukcyjnego (definicje nierównościowe).



Definicje równościowe można przedstawić w trzech podstawowych sposobach ich wysłowienia, z których pierwszy stwierdza równość zachodzącą między znaczeniami dwóch wyrażeń, drugi wskazuje, że dane wyrażenie oznacza pewne obiekty, zaś trzeci wyjaśnia znaczenie danego terminu.

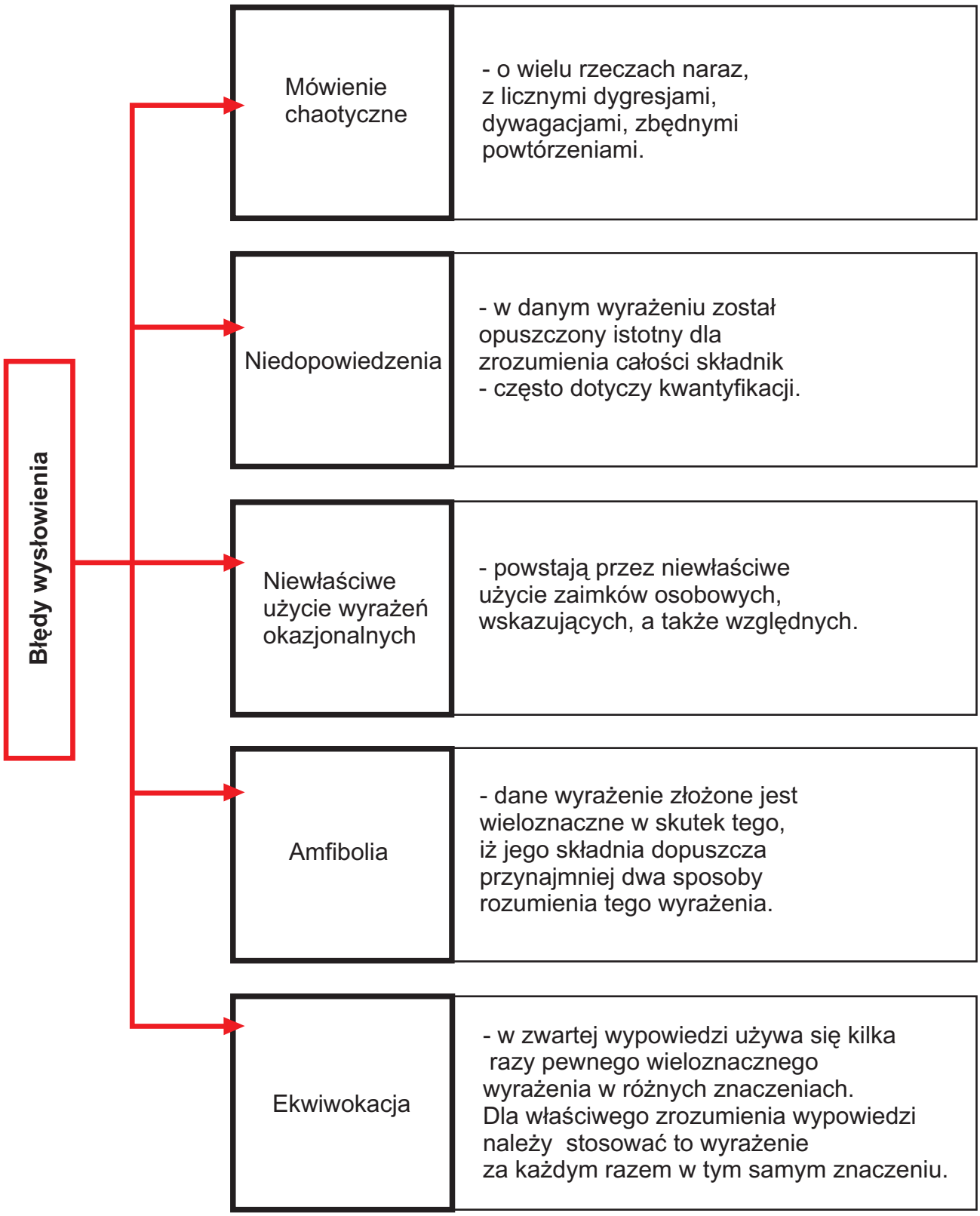


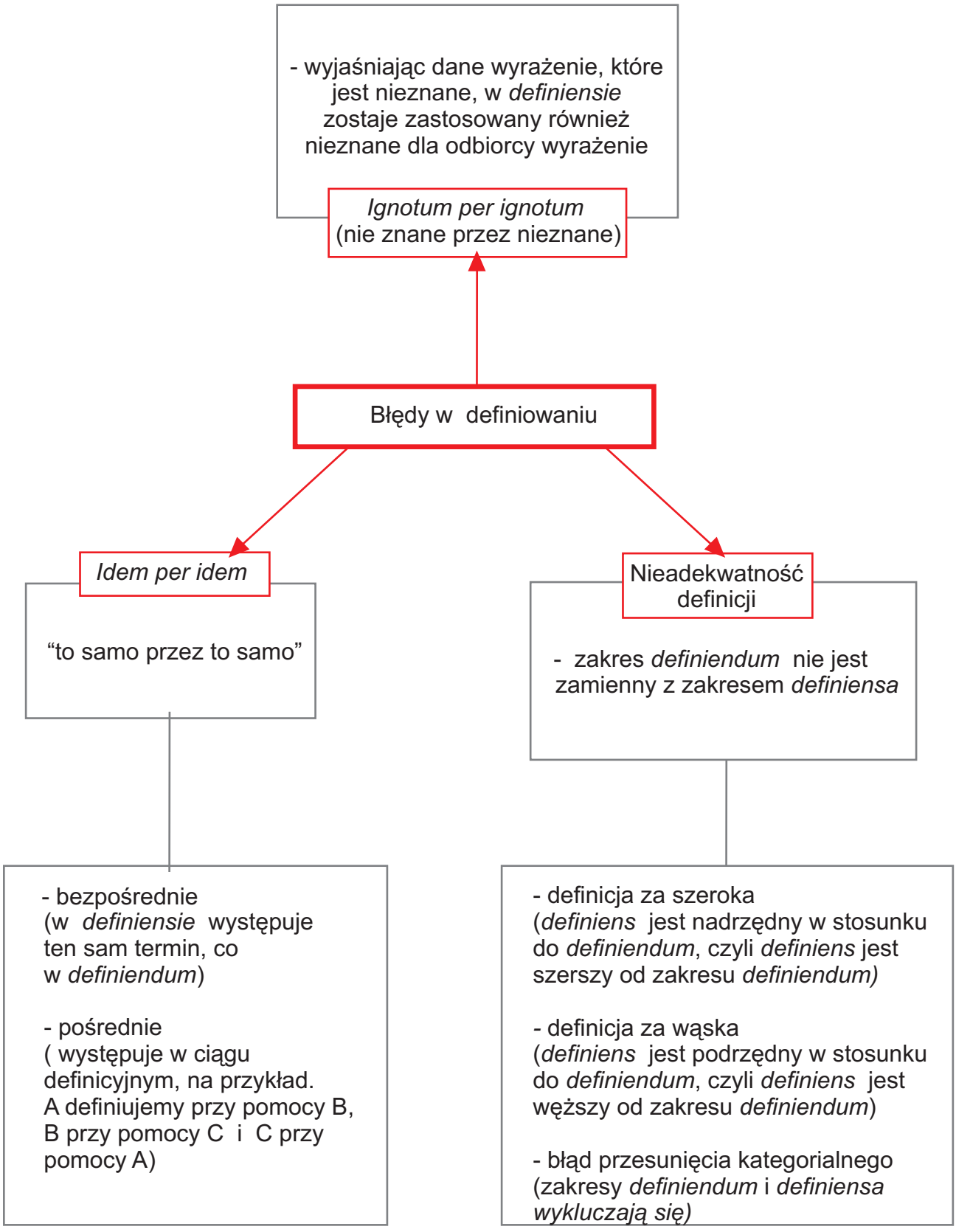
Funkcja wyjaśniająca, jaką przypisuje się definicjom może być realizowana na kilku płaszczyznach. Owo wyjaśnienie dotyczy rozumienia danego wyrażenia, uzgodnienia nowego znaczenia funkcjonujących już wyrażeń, doprecyzowania wyrażeń nieostrych lub też wprowadzenia nowy wyrażeń, które nie były dotąd używane w danym języku.



3.3. Błędy wysłowienia i błędy definicyjne

Uwzględniając to, iż logika jest teorią poprawnego myślenia, również w odniesieniu do procesu definiowania, a także po prostu wysławiania, analizuje ona schematy błędów, które prowadzą do formułowania wypowiedzi pozbawionych sensu, obarczonych wieloznacznością czy też zawierających niejasności. W tym zakresie zainteresowania logiki wyróżnia się specyficzne błędy wysłowienia i definiowania.




- wyjaśniając dane wyrażenie, które jest nieznane, w *definiensie* zostaje zastosowany również nieznane dla odbiorcy wyrażenie
Ignotum per ignotum (nie znane przez nieznane)
Błędy w definiowaniu
Idem per idem
"to samo przez to samo"
Nieadekwatność definicji
- zakres *definiendum* nie jest zamienny z zakresem *definiensa*
- bezpośrednie (w *definiensie* występuje ten sam termin, co w *definiendum*)
- pośrednie (występuje w ciągu definicyjnym, na przykład. A definiujemy przy pomocy B, B przy pomocy C i C przy pomocy A)
- definicja za szeroka (*definiens* jest nadrzędny w stosunku do *definiendum*, czyli *definiens* jest szerszy od zakresu *definiendum)*
- definicja za wąska (*definiens* jest podrzędny w stosunku do *definiendum*, czyli *definiens* jest węższy od zakresu *definiendum*)
- błąd przesunięcia kategorialnego (zakresy *definiendum* i *definiensa wykluczają się)*

WYKŁAD 4
Podstawy klasycznego rachunku nazw

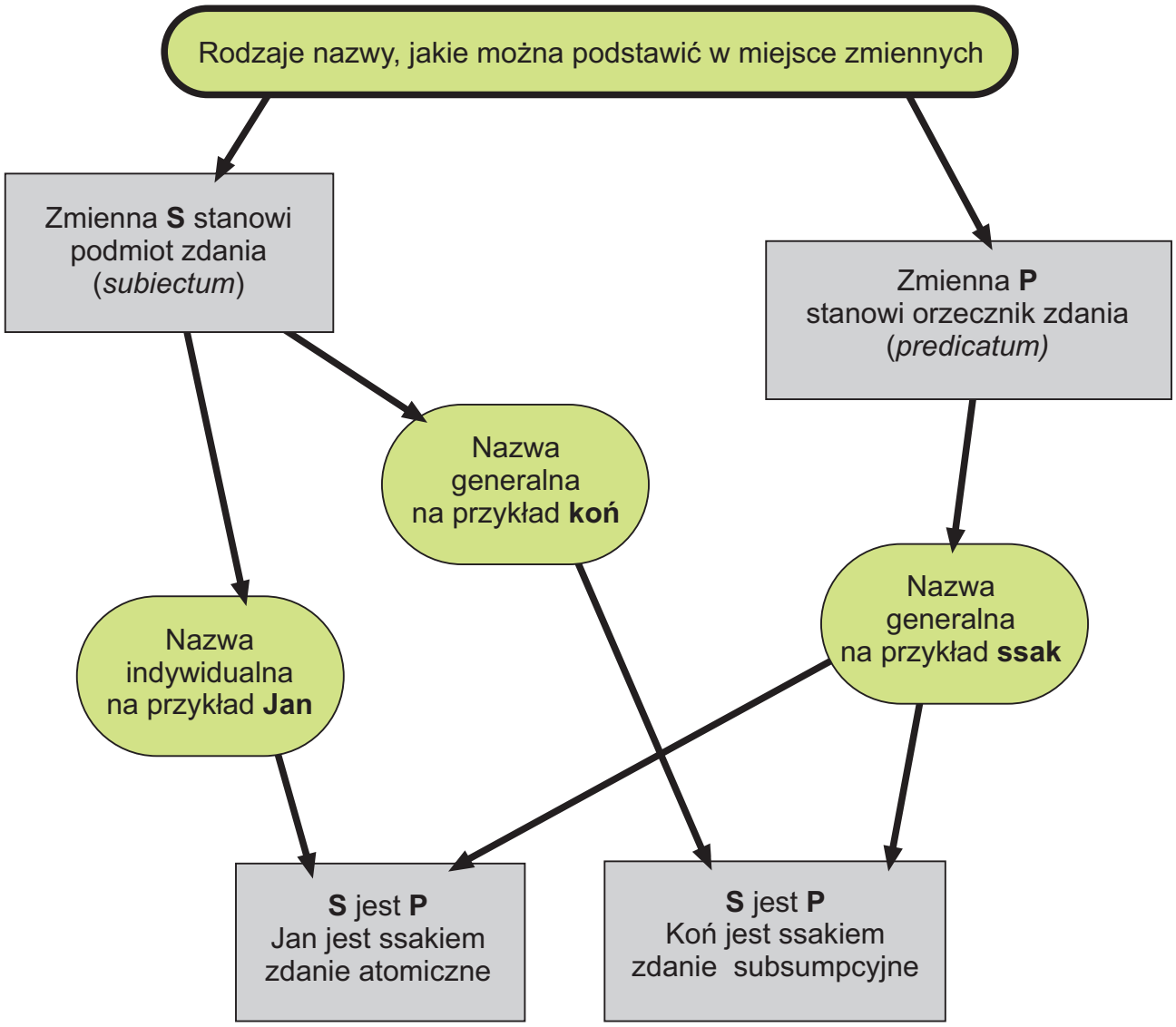
4.1. Zdanie w sensie logicznym

Zdanie w sensie logicznym, to wyrażenie jednoznaczne stwierdzające, iż tak a tak jest lub tak a tak nie jest. Zatem zdaniami logicznymi są zdania oznajmujące (orzekające), czyli takie, które coś stwierdzają bądź czemuś zaprzeczają. Wynika z tego, że zdaniami w sensie logicznym nie są ani zdania pytające ani rozkazujące ani też wyrażające życzenia, gdyż zdania te nie przekazują informacji *sensu stricte*. W związku z powyższym zdanie logiczne musi wyraźnie stwierdzać stan rzeczy.

Zdania, o których jest mowa składają się pod względem syntaktycznym z nazw i funktorów. Wyróżnia się zdania nie posiadające funktora zdaniotwórczego od argumentów lub argumentu zdaniowego, które to zdania określane są jako proste. Zdania zaś posiadające tego rodzaju funktor nazywane są zdaniami złożonymi. Natomiast znaczeniem (sensem) zdania logicznego nazywa się sąd, który posiada cechę prawdziwości lub fałszywości.

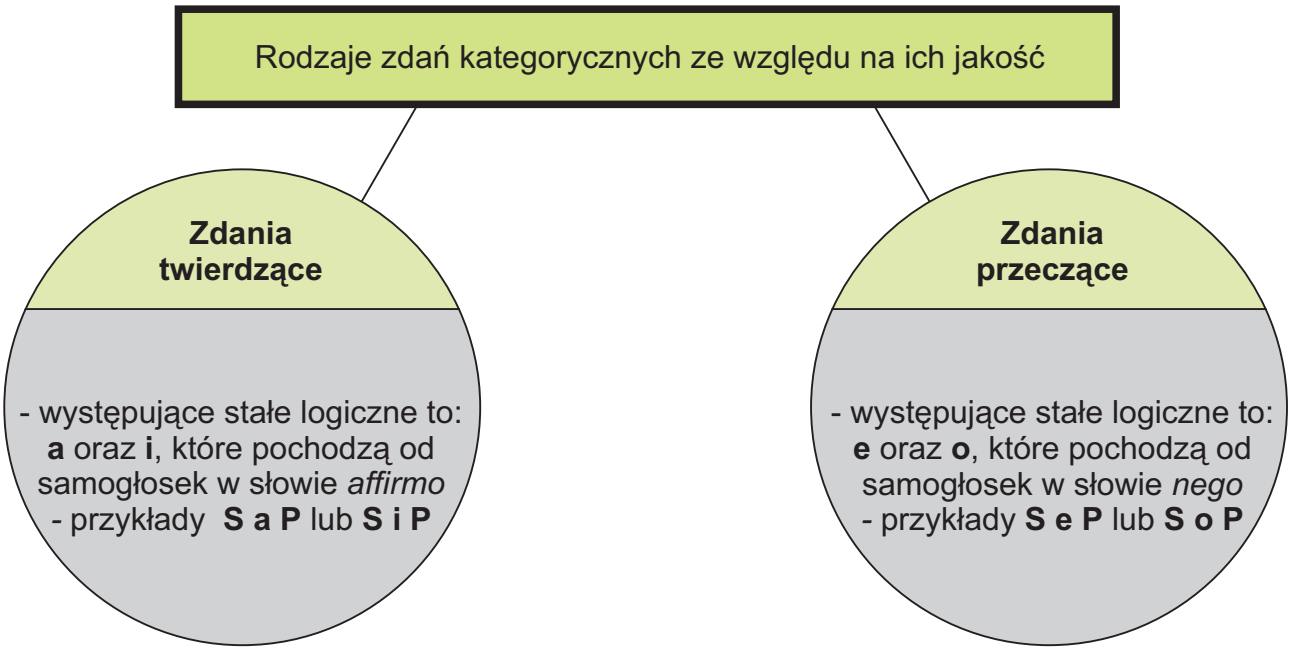
4.2. Funkcje i struktura zdania prostego

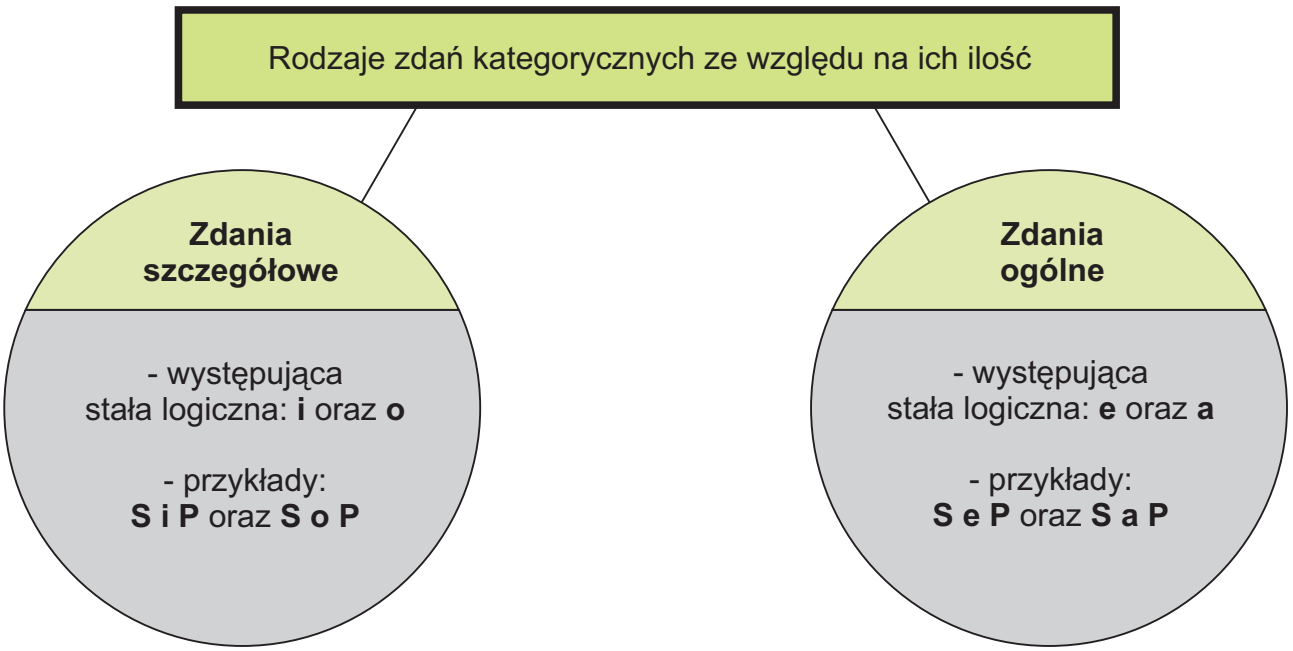
Funkcja zdaniowa, inaczej forma zdaniowa, to takie wyrażenie, które zawiera zmienne nazwowe i łącznik (*copula),* który wskazuje na identyczność lub jej brak pomiędzy zmiennymi nazwowymi. W przypadku tradycyjnie rozumianych, prostych zdań logicznych stosuje się zwyczajowo symbole S, P, M oraz spójnik zdaniowy„jest”/„nie jest” (S jest P).



4. 3. Zdania kategoryczne

Do zdań subsumpcyjnych należą zdania kategoryczne, tzn. takie, które mają budowę podmiotowo orzecznikową, a w miejsce symboli S oraz P podstawia się nazwy niepuste, ogólne. Natomiast łącznik lub inaczej spójnik zdaniowy przyjmuje postać tak zwanych. stałych logicznych **a**, **e**, **i**, **o** , które wskazują na charakter zdania, określający jakość oraz ilość danego zdania.





Kombinacja ilości i jakości zdań kategorycznych tworzy cztery podstawowe rodzaje zdań, które uzyskują specyficzną formę schematów, a także przybierają postać funkcji.

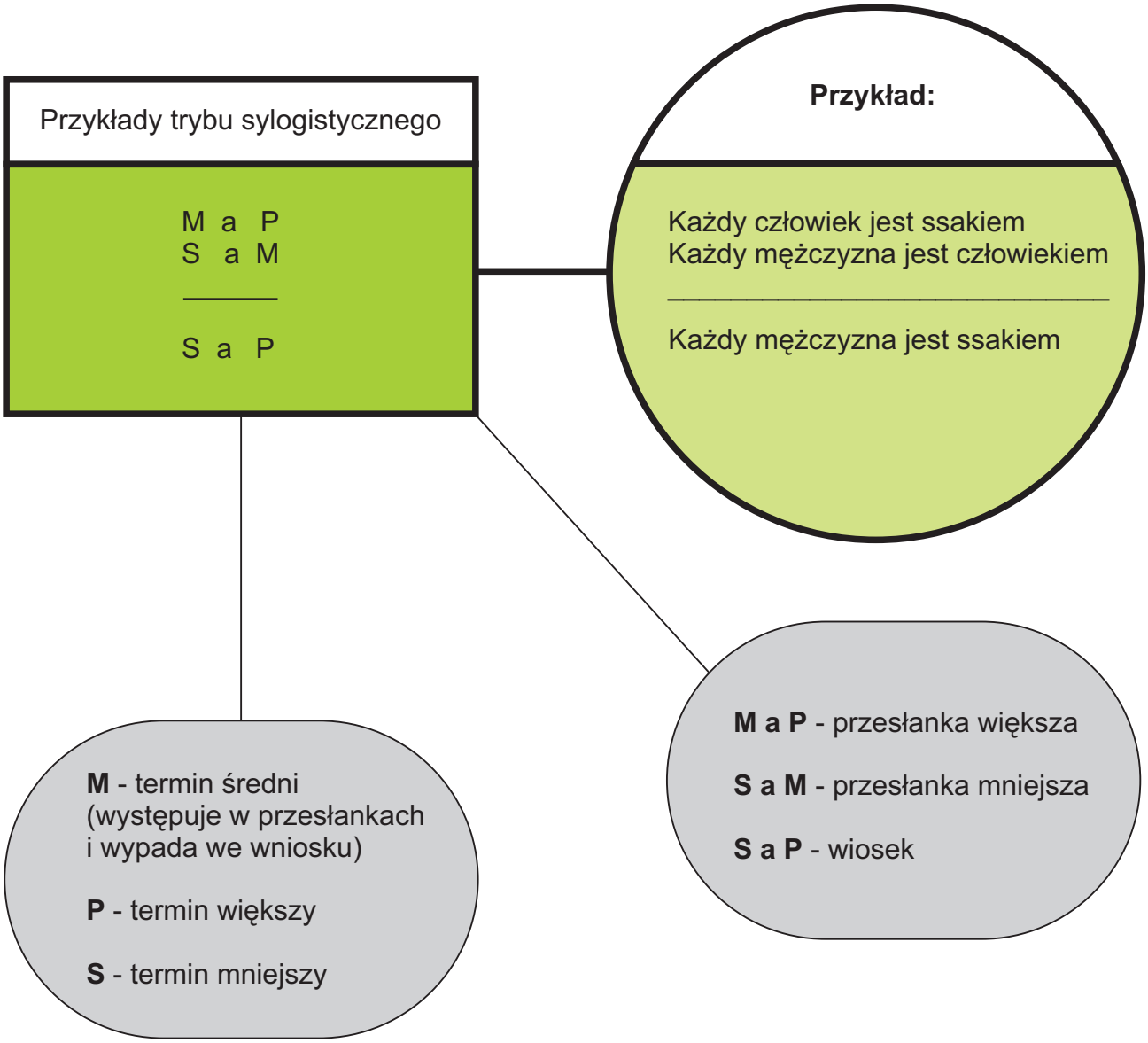


4. 4. Wnioskowanie pośrednie

Twórcą sposobu wnioskowania na podstawie zdań kategorycznych, określanym jako tradycyjny rachunek nazw był ojciec logiki Arystoteles. W ramach tego systemu logicznego wyróżnia się wnioskowanie pośrednie oraz bezpośrednie. Przykładem wnioskowania pośredniego jest sylogizm kategoryczny, w którym występuje więcej niż jedna przesłanka. Sylogizm przyjmuje postać określonych figur, które tworzą się poprzez dany sposób konfiguracji zmiennych nazwowych .

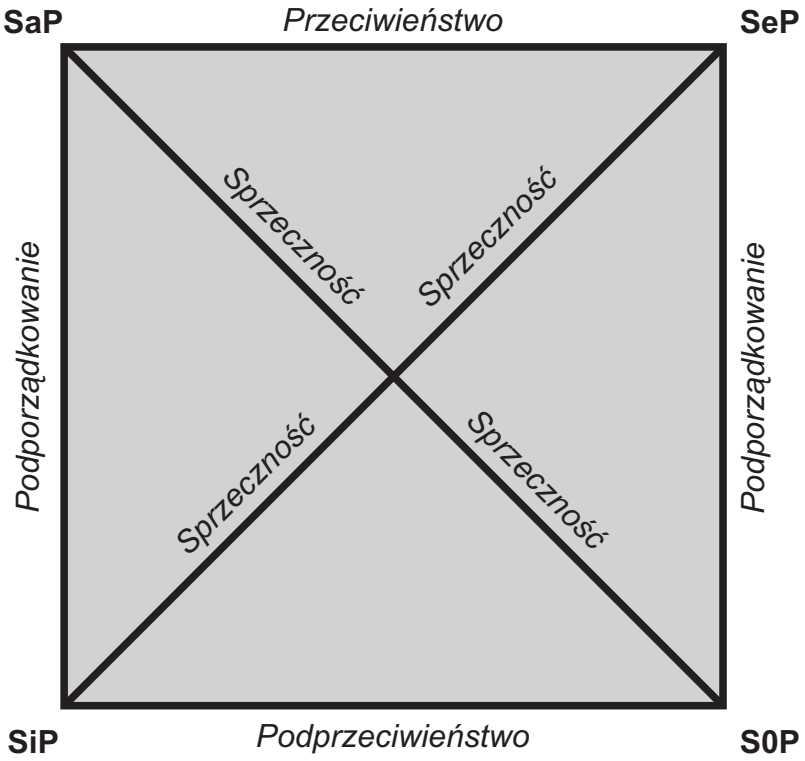
M P	P M	M P	P M
S M	S M	M S	M S
S P	S P	S P	S P

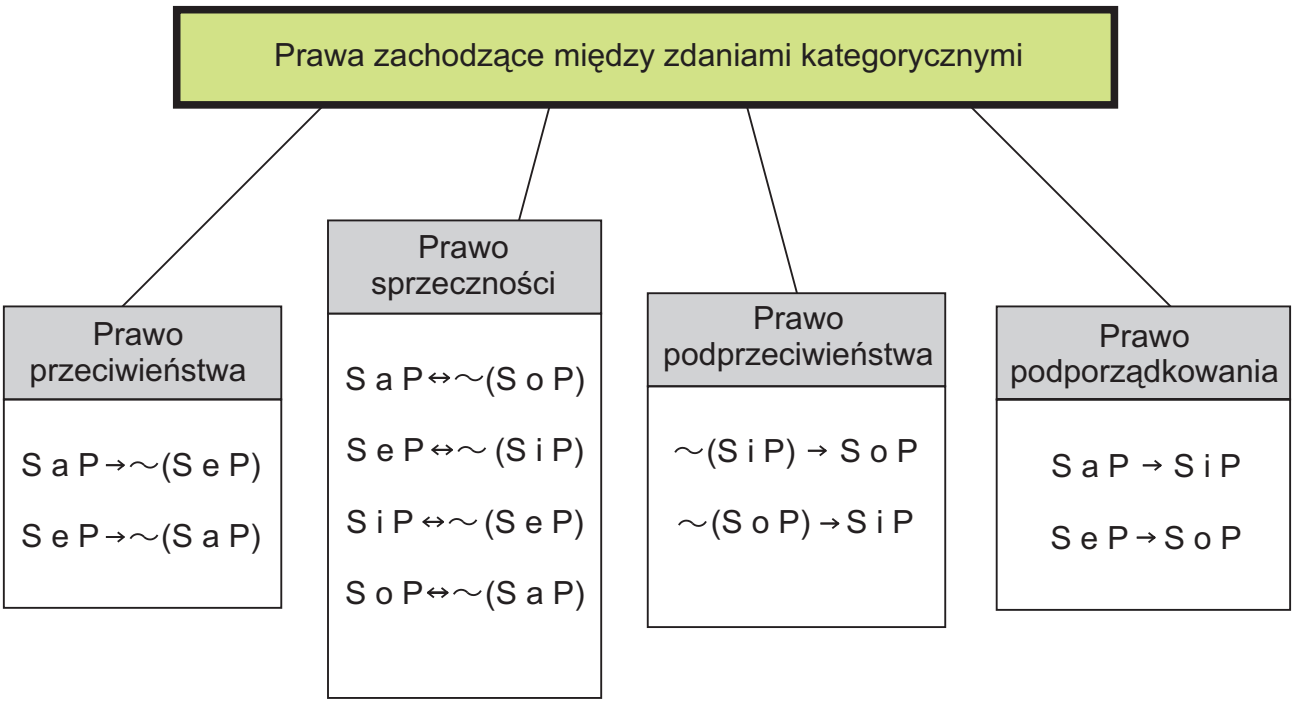
Po wstawieniu między zmiennymi nazwowymi określonych stałych logicznych: a, e, i, o, powstają tryby sylogistyczne. Dokonując wstawienia dowolnych stałych logicznych do każdej figury otrzyma się 64 różne, tryby, a jeśli pomnoży się przez 4 figury, to otrzyma się 256 trybów, wśród których jest 232 trybów wnioskowań zawodnych, a 24 (sześć w obrębie każdej figury), to tryby wnioskowań poprawnych.



4. 5. Wnioskowanie bezpośrednie

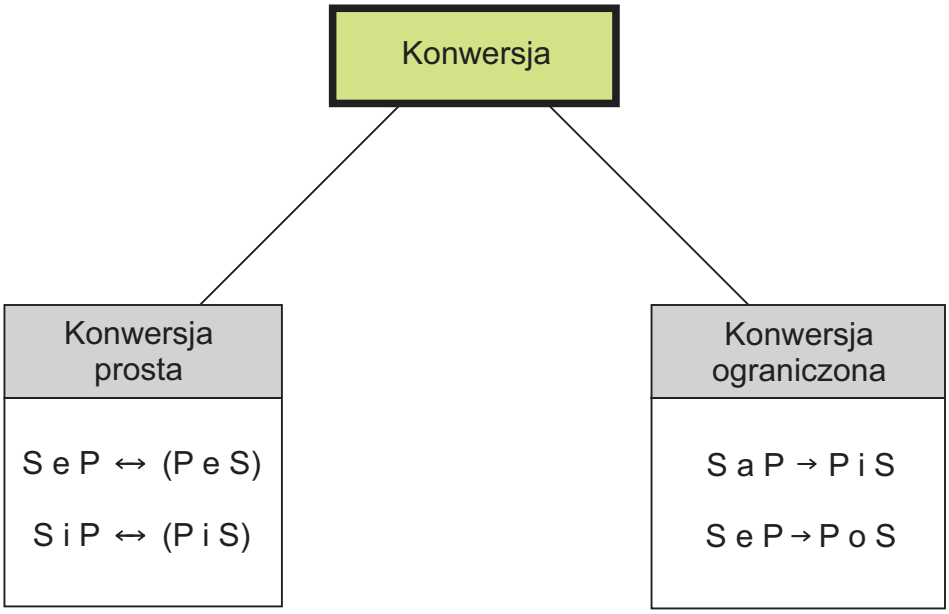
Podstawą wnioskowania bezpośredniego są zdania kategoryczne, w którym to występuje tylko jedna przesłanka. Związki, jakie zachodzą między zdaniami kategorycznymi, stanowią podstawę wnioskowania bezpośredniego i przybierają formę tak zwane. kwadratu logicznego.



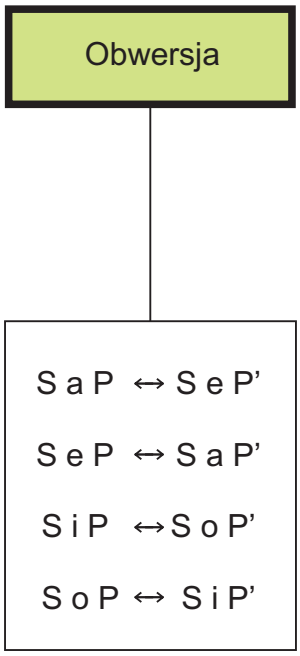


4. 6. Prawo konwersji i obwersji

Prawo konwersji zdań kategorycznych związane jest z zamianą podmiotu z orzecznikiem. Wyróżnia się dwa rodzaje konwersji prostą i ograniczoną, z czego pierwszej podlegają zdania typu S e P, S i P, zaś drugiemu rodzajowi konwersji podlegają zdania typu S a P, S e P. Konwersja prosta polega więc na zamianie zmiennych nazwowych, przy czym otrzymane zdanie ma taką samą ilość i jakoś, co zdanie wyjściowe.



Natomiast prawo obwersji zdań kategorycznych jest związane z zamianą jakości zdania wyjściowego, przy zachowaniu ilości oraz zaprzeczeniu orzecznika zdania, które powstaje.



WYKŁAD 5

Język klasycznego rachunku zdań

5.1. Pojęcie klasycznego rachunku

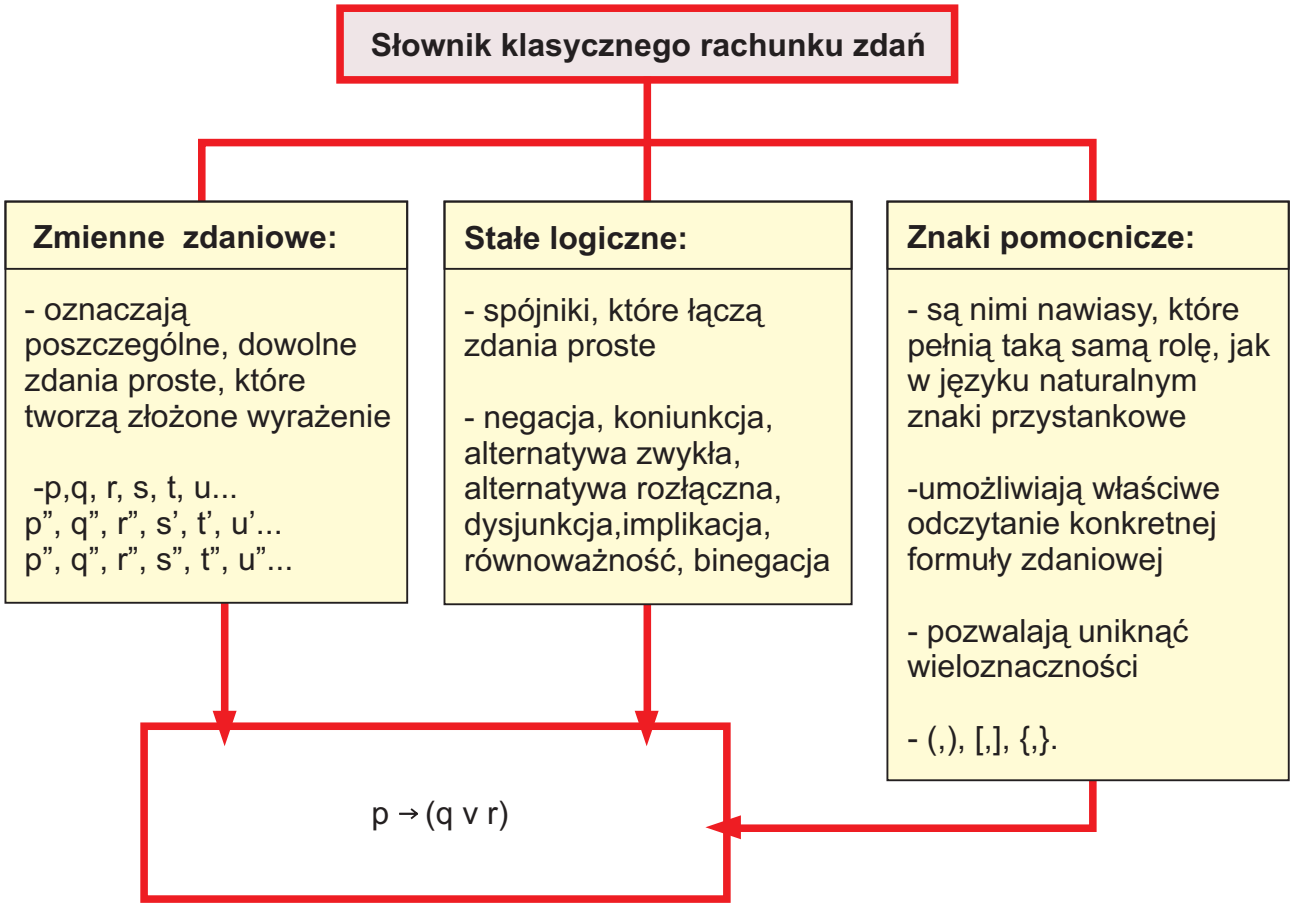
W ramach logiki formalnej istotne są formy, schematy niezawodnych rozumowań, których podstawą jest wynikanie, przy czym wynikanie oznacza tu zależność, jaka zachodzi pomiędzy zdaniami ze względu na budowę tych zdań. Zatem przedmiotem logiki formalnej jest rozważanie związków zachodzących między prawdziwością a fałszywością zdań, ale właśnie ze względu na ich budowę.

Jednym z działów logiki formalnej jest klasyczny rachunek zdań, który zajmuje się zdaniami złożonymi, to znaczy takimi, w których występuje funktor zdaniotwórczy od przynajmniej jednego argumentu zdaniowego. Rachunek zdań rozważa więc związki między zdaniowe zachodzące w zdaniach złożonych.

Określenie czym zajmuje się logika formalna oraz klasyczny rachunek nazw, wskazuje na to, iż w istocie chodzi o możliwość stwierdzenia prawdziwości bądź fałszywości zdania złożonego na podstawie prawdziwości bądź fałszywości zdań składowych. Innymi słowy na podstawie wartości logicznej (prawda, fałsz) zdań prostych można nie jako „obliczyć" wartość logiczną zdania złożonego, to znaczy takiego, w którym pojawiają się specyficzne spójniki (stałe logiczne, funktory). Dlatego też tego typu operację, która przypomina nieco działania algebraiczne, określono jako rachunek zdań. Ze względu zaś na uwzględnianie jedynie prawdziwości i fałszywości zdań, czyli logiki dwuwartościowej, ów rachunek zdań zyskał miano klasycznego.

5.2. Język klasycznego rachunku zdań

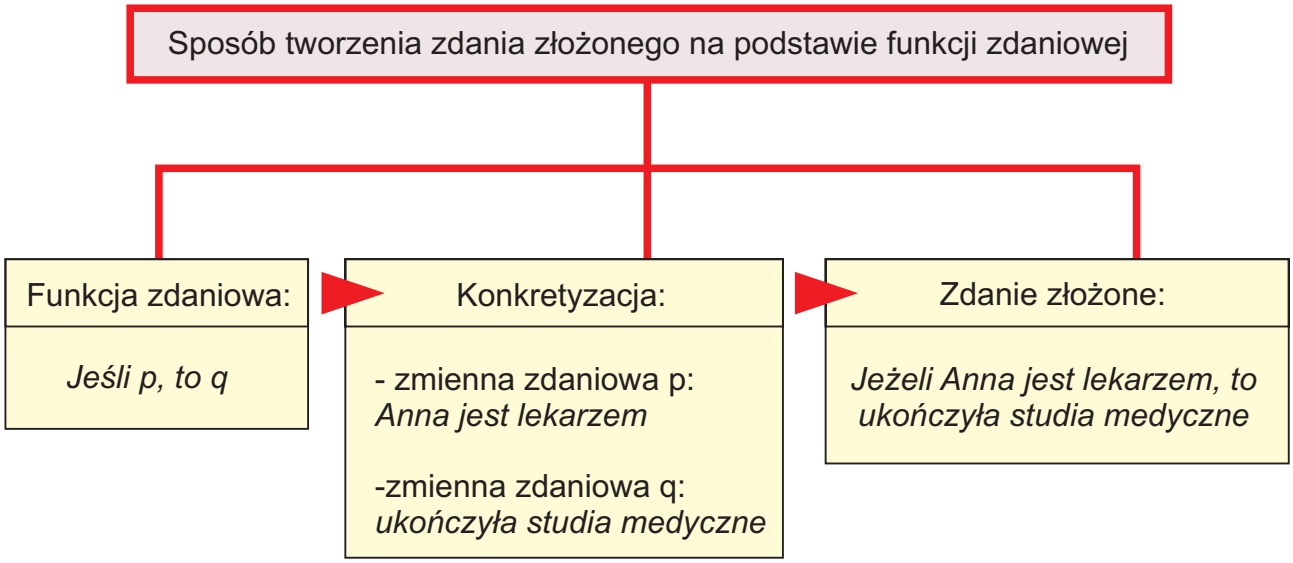
Skoro rachunek zdań skupia się na budowie zdań złożonych, na zależnościach, jakie zachodzą w ich obrębie, to należy zapoznać się ze składowymi języka owego rachunku.



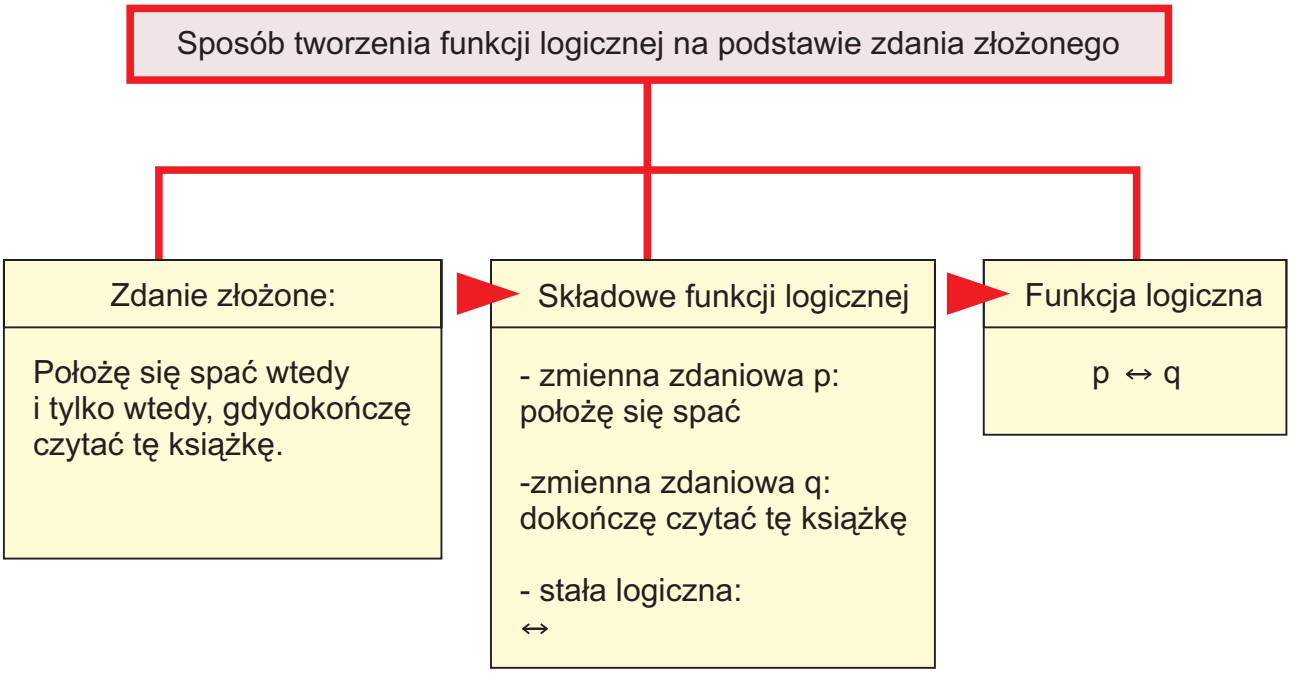
Jeśli zatem chodzi o określoną formę owych zdań, to do wyrażeń językowych zalicza się symbole: zmiennych zdaniowych, stałych logicznych, a także znaki pomocnicze.

5. 3. Funkcje zdaniowe i logiczne

Stosując język klasycznego rachunku zdań tworzy się funkcje zdaniowe, które są swoistymi schematami zdań. Oznacza to, iż formuła zdaniowa, w której występują symbole zmiennych zdaniowych, tworzy funkcje zdaniową. Zastąpienie symboli zmiennych zdaniowych przez dane, dowolne zdania proste, przekształca funkcję zdaniową w zdanie złożone.

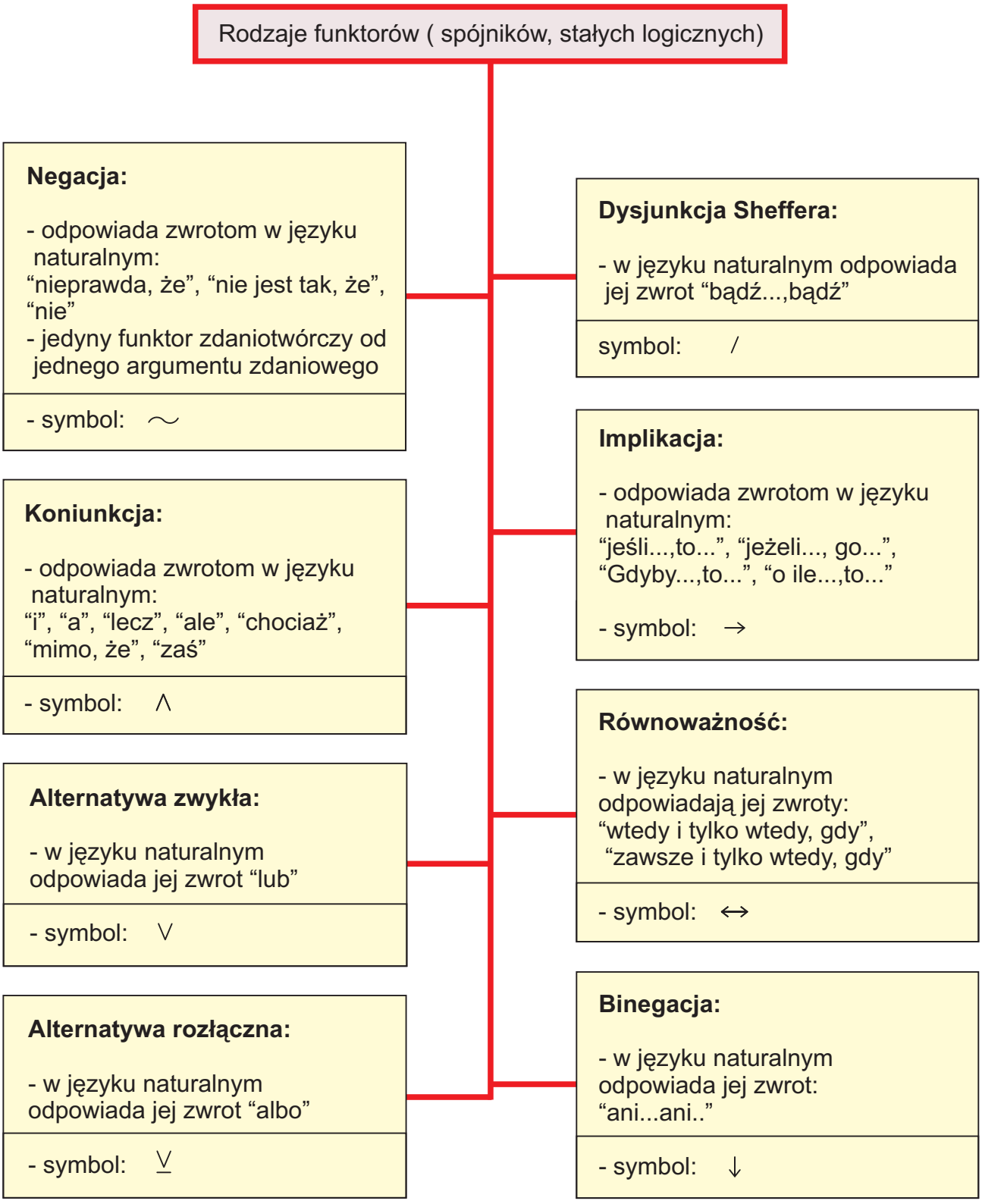


Natomiast jeśli formuła zdaniowa zawiera jedynie symbole zmiennych, stałych logicznych i/lub nawiasy, to powstaje funkcja logiczna, czyli w pełni sformalizowany zapis.



5.4. Stałe logiczne

Skoro klasyczny rachunek zdań operuje zdaniami złożonymi, w których występują funktory zdaniotwórcze od przynajmniej jednego argumentu zdaniowego, to rolę owych funktorów pełnią poszczególne stałe logiczne. Tak jak w przypadku zmiennych zdaniowych w miejsce symboli podstawia się zdania proste sformułowane w języku naturalnym, tak również w przypadku stałych logicznych istnieją ich odpowiedniki w języku naturalnym.



5.5. Funktory ekstensjonalne jako stałe logiczne

W przypadku klasycznego rachunku zdań stałymi logicznymi będą powyżej opisane funktory, określane mianem ekstensjonalnych, ponieważ w rachunku zdań nie uwzględnia się wewnętrznej struktury zdań prostych, to znaczy nie zwraca się uwagi na treść zdań. W związku z tym chodzi o uwzględnienie zależności zachodzących między zdaniami prostymi, czyli o pewne zewnętrzne stosunki między zdaniami prostymi, które tworzą zdania złożone. Oznacza to, iż prawdziwość lub fałszywość zdania złożonego zbudowanego dzięki funktorom ekstensjonalnym będzie zależeć wyłącznie od prawdziwości lub fałszywości jego argumentów, to znaczy zmiennych zdaniowych czy też po prostu zdań prostych.

Należy zaznaczyć, iż wartość logiczna jest symbolicznie oznaczana jako 1 w przypadku prawdy, a jako 0 w przypadku fałszu. Zatem zakładając daną wartość logiczną, jaką mają przyjąć argumenty zdania złożonego utworzonego przez funktory ekstensjonalne, można ustalić wartość logiczną tego zdania bez zwracania uwagi na treść owych argumentów. Do operacji, która pozwala na ukazanie zależności między budową zdania a jego wartością logiczną niezbędne są tak zwane matryce funktorów ekstensjonalnych.

5.5.1. Matryca negacji

p	$\sim$ **p**
1	0
0	1

Używając funktora negacji, zawsze zmieniamy wartość logiczną zdania. Zatem zdanie prawdziwe stanie się za sprawą negacji zdaniem fałszywym i odwrotnie. Natomiast jeśli zanegujemy zdanie, które wcześniej uległo już negacji, to w rezultacie zdanie osiągnie wartość logiczną równą zdaniu wyjściowemu.

Na przykład:

Zdanie wyjściowe - *Oglądałam ten film*,
Negacja- *Nie oglądałam tego filmu*,
Ponowna negacja- *Nieprawda, że nie oglądałam tego filmu=Oglądałam ten film*.

Negacja zatem jako funktor jednoargumentowy tworzy zdanie prawdziwe tylko w przypadku, gdy zdanie wyjściowe jest fałszywe.

5.5.2. Matryca alternatywy zwykłej

p	**q**	**p ∨ q**
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Zdanie złożone, które zawiera alternatywę zwykłą jest o tyle prawdziwe, o ile przynajmniej jeden z argumentów (jedno ze zdań) jest prawdziwe. Zatem wartość logiczna ‘0” przysługuje tylko takiemu zdaniu złożonemu, w którym oba argumenty alternatywy zwykłej są fałszywe.

5.5.3. Matryca alternatywy rozłącznej

p	**q**	**p $\underline{\vee}$ q**
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

W przypadku zdania zbudowanego za sprawą alternatywy rozłącznej można stwierdzić, iż jest ono fałszywe wtedy, gdy oba argumenty posiadają wartość “1” lub oba argumenty posiadają wartość “0”. Natomiast w przypadku, gdy jeden z argumentów jest prawdziwy / fałszywy, zaś drugi fałszywy / prawdziwy, to zdanie jest prawdziwe.

5.5.4. Matryca implikacji

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

W przypadku implikacji zdanie jest fałszywe tylko, jeśli poprzednik (pierwszy z członów, pierwszy z argumentów) jest prawdziwy, drugi zaś człon określany jako następnik (drugi z członów,drugi z argumentów) jest fałszywy. Natomiast zdanie jest prawdziwe, gdy zarówno poprzednik, jak i następnik są prawdziwe lub fałszywe. Wyjątek stanowi wers trzeci w matrycy implikacji, ponieważ w tym przypadku, aby zdanie złożone mogło mieć wartość logiczną “1”, to poprzednik musi być fałszywy, zaś następnik prawdziwy.

5.5.5. Matryca równoważności

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Zdanie złożone na bazie równoważności jest prawdziwe tylko w takich przypadkach, gdy oba argumenty posiadają taką samą wartość logiczną. Tak więc fałszywe są takie zdania zawierające funktor równoważności, których argumenty posiadają różną wartość logiczną.

5.5.6. Matryca binegacji

p	q	p ↓ q
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Binegacja gwarantuje zdanie prawdziwe jedynie w przypadku, gdy zmienne zdaniowe osiągają wartość logiczną fałszu. Pozostałe układy wartości logicznych nadają zadaniu złożonemu wartość równą “0”.

5.5.7. Matryca koniunkcji

p	q	p ∧ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Koniunkcja jest funktorem dwuargumentowym, a zdanie utworzone przy jego zastosowaniu jest prawdziwe tylko w przypadku, gdy obie zmienne zdaniowe są prawdziwe. Zatem wystarczy tylko jedno zdanie o wartości logicznej “0”,aby zdanie złożone też było fałszywe.

5.5.8. Matryca dysjunkcji

p	q	p / q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Funktor dysjunkcji powoduje,iż zdanie utworzone za jego sprawą jest fałszywe jedynie w przypadku,gdy obie zmienne zdaniowe są prawdziwe. Pozostałe kombinacje wartości logicznych prowadzą do utworzenia zdania prawdziwego, znaczy to, że przynajmniej jeden argument musi być fałszywy.

WYKLAD 6

Tautologie

6.1. Koncepcje prawdy a prawda logiczna w klasycznym rachunku zdań

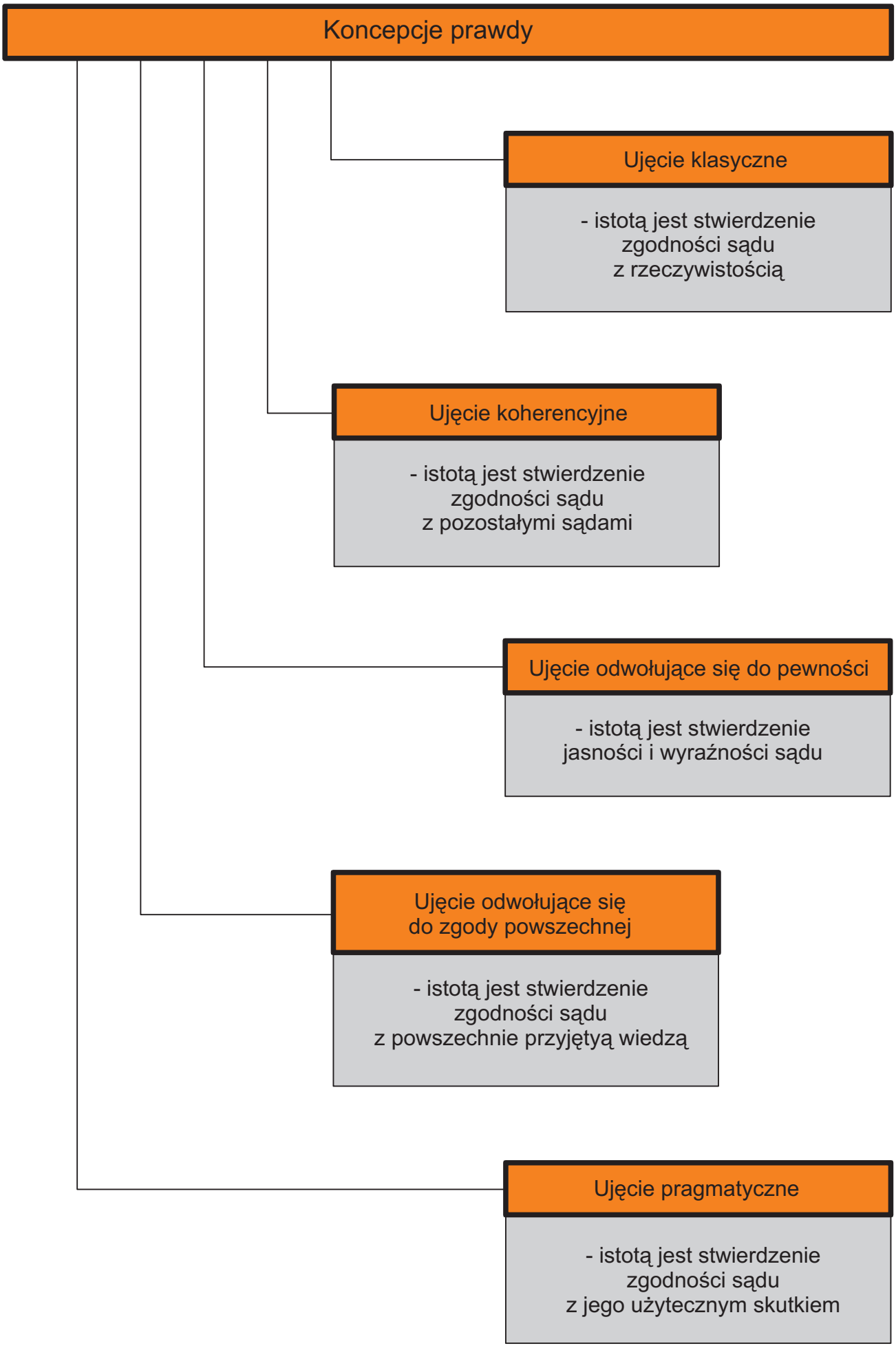
Można wyróżnić kilka koncepcji prawdy, które są wykorzystywane na gruncie wielu dyscyplin. Jednym z podstawowych ujęć prawdy jest tak zwana klasyczna definicja prawdy, której istota jest swego rodzaju zgodność, adekwatność, podobieństwo, jakie zachodzi między sądem a rzeczywistością. Chodzi w tym przypadku o odpowiedniość myśli z obiektywnie zachodzącym stanem rzeczy, zjawiskiem, obiektem istniejącym niezależnie od intelektu itd. Niemniej jednak trudno ustalić, czym jest *de facto* owa relacja odpowiedniości między rzeczywistością a sądem, myślą, i w jaki sposób można być pewnym, że taka odpowiedniość zachodzi.

Kolejną koncepcją prawdy jest ta, która skupia się na wewnętrznej spójności, tzn. niesprzeczności pewnego zbioru twierdzeń, na przyklad wewnętrznej spójności danej koncepcji naukowej. W przypadku takiej konceptualizacji prawdy, określanej mianem koherencyjnej teorii prawdy, chodzi zatem o zgodność sądów między sobą. Problematyczne jednak w odniesieniu do owej koncepcji jest to, iż nie ma tu mowy o jakimkolwiek odniesieniu do rzeczywistości, a zatem można skonstruować taki system twierdzeń, który choć wewnętrznie spójny, nie będzie w żaden sposób korespondował z rzeczywistością, a nawet może jej przeczyć, to jednak nie czyni go fałszywym.

Następną teorią prawdy jest ta, która twierdzi, iż prawdę można określić jako oczywistość, pewność danego sądu. W zasadzie przychodzi tu na myśl twierdzenie Kartezjusza o pewności, a mianowicie, iż tylko taki są jest pewny, który narzuca się w sposób oczywisty, to znaczy w sposób jasny i wyraźny. Jak się jednak wydaje, kryterium oczywistości, pewności jest mało satysfakcjonujące w kwestii prawdziwości danych sądów. Nie zawsze bowiem to, co jest ujmowane w sposób jasny i wyraźny nosi znamiona prawdy.

Czwartą już z kolei koncepcją prawdy jest jej rozumienie w kategoriach pragmatycznych, to znaczy o prawdziwości można mówić wtedy, gdy dany sąd jest po prostu użyteczny w wymiarze praktycznym, to jest można dzięki niemu działać w sposób efektywny, skuteczny. Zatem nawet w naukach można przyjąć, iż tylko te zasady, prawa i tak dalej są prawdziwe, które umożliwiają sprawne działania. Niestety nie zawsze można orzec czy też odnaleźć praktyczny wymiar odkrywanych praw, zależności i tak dalej

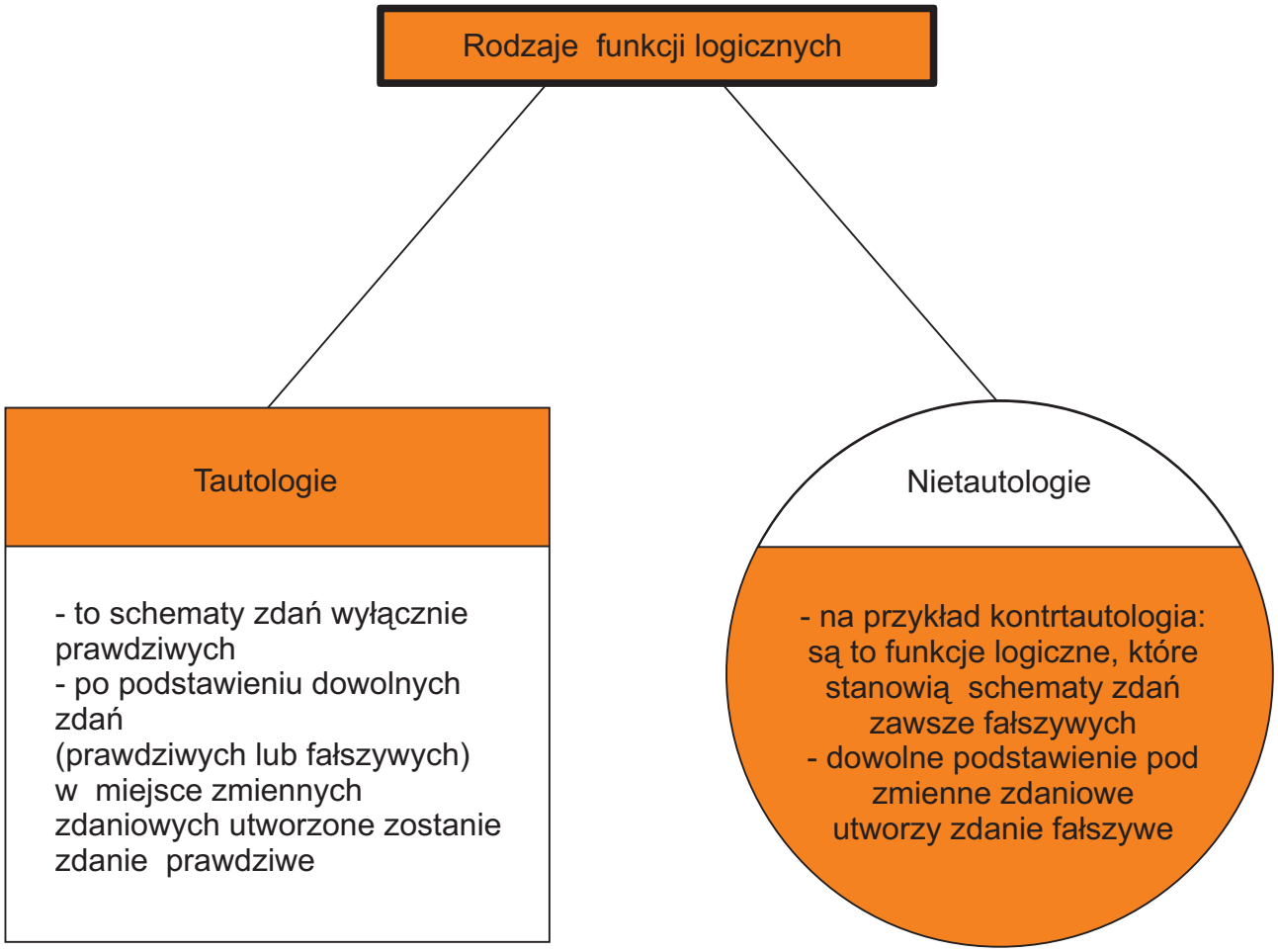
Ostatnią z najczęściej wspominanych definicji prawdy jest określenie prawdy jako powszechnej zgody, tzn. opierającej się na przysłowiowej większości. Innymi słowy chodzi w tym przypadku to, iż o danym sądzie można orzec prawdę o tyle, o ile większość jednostek, osób przystaje na niego, zgadza się co do jego treści, a zatem ustala co to jest prawda.


Koncepcje prawdy
Ujęcie klasyczne
- istotą jest stwierdzenie zgodności sądu z rzeczywistością
Ujęcie koherencyjne
- istotą jest stwierdzenie zgodności sądu z pozostałymi sądami
Ujęcie odwołujące się do pewności
- istotą jest stwierdzenie jasności i wyraźności sądu
Ujęcie odwołujące się do zgody powszechnej
- istotą jest stwierdzenie zgodności sądu z powszechnie przyjętą wiedzą
Ujęcie pragmatyczne
- istotą jest stwierdzenie zgodności sądu z jego użytecznym skutkiem

Natomiast w odniesieniu do klasycznego rachunku zdań, wartość logiczna zależy, po pierwsze, od budowy zdania złożonego, to znaczy od rodzaju funktora ekstensjonalnego, który dane zdanie tworzy. Po drugie zaś, wartość logiczna zależy od wartości logicznej, jaką przyjmują w określonych funkcjach logicznych, argument lub argumenty danej funkcji logicznej utworzonej od konkretnych funktorów. Podstawą określania prawdziwości twierdzeń, funkcji logicznych są matryce poszczególnych funktorów.

6.2. Tautologie

W języku klasycznego rachunku zdań można sformułować nieskończoną liczbę funkcji logicznych, które odpowiadają zdaniom złożonym w języku naturalnym. Wśród funkcji logicznych można wyróżnić ich dwa rodzaje, a mianowicie tautologie i nietautologie (na przyklad kontrtautologie).



Sposób sprawdzania prawdziwości funkcji logicznych, czyli weryfikowania funkcji pod względem tego czy jest ona formułą tautologiczną czy też nie, określa się mianem metody zero-jedynkowej, przy której wykorzystuje się matryce funktorów ekstensjonalnych. Zatem owa metoda umożliwia określenie wartości logicznej schematu zdania, jedynie na podstawie jego budowy. Metoda ta umożliwia sprawdzenie wartości logicznej formuły zdaniowej, pod którą można podstawić nieskończoną liczbę zdań, bez konieczności zastępowania poszczególnych argumentów konkretnymi zdaniami, co z resztą nie miało by większego sensu, właśnie ze względu na nieskończoną liczbę możliwych zdań służących za zmienne zdaniowe. Zatem rachunek zero-jedynkowy pozwala na ustalenie wartości logicznej danej

funkcji zdania, ale bez konieczności odnoszenia się do jego treści.

W pierwszym etapie metody zero-jedynkowej należy przyporządkować wartości logiczne, występującym w funkcji logicznej zmiennym zdaniowym.

Schemat metody zero-jedynkowej etap 1
podstawianie wartości logicznych pod zmienne zdaniowe w funkcji logicznej

1. Funkcja logiczna:
$(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
- sprawdzenie czy funkcja jest tautologią czy też nie

2. Zmienne zdaniowe a ich wartość logiczna:
- w danej funkcji zdaniowej występują dwie zmienne zdaniowe: "**p**" i "**q**"
- należy podstawić pod owe zmienne zdaniowe cztery układy wartości logicznych **1** i **0**

3. Konstrukcja tabeli układu zmiennych zdaniowych i odpowiadających im wartości logicznych:

p	**q**	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

4. Zmienne zdaniowe i odpowiadające im wartości logiczne:

p	**q**	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$			
1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0

W drugim etapie metody zero-jedynkowej należy przyporządkować wartości logiczne poszczególnym funktorom ekstensjonalnym. W ostatecznym „rachunku" pod głównym funktorem ekstensjonalnym funkcji logicznej pojawią wartości logiczne, które będą wskazywać, iż jest ona tautologią lub też nią nie jest. Gdy pod głównym funktorem pojawią się w każdej konfiguracji wartości logicznych zmiennych zdaniowych same symbole 1, oznacza to, iż dana funkcja logiczna jest tautologia. Natomiast jeżeli choć w jednym, dajmy na to,

trzecim wersie kombinacji logicznych wartości odpowiadających zmiennym zdaniowym pojawi się symbol 0, to oznacza to, że dana funkcja logiczna nie jest tautologią i nie ma konieczności dalszego jej sprawdzania.

Schemat metody zero-jedynkowej etap 2
podstawianie wartości logicznych pod funktory ekstensjonalne

1 Przypisanie wartości logicznej poszczególnym funktorom.
- zgodnie z regułą pierwszeństwa w wiązaniu funktorów (negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność) oraz z rozkładem wartości logicznych w matrycach funktorów.

2. Uzupełnienie wartości logicznej negacji:

p	q	(p → q) → (∼q → ∼p)
1	1	1 1 **0** 1 **0** 1
1	0	1 0 **1** 0 **0** 1
0	1	0 1 **0** 1 **1** 0
0	0	0 0 **1** 0 **1** 0

3. Uzupełnienie wartości logicznej implikacji w drugiej części funkcji logicznej:

p	q	(p → q) → (∼q → ∼p)
1	1	1 1 0 1 **1** 0 1
1	0	1 0 1 0 **0** 0 1
0	1	0 1 0 1 **1** 1 0
0	0	0 0 1 0 **1** 1 0

4. Uzupełnienie wartości logicznej implikacji w pierwszej części funkcji logicznej:

p	q	(p → q) → (∼q → ∼p)
1	1	1 **1** 1 0 1 1 0 1
1	0	1 **0** 0 1 0 0 0 1
0	1	0 **1** 1 0 1 1 1 0
0	0	0 **1** 0 1 0 1 1 0

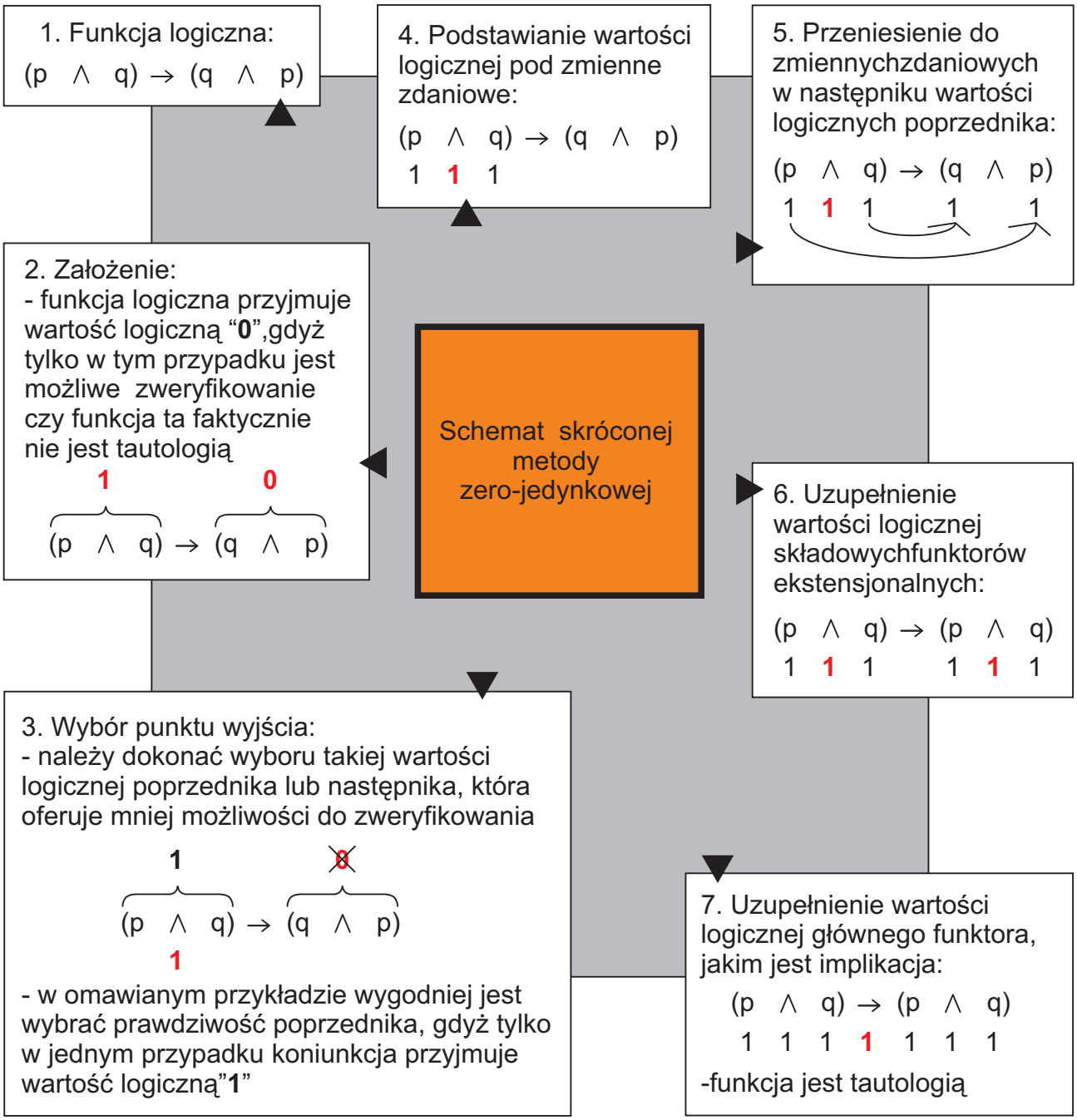
5. Uzupełnienie wartości logicznej głównej implikacji funkcji logicznej:

p	q	(p → q) → (∼q → ∼p)
1	1	1 1 1 **1** 0 1 1 0 1
1	0	1 0 0 **0** 1 0 0 0 1
0	1	0 1 1 **1** 0 1 1 1 0
0	0	0 1 0 **1** 1 0 1 1 0

6.3. Skrócona metoda zero-jedynkowa

Ze względu na to, iż funkcje logiczne mogą zawierać kilka np. cztery zmienne zdaniowe, to konstrukcja tabeli uwzględniającej wszystkie kombinacje wartości logicznych, które należało by podstawić w miejsce zmiennych zdaniowych wyniosłaby 16, a więc sprawdzanie metodą zero-jedynkową okazało by się dość żmudne. Oznacza to, iż można łatwo obliczyć ile różnych kombinacji wartości logicznych należy przedstawić, aby uzyskać odpowiedź na pytanie czy dana funkcja logiczna jest tautologia czy nie. Otóż wzór ten to 2 (bo są dwie wartości logiczne prawda "**1**" i fałsz "**0**") do potęgi na przykład 4, gdyż tyle może być zmiennych zdaniowych występujących w danej funkcji logicznej.

W związku z tymi uwagami należy zwrócić uwagę na tak zwaną skróconą metodę zero-jedynkową, która uprasza dowodzenie tautologiczności danych funkcji logicznych, przy czym owa metoda będzie zastosowana do funkcji logicznych, których głównym funktorem jest implikacja.

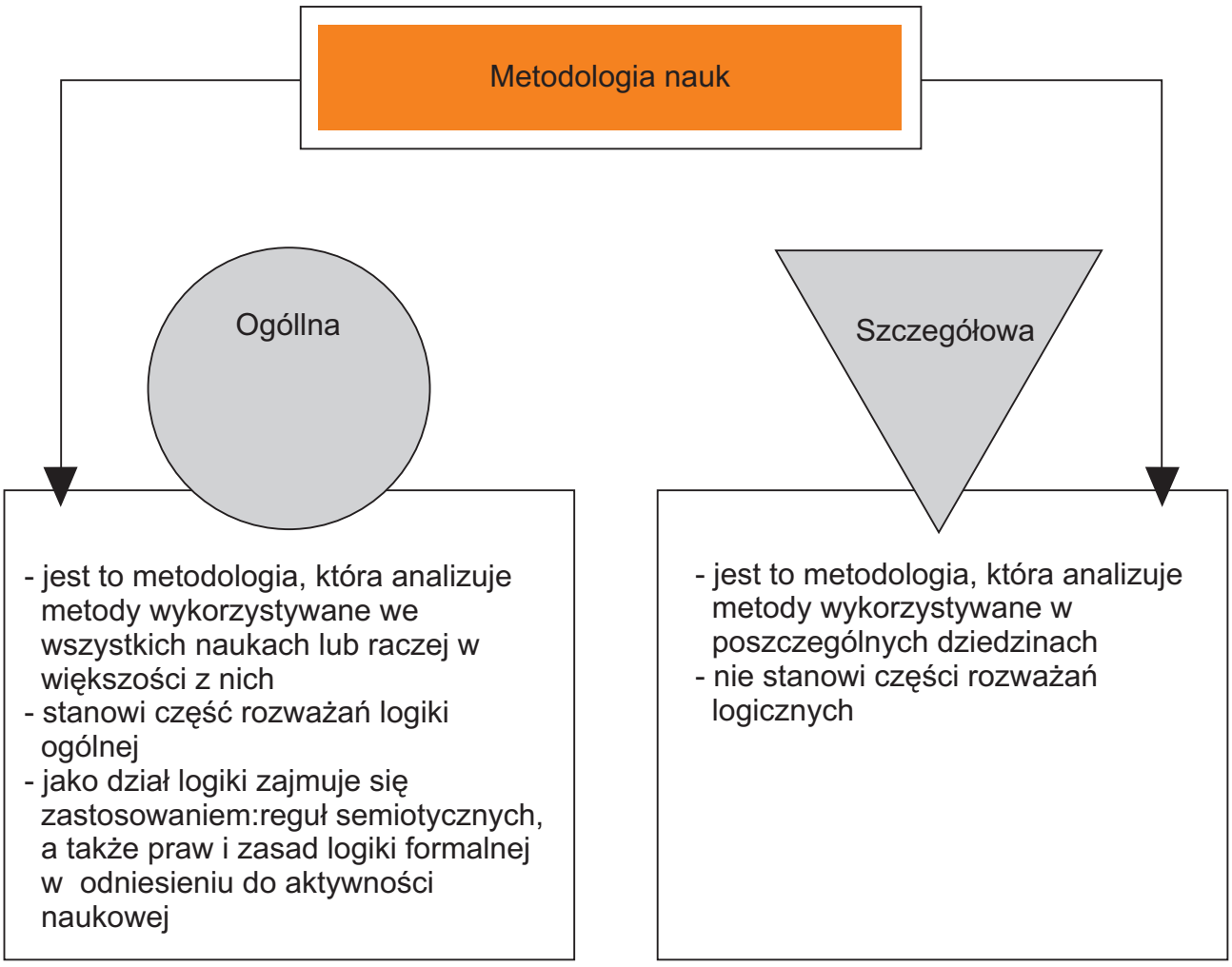


WYKŁAD 7

Wybrane zagadnienia metodologii nauk

7.1. Metodologia w ujęciu ogólnym

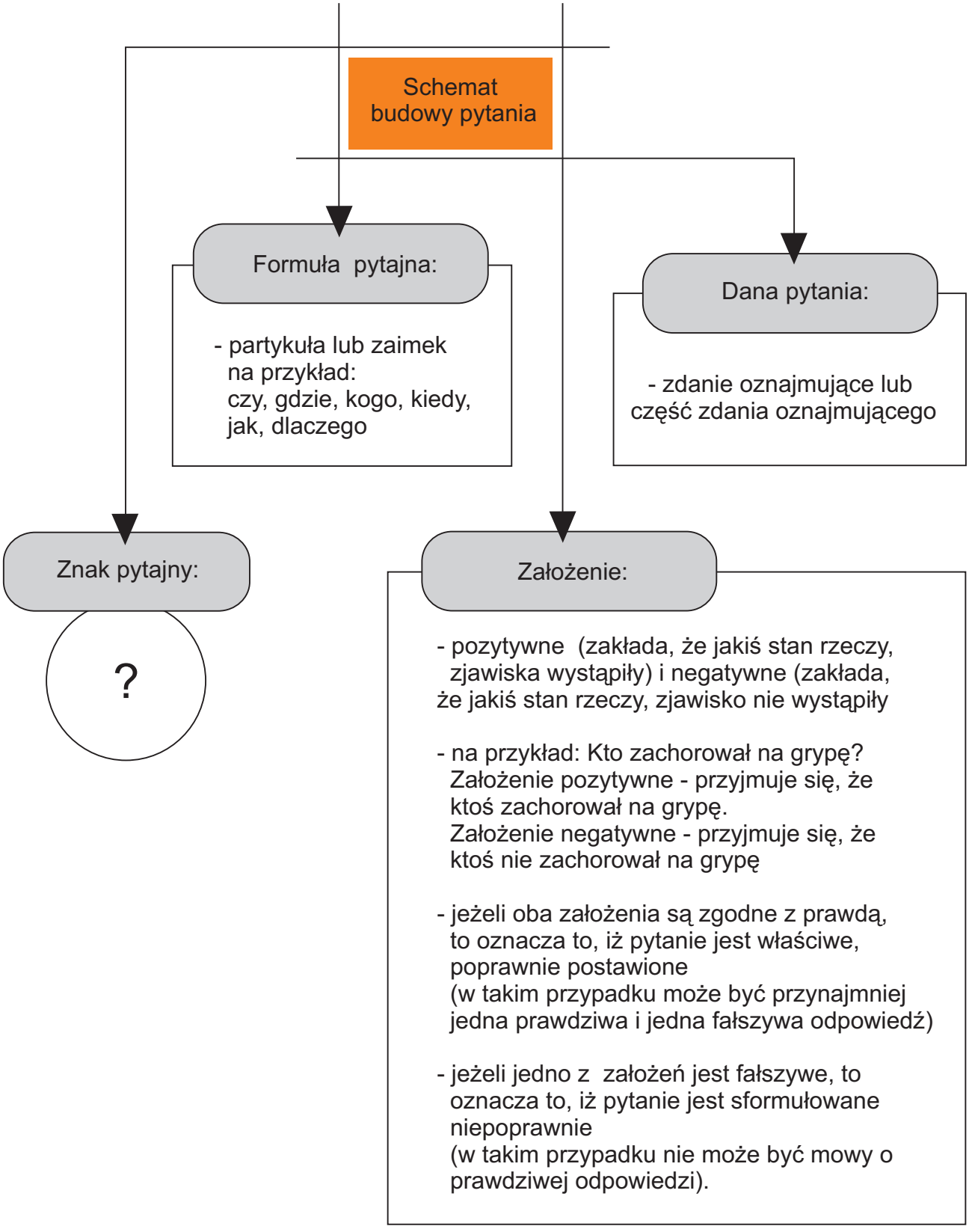
Termin „metoda” pochodzi z greki i oznacza między innymi sposób postępowania, sposób robienia czegoś. Oczywiście nie chodzi tu o jakkolwiek pojęty sposób, ale o takie działanie, o którym można orzec jako o celowym, racjonalnym, ekonomicznym i systematycznym. W związku z powyższym metodologia jest to nauka o metodach, zaś metodologia nauk, to teoria metod naukowych, czyli tych stosowanych w naukach. Analizy w zakresie metodologii dotyczą nie tylko sposobu, a więc określonych procedur badawczych, ale również różnego rodzaju produktów owych procedur takich, jak na przykład pojęć, hipotez, twierdzeń, praw, teorii. Produkty te są nie mniej ważne, ponieważ o skuteczności metod świadczą ich rezultaty w postaci wymienionego instrumentarium poznawczego.



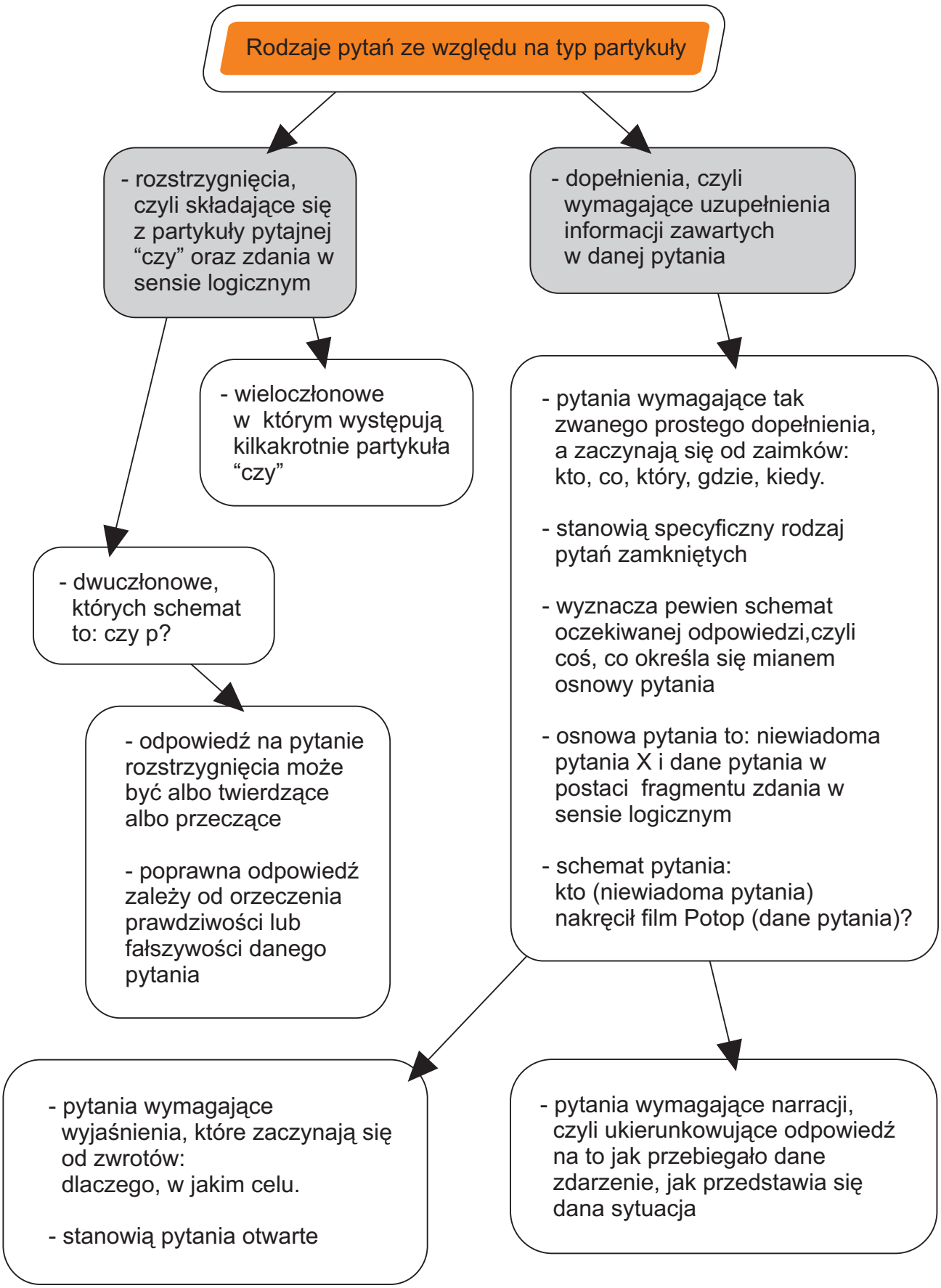
Wśród podstawowych elementów metodologii ogólnej należy wymienić między innymi pytania, wyjaśnianie, hipotezy.

7.2. Pytania

Uprawianie nauki to nie tylko gromadzenie i systematyzowanie wiedzy, ale także stawianie pytań i poszukiwanie odpowiedzi na owe pytania. W postaci pytań bowiem formułowane są problemy naukowe, tak więc poprawne konstruowanie pytań, oznacza właściwe postawienie problemu, który ukierunkowuje myślenie naukowe. Samo zaś pytanie można określić jako wyrażenie pewnej niepełnej myśli.

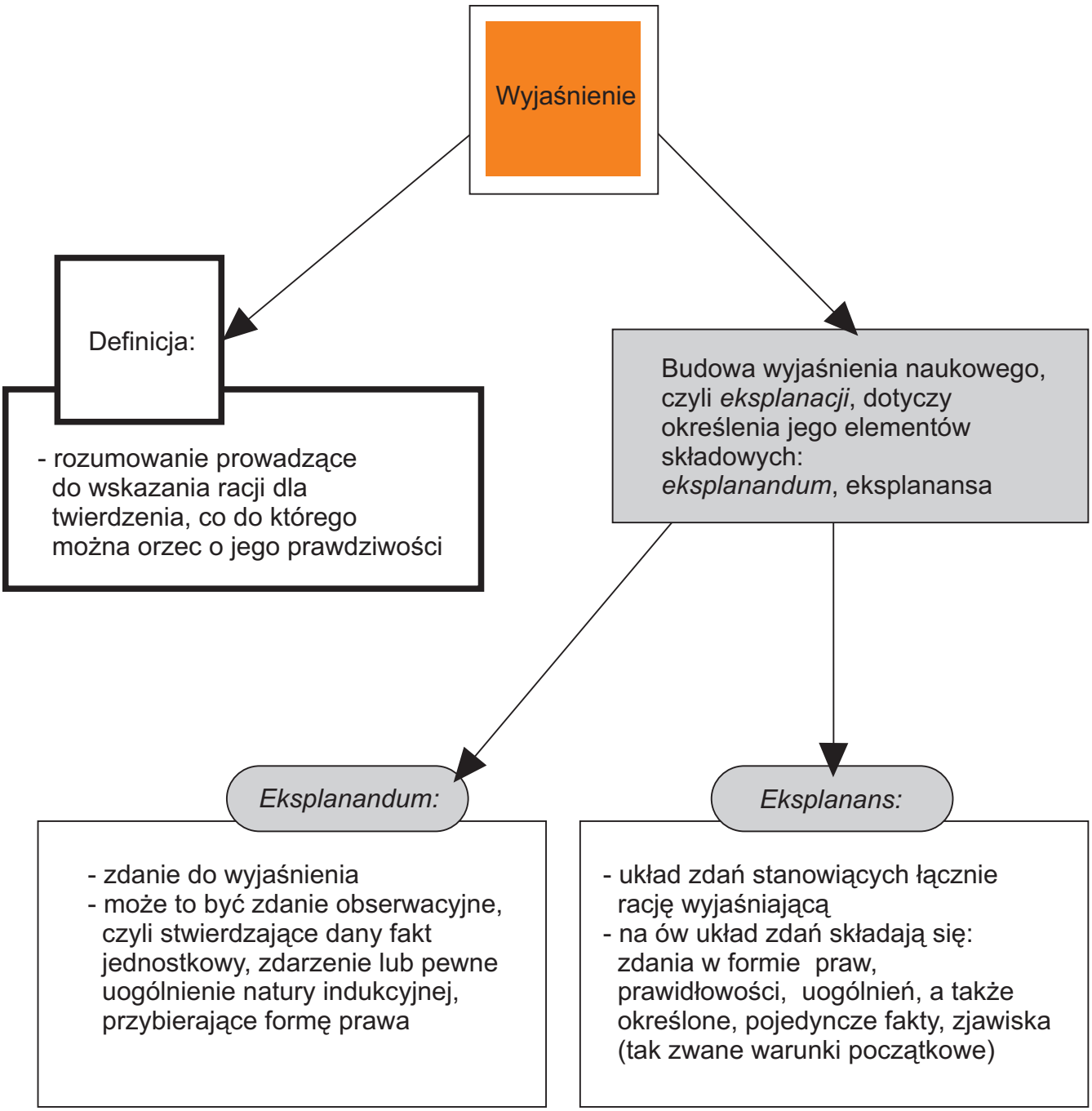


Ze względu na rodzaj partykuły pytajnej, wyróżnia się pytania rozstrzygnięcia, czyli tak zwane pytania zamknięte oraz pytania dopełnienia, wśród których są zarówno pytania zamknięte, jak i otwarte, bo umożliwiające swobodną formę odpowiedzi.

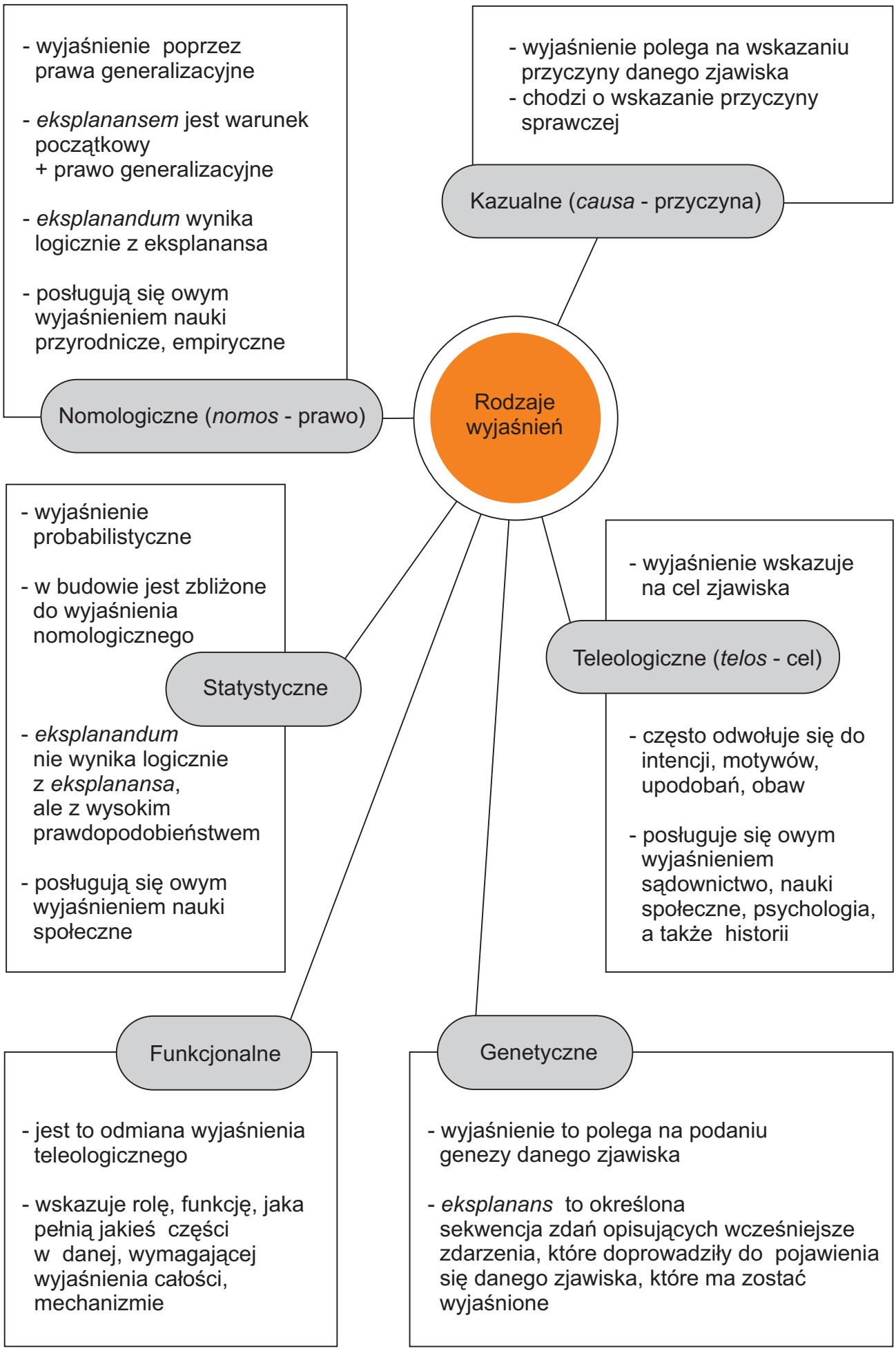


7.3. Wyjaśnianie i hipotezy

Zadaniem nauki jest nie tylko opis rzeczywistości, ale również odpowiedź na pytanie dlaczego jest tak a tak, a zatem cel nauki skupia się również na wyjaśnianiu opisanych stanów rzeczy, zdarzeń i tak dalej. Tłumaczenie zaś zjawisk jest o tyle istotne, iż umożliwia przewidywanie przyszłych faktów naukowych, a więc warunkuje spełnianie przez naukę jej funkcji prognostycznej.



W nauce wykorzystywane są zróżnicowane wyjaśnienia, które stosuje się dla uchwycenia istoty badanego zjawiska, i tak można wyróżnić wyjaśnienia nomologiczne, statystyczne, kazualne, funkcjonalne, genetyczne.


Rodzaje wyjaśnień
Nomologiczne (nomos - prawo)
- wyjaśnienie poprzez prawa generalizacyjne
- eksplanansem jest warunek początkowy + prawo generalizacyjne
- eksplanandum wynika logicznie z eksplanansa
- posługują się owym wyjaśnieniem nauki przyrodnicze, empiryczne
Kazualne (causa - przyczyna)
- wyjaśnienie polega na wskazaniu przyczyny danego zjawiska
- chodzi o wskazanie przyczyny sprawczej
Statystyczne
- wyjaśnienie probabilistyczne
- w budowie jest zbliżone do wyjaśnienia nomologicznego
- eksplanandum nie wynika logicznie z eksplanansa, ale z wysokim prawdopodobieństwem
- posługują się owym wyjaśnieniem nauki społeczne
Teleologiczne (telos - cel)
- wyjaśnienie wskazuje na cel zjawiska
- często odwołuje się do intencji, motywów, upodobań, obaw
- posługuje się owym wyjaśnieniem sądownictwo, nauki społeczne, psychologia, a także historii
Funkcjonalne
- jest to odmiana wyjaśnienia teleologicznego
- wskazuje rolę, funkcję, jaka pełnią jakieś części w danej, wymagającej wyjaśnienia całości, mechanizmie
Genetyczne
- wyjaśnienie to polega na podaniu genezy danego zjawiska
- eksplanans to określona sekwencja zdań opisujących wcześniejsze zdarzenia, które doprowadziły do pojawienia się danego zjawiska, które ma zostać wyjaśnione

Hipotezy pomagają wyjaśnić dany problem badawczy, który jest sformułowany w postaci pytania, co oznacza, iż hipotezy wymagają sprawdzenia, a więc weryfikacji. Sprawdzenie hipotez, to specyficzny rodzaj rozumowania, który polega na tym, iż z danej hipotezy wyprowadza się takie następstwa, które mają postać zdań obserwacyjnych. Oznacza to, że wartość logiczna hipotez może być ustalona poprzez obserwację lub eksperyment. Wyróżnia się przy tym dwa rodzaje werysfikacji pozytywną i negatywną.

